المتميز

فى

الرياضيات التطبيقية

الديناميكا

الجزء النظرى

و

حلول التمارين

الوحدة الأولى

ع = ع. + جـ ن | ض = ك ء ل | $ش = \int_{ف_١}^{ف_٢} ق \, ء ف$ | ق = ك × جـ

الصف الثالث الثانوى

القسم العلمى

شعبة الرياضيات

إعداد : أحمد الشنتورى

٢٠١٧ / ٢٠١٨

الوحدة الأولى .... الحركة فى خط مستقيم

١ – ١ تفاضل الدوال المتجهة

[١] الحركة فى خط مستقيم :

إذا تحرك جسيم فى خط مستقيم يقال أنه يتحرك حركة خطية

[٢] موضع الجسيم :

عندما يتحرك جسيم حركة خطية فإنه عند أى لحظة زمنية ن سيشغل موضع معين على الخط المستقيم

و لتعيين الموضع $\overleftarrow{س}$ لجسيم متحرك عند أى لحظة زمنية ن نختار نقطة ثابتة " و " على الخط المستقيم كنقطة أصل و نحدد اتجاه موجب على طول الخط

فمثلاً :

في الشكل المقابل :

عندما : يكون الجسيم عند الموضع (٢) على الخط المستقيم فإن : $\overleftarrow{س} = ٣ \overleftarrow{ى}$ حيث :

$\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه $\overleftarrow{و٢}$ " اتجاه الحركة "

بينما :

فى الشكل المقابل :

إذا كان : الجسيم عند الموضع ب على الخط المستقيم فإن : $\overleftarrow{س} = - ٤ \overleftarrow{ى}$

لاحظ :

موضع الجسيم كمية متجهة ، و يمكن التعبير عنه كدالة فى الزمن ن أى أن : $\overleftarrow{س} = د(ن)$

و يقاس معيار $\overleftarrow{س}$ فى النظام الدولى للوحدات بالمتر

[٣] متجه الازاحة :

تعرف ازاحة الجسيم $\overleftarrow{ف}$ بأنها التغير فى متجه موضعه

فى الشكل المقابل :

إذا تحرك الجسيم من الموضع (٢) إلى الموضع (٢َ) على الخط المستقيم فإن :

الازاحة $\overleftarrow{ف} = \Delta \overleftarrow{س}$ حيث : $\Delta \overleftarrow{س} = \overleftarrow{س}' - \overleftarrow{س}$

فى هذه الحالة $\Delta \overleftarrow{س}$ تكون موجبة حيث أن موضع الجسيم النهائى (٢َ) على يمين موضع الجسيم الابتدائى (٢)

أما إذا كان موضع الجسيم النهائى على يسار موضع الجسيم الابتدائى فإن $\Delta \overleftarrow{س}$ تكون سالبة

ملاحظات :

(١) ازاحة الجسيم $\overleftarrow{ف}$ كمية متجهة و يمكن التعبير عنه كدالة فى الزمن ن أى أن : $\overleftarrow{ف} = د(ن)$

(٢) معيار الازاحة هو طول القطعة المستقيمة الموجهة من نقطة البداية إلى نقطة النهاية بصرف النظر عن المسار الذى تحرك فيه الجسيم

(٣) المسافة كمية قياسية موجبة تمثل المسار الكلى المقطوع بواسطة الجسيم

(٤) معيار الازاحة $\leq$ المسافة الكلية

(٥) يمكن استخدام الرموز س ، ف للتعبير عن القياس الجبرى لمتجه الموضع $\overleftarrow{س}$ و لمتجه الازاحة $\overleftarrow{ف}$ على الترتيب

(٦) إذا كان موضع الجسيم عند بداية قياس الزمن عند نقطة الأصل فإن : $\overleftarrow{س}_. = \overleftarrow{.}$ و يكون : $\overleftarrow{س} = \overleftarrow{ف}$

(٧) إذا عاد الجسيم إلى موضعه الابتدائى فإن : ف = صفر

[٤] متجه السرعة :

إذا كانت : $\overrightarrow{ف} = \Delta \overrightarrow{س}$ هى ازاحة الجسيم خلال فترة زمنية $\Delta ن$

فإن : متجه السرعة المتوسطة $\overrightarrow{ع}_م$ يساوى خارج قسمة متجه الازاحة على الزمن أى أن :

$$\overrightarrow{ع}_م = \frac{\Delta \overrightarrow{س}}{\Delta ن} = \frac{\overrightarrow{س}(ن + \Delta ن) - \overrightarrow{س}(ن)}{\Delta ن}$$

و يعرف متجه السرعة اللحظية $\overrightarrow{ع}$ عند أى لحظة زمنية بالعلاقة :

$$\overrightarrow{ع} = \text{نهـا}_{\Delta ن \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{س}}{\Delta ن} = \text{نهـا}_{\Delta ن \to 0} \frac{\overrightarrow{س}(ن + \Delta ن) - \overrightarrow{س}(ن)}{\Delta ن}$$

و من تعريف المشتقة يستنتج أن : $\overrightarrow{ع} = \frac{ء\overrightarrow{س}}{ءن}$

(ميل المماس لمنحنى الموضع – الزمن) ، و حيث أن : $\overrightarrow{س}_0$ متجهاً ثابتاً فإن : متجه السرعة يساوى معدل تغير الازاحة بالنسبة للزمن

أى أن : $\overrightarrow{ع} = \frac{ء\overrightarrow{ف}}{ءن}$ (ميل المماس لمنحنى الازاحة – الزمن)

و يحسب معيار متجه السرعة بوحدة م / ث فى النظام الدولى للوحدات

ملاحظة :

يمكن استخدام الرمز ع للتعبير عن القياس الجبرى لمتجه السرعة $\overrightarrow{ع}$

و تكون : $ع_م = \frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}}$ ، $\overrightarrow{ع}_م = \frac{\text{الازاحة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}} \overrightarrow{ى}$

حيث : $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه الحركة

[٥] السرعة :

إذا كان : $\overrightarrow{ع}(ن)$ متجه سرعة جسيم يتحرك فى خط مستقيم فإن : السرعة هى الكمية القياسية التى تعبر عن معيار متجه السرعة

أى أن : السرعة $= \|\overrightarrow{ع}\| = \left\|\frac{ء\overrightarrow{س}}{ءن}\right\| = \left\|\frac{ء\overrightarrow{ف}}{ءن}\right\|$

و إذا كان : ع هو القياس الجبرى لمتجه السرعة ، س هو القياس الجبرى لمتجه الموضع فإن :

السرعة $= |ع| = \left|\frac{ءس}{ءن}\right| = \left|\frac{ءف}{ءن}\right|$

أى أن : $ع = \frac{ءس}{ءن} = \frac{ءف}{ءن}$

ملاحظة :

إذا وصل الجسيم إلى أقصى بعد (أقصى ارتفاع) فإن : ع = صفر

[٦] العجلة :

إذا كان : $\Delta\overrightarrow{ع}$ تعبر عن التغير فى متجه السرعة خلال فترة زمنية $\Delta ن$ فإن : العجلة المتوسطة $\overrightarrow{ح}_م$ تعطى بالعلاقة :

$$\overrightarrow{ح}_م = \frac{ء\overrightarrow{ع}}{ءن} \quad \text{أى أن :} \quad \overrightarrow{ح}_م = \frac{\overrightarrow{ع}(ن + \Delta ن) - \overrightarrow{ع}(ن)}{\Delta ن}$$

و تعرف العجلة اللحظية $\overrightarrow{ح}$ (العجلة اختصاراً) عند أى لحظة ن بالعلاقة :

$$\overrightarrow{ح} = \text{نهـا}_{\Delta ن \to 0} \frac{\overrightarrow{ع}(ن + \Delta ن) - \overrightarrow{ع}(ن)}{\Delta ن}$$

و من تعريف المشتقة يستنتج أن : $\overrightarrow{ح} = \frac{ء\overrightarrow{ع}}{ءن}$

أى أن : العجلة هى معدل تغير السرعة بالنسبة للزمن
(ميل المماس لمنحنى السؤعة – الزمن)

و يحسب معيار متجه العجلة بوحدة م / ث / ث (م / ث^{٢}) فى النظام الدولى للوحدات

مما سبق نجد أن : إذا كانت $\vec{س}$ (ن) موضع الجسيم و هى دالة فى الزمن ن فإن : متجه السرعة $\vec{ع} = \frac{د\vec{س}}{د ن}$ و من ذلك يمكن استنتاج أن : العجلة $\vec{ح} = \frac{د\vec{ع}}{د ن} = \frac{د}{د ن}\left(\frac{د\vec{س}}{د ن}\right) = \frac{د^{٢}\vec{س}}{د ن^{٢}}$

أى : العجلة $\vec{ح}$ = المشتقة الأولى لمتجه السرعة
= مشتقة المشتقة الأولى لمتجه الموضع
= المشتقة الثانية لمتجه الموضع

تنبيه :
عند الاشارة إلى القياسات الجبرية لكل من متجهات الموضع و السرعة و العجلة تستخدم الرموز س ، ع ، ح على الترتيب

ملاحظات :

(١) إذا تحرك الجسيم بأقصى سرعة أو سرعة منتظمة (ثابتة)
فإن : ح = صفر

(٢) درجة س (ن) = درجة ف (ن) ،
درجة ع (ن) = درجة ف (ن) – ١ ،
درجة ح (ن) = درجة ع (ن) – ١
= درجة ف (ن) – ٢

القياس الجبرى لمتجه السرعة و العجلة :

(١) إذا كانت : ح > ٠ فإن :
ع تتزايد و العكس صحيح
أى أن إذا كانت : ع تتزايد
فإن : ح > ٠ " موجبة "
و هذا يعنى أن : الجسيم يتحرك بشكل أسرع فى الاتجاه الموجب شكل (١)
و أن : الجسيم يتحرك ببطء أكثر فى الاتجاه السالب شكل (٢)
فى الحالتين : Δ ع > ٠ .

شكل (١) ع$_١$ ، ع$_٢$ ، أ ، ب ، ح > ٠ .

شكل (٢) ع$_١$ ، ع$_٢$ ، أ ، ب ، ح > ٠ .

(٢) إذا كانت : ح < ٠ فإن :
ع تتناقص و العكس صحيح
أى أن إذا كانت :
ع تتناقص فإن :
ح < ٠ " سالبة "
و هذا يعنى أن : الجسيم يتحرك ببطء أكثر فى الاتجاه الموجب شكل (٣)
و أن : الجسيم يتحرك بشكل أسرع فى الاتجاه السالب شكل (٤)
فى الحالتين : Δ ع < ٠ .

شكل (٣) ع$_١$ ، ع$_٢$ ، أ ، ب ، ح < ٠ .

شكل (٤) ع$_١$ ، ع$_٢$ ، أ ، ب ، ح < ٠ .

(٣) فى كل من الشكلين (١) ، (٤) يقال أن : الجسيم يتحرك أسرع (يتسارع) ، بينما فى كل من الشكلين (٢) ، (٣) يقال أن : الجسيم يتحرك بتقصير (يتباطأ)

أى أن :
الجسيم يتحرك حركة متسارعة إذا كان : $\overleftarrow{ع}$ ، $\overleftarrow{حـ}$ لهما نفس الاتجاه (ع حـ > ٠)
و يتحرك حركة تقصيرية إذا كان : $\overleftarrow{ع}$ ، $\overleftarrow{حـ}$ متضادين فى الاتجاه (ع حـ < ٠)

طرق تعيين فترات الحركة المتسارعة و فترات الحركة التقصيرية :

(١) بيانياً :
كما سيأتى فى دراسة كل من :
(منحنى الازاحة – الزمن) ،
و مثله تماماً (منحنى السرعة – الزمن) ،
(منحنى العجلة – الزمن)

(٢) جبرياً :

أ) دراسة إشارة كل : ع ، حـ كدوال فى ن
كما سبق فى دراسة إشارة الدالة (الصف الأول الثانوى)
أو بالتعويض عن قيم لـ ن فى كل فترة تتغير فيها الحركة ثم تحديد إشارة : ع حـ

ب) حل المتباينتين :
ع حـ > ٠ للحركة المتسارعة
" الحركة المتسارعة تعنى :
الجسيم يتحرك بسرعة تزايدية إلى الأمام
أو بسرعة تناقصية إلى الخلف "
ع حـ < ٠ للحركة التقصيرية
" الحركة التقصيرية تعنى :
الجسيم يتحرك بسرعة تزايدية إلى الخلف
أو بسرعة تناقصية إلى الأمام "

استنتاج العجلة عندما يكون متجه السرعة دالة فى الموضع :
إذا كانت : ع = د (س) ، س = د (ن) فإن :
باستخدام قاعدة السلسلة نستنتج : $\frac{ءع}{ءن} = \frac{ءع}{ءس} \times \frac{ءس}{ءن}$
أى أن : $حـ = ع \times \frac{ءع}{ءس}$
و هى صورة أخرى للعجلة يمكن استخدامها عندما يكون متجه السرعة $\overleftarrow{ع}$ دالة فى الموضع $\overleftarrow{س}$

أحمد الشتوري

دراسة الأشكال البيانية لحركة جسم :

أولاً : دراسة سلوك الدالة :

لدراسة سلوك الدالة : ف = ن^{٣} − ٦ ن^{٢} + ٩ ن

نوجد : ع = ءف / ءن = ٣ ن^{٢} − ١٢ ن + ٩ = ٣ (ن − ١) (ن − ٣)

بوضع : ع = ٠ يكون : ن = ١ ، ن = ٣

بدراسة إشارة ع كما بالشكل التالى نجد :

ن	٠	١		٣	∞
إشارة ع = د$'$(ن)	+ +	٠	− −	٠	+ +
سلوك ف = د(ن)	تزايدية		تناقصية		تزايدية
ف = د(ن)		٤		٠	
		قيمة عظمى محلية		قيمة صغرى محلية	

(١) تزايد و تناقص الدالة :

[١] الدالة ف = د(ن) تزايدية فى] ٠ ، ١ [،] ٣ ، ∞ [

[٢] الدالة ف = د(ن) تناقصية فى] ١ ، ٣ [

(٢) نقط القيم العظمى و الصغرى المحلية :

[١] للدالة ف = د(ن) نقطة قيمة عظمى محلية عند : ن = ١

حيث عند : ن < ١ تكون : الدالة تزايدية

، عند : ن > ١ تكون : الدالة تناقصية

[٢] للدالة ف = د(ن) نقطة قيمة صغرى محلية عند : ن = ٣

حيث عند : ن < ٣ تكون : الدالة تناقصية

، عند : ن > ٣ تكون : الدالة تزايدية

نوجد : حـ = ء^{٢}ف / ءن^{٢} = ءع / ءن = ٦ ن − ١٢ = ٦ (ن − ٢)

بوضع : حـ = ٠ يكون : ن = ٢

بدراسة إشارة حـ كما بالشكل التالى نجد :

ن	٠	٢	∞
إشارة حـ = د$''$(ن)	− − − −	٠	+ + + +
تحدب ف = د(ن)	لأعلى		لأسفل
ف = د(ن)		٢	
		نقطة إنقلاب	

(٣) تحدب منحنى الدالة و نقط الانقلاب :

[١] فى] ٠ ، ٢ [: يكون منحنى الدالة ف(ن) محدباً لأعلى

لأن : المشتقة الثانية للدالة ف(ن) سالبة أى : حـ < ٠

[٢] فى] ٢ ، ∞ [: يكون منحنى الدالة ف(ن) محدباً لأسفل

لأن : المشتقة الثانية للدالة ف(ن) موجبة أى : حـ > ٠

[٣] عند : ن = ٢ تنعدم المشتقة الثانية للدالة ف(ن) موجبة

أى : حـ = ٠ ، يتغير تحدب المنحنى

لذا تسمى النقطة (٢ ، ٢) نقطة انقلاب

طريقة أخرى لتحديد نقط القيم العظمى و الصغرى المحلية :

نلاحظ عند : ن = ١ ، ن = ٣

تنعدم المشتقة الأولى للدالة ف(ن) أى : ءف / ءن = ٠ و بالتالى : ع = ٠

" ميل المماس = ٠ (المماس أفقى) " كما يكون :

[أ] عند : ن = ١ تكون المشتقة الثانية للدالة ف(ن) سالبة أى :

ء^{٢}ف / ءن^{٢} < ٠ و بالتالى : حـ < ٠

أحمد الشتوى

لذا تسمى النقطة (١ ، ٤) نقطة قيمة عظمى محلية

[٢] عند : ن = ٣ تكون المشتقة الثانية للدالة ف (ن) موجبة أى :

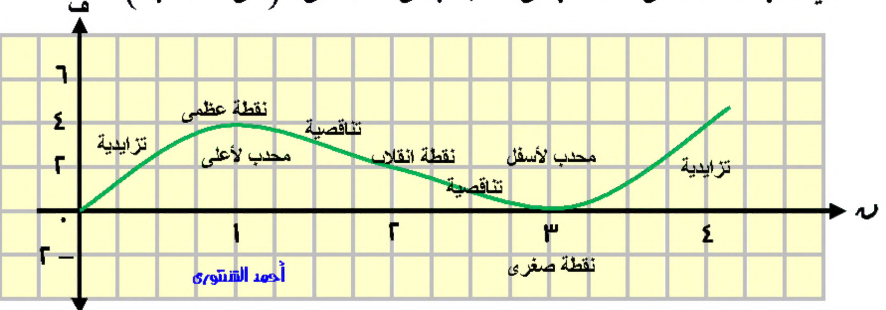
$\frac{ء^2 ف}{ء ن^2} > ٠$ و بالتالى : حـ > ٠

لذا تسمى النقطة (٣ ، ٠) نقطة قيمة صغرى محلية

ثانياً : التمثيل البيانى لمنحنيات دالة ما و المشتقتين الأولى و الثانية لهذه الدالة :

١) المنحنى التالى يمثل : (منحنى الازاحة – الزمن)

حيث : ف = $ن^3 - ٦ ن^2 + ٩ ن = ن (ن - ٣)^2$



و من دراسة سلوك الدالة يوضح الشكل كل من :

(١) تزايد و تناقص الدالة :

[١] الدالة ف = د (ن) تزايدية فى] ٠ ، ١ [،] ٣ ، ∞ [

لاحظ : ميل المماس فى كل فترة موجب حيث :

عند رسم المماس عند كل نقطة تنتمى للفترة نجد أنه يصنع زاوية حادة مع الاتجاه الموجب لمحور ن و بالتالى فإن :

المشتقة الأولى للدالة ف (ن) تكون موجبة أى أن : ع > ٠ .

[٢] الدالة ف = د (ن) تناقصية فى] ١ ، ٣ [

لاحظ : ميل المماس فى كل فترة سالب حيث :

عند رسم المماس عند كل نقطة تنتمى للفترة نجد أنه يصنع زاوية منفرجة مع الاتجاه الموجب لمحور ن و بالتالى فإن :

المشتقة الأولى للدالة ف (ن) تكون سالبة أى أن : ع < ٠ .

(٢) نقط القيم العظمى و الصغرى المحلية :

[١] للدالة ف = د (ن) نقطة قيمة عظمى محلية عند : ن = ١

[٢] للدالة ف = د (ن) نقطة قيمة صغرى محلية عند : ن = ٣

(٣) تحدب منحنى الدالة و نقط الانقلاب :

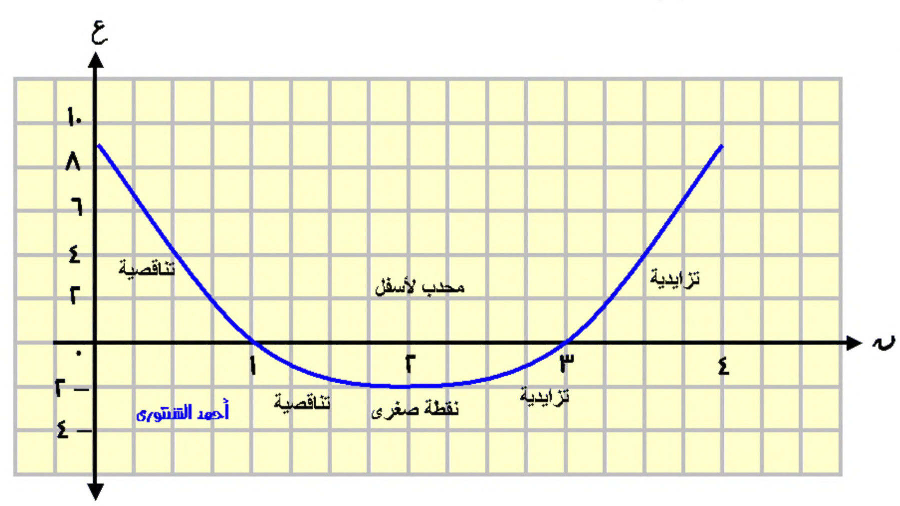
[١] فى] ٠ ، ٢ [: يكون منحنى الدالة ف (ن) محدباً لأعلى

[٢] فى] ٢ ، ∞ [: يكون منحنى الدالة ف (ن) محدباً لأسفل

[٣] النقطة (٢ ، ٢) نقطة انقلاب

٢) المنحنى التالى يمثل : (منحنى السرعة – الزمن)

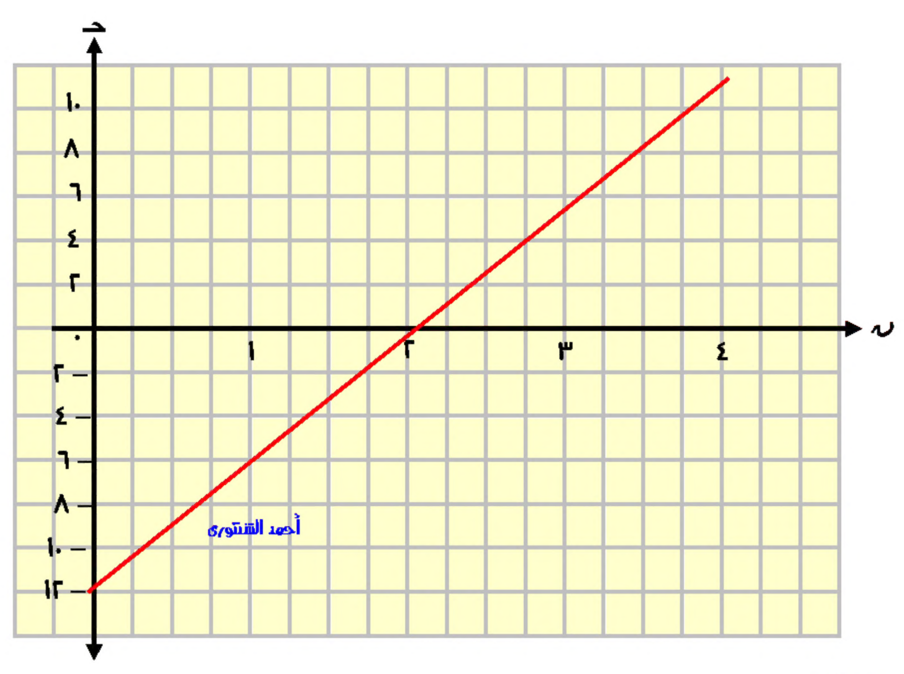
حيث : ع = $\frac{ءف}{ءن} = ٣ ن^2 - ١٢ ن + ٩ = ٣ (ن - ١) (ن - ٣)$



٣) المنحنى التالى يمثل : (منحنى العجلة – الزمن)

حيث : حـ = $\frac{ء^2 ف}{ء ن^2} = \frac{ءع}{ءن} = ٦ ن - ١٢ = ٦ (ن - ٢)$

أحمد الشتوى



ملاحظات :

(١) من دراسة سلوك الدالة يمكن دراسة و تمثيل المشتقة الأولى للدالة بيانياً أو العكس بمعنى من المشتقة الأولى للدالة يمكن دراسة و تمثيل الدالة الأصلية بيانياً

(٢) الازاحة عند لحظة زمنية ن هى :

الاحداثى الرأسى (محور ف) للنقطة التى احداثيها الأفقى ن

(٣) الازاحة خلال فترة ما هى المساحة المحصورة بين منحنى (السرعة – الزمن) و محور (ن)

(٤) المسافة هى مجموع القيم المطلقة للازاحات المختلفة عند كل تغير فى اتجاه الحركة

(٥) المسافة خلال فترة ما هى مجموع القيم المطلقة للازاحات المختلفة خلال هذه الفترة

(٦) من منحنى الدالة : ف = د (ن) نجد :

[١] إذا كان المنحنى متزايد فإن الحركة تكون فى الاتجاه الموجب و يكون ميل المماس للمنحنى موجب " ع > ٠ "

" الجسم يتحرك للأمام أو لأعلى "

[٢] إذا كان المنحنى متناقص فإن الحركة تكون فى الاتجاه السالب و يكون ميل المماس للمنحنى سالب " ع < ٠ "

" الجسيم يتحرك للخلف أو لأسفل "

[٣] السرعة تنعدم " ع = ٠ " عند نقط القيم العظمى أو الصغرى للمنحنى " و عندها يتغير اتجاه الحركة

لاحظ : ميل منحنى (الازاحة – الزمن) أو (الموضع – الزمن) عند لحظة زمنية ما يساوى سرعة الجسم عند نفس اللحظة

[٤] العجلة تنعدم " حـ = ٠ " عند نقط الانقلاب للمنحنى "

(٧) من منحنى الدالة : ع = د (ن) نجد :

[١] إذا كان المنحنى يقع أعلى محور (ن) فإن السرعة تكون موجبة أى أن : الجسم يتحرك فى نفس اتجاه الحركة

[٢] إذا كان المنحنى يقع أسفل محور (ن) فإن السرعة تكون سالبة أى أن : الجسم يتحرك فى عكس اتجاه الحركة

[٣] السرعة تنعدم " ع = ٠ " عند نقط التقاطع مع محور (ن)

[٤] إذا كان المنحنى متزايد فإن ميل المماس يكون موجب و بالتالى تكون العجلة موجبة " حـ > ٠ "

[٥] إذا كان المنحنى متناقص فإن ميل المماس يكون سالب و بالتالى تكون العجلة سالبة " حـ < ٠ "

[٦] العجلة تنعدم " حـ = ٠ " عند نقط القيم العظمى و الصغرى للمنحنى "

لاحظ : ميل منحنى (السرعة – الزمن) = العجلة

[٧] السرعة تتزايد إذا كان المنحنى يقع أعلى محور (ن) و ميله موجب أو أسفل محور (ن) و ميله سالب و تكون : ع حـ > ٠ .

أى أن : حركة الجسم متسارعة

أحمد الشنتورى

[٨] السرعة تباطأ إذا كان المنحنى يقع أعلى محور (ن) و ميله سالب
أو أسفل محور (ن) و ميله موجب و تكون : ع حـ < ٠ .
أى أن : حركة الجسم تقصيرية

(٨) من منحنى الدالة : حـ = د (ن) نجد :
[١] إذا كان المنحنى يقع أعلى محور (ن) فإن العجلة تكون موجبة
[٢] إذا كان المنحنى يقع أسفل محور (ن) فإن العجلة تكون سالبة
[٣] العجلة تنعدم عند نقط تقاطع المنحنى مع محور (ن)

(٩) الجسم يتحرك على خط مستقيم
و لا يتحرك على من المنحنيات السابقة

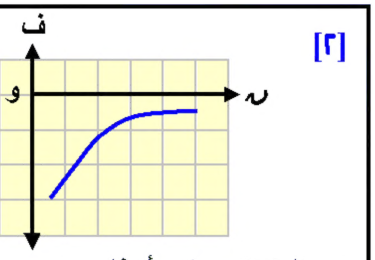
دراسة بعض الأشكال لحركة جسم من خلال (منحنى الازاحة – الزمن) :

(١) فى الشكلين التاليين :

[١]

∵ المنحنى يقع أعلى محور ن
∴ ف > ٠ .
∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب
∴ ع > ٠ . ∴ الجسم يتحرك فى نفس اتجاه الحركة
، ∵ ف ع > ٠ . ∴ الجسم يبتعد عن نقطة بدء الحركة
، ∵ المنحنى محدب لأعلى
∴ حـ < ٠ . ∴ ع حـ < ٠ .
∴ الحركة تقصيرية

[٢]



∵ المنحنى يقع أسفل محور ن
∴ ف < ٠ .
∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب
∴ ع > ٠ . ∴ الجسم يتحرك فى نفس اتجاه الحركة
، ∵ ف ع < ٠ . ∴ الجسم يقترب من نقطة بدء الحركة
، ∵ المنحنى محدب لأعلى
∴ حـ < ٠ . ∴ ع حـ < ٠ .
∴ الحركة تقصيرية

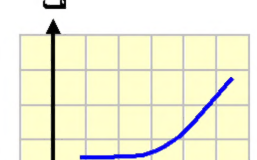
(٢) [١] فى الشكل المقابل :
∵ المنحنى يقع أعلى محور ن ∴ ف > ٠ .
، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب
∴ ع < ٠ . ∴ الجسم يتحرك فى عكس اتجاه الحركة
، ∵ ف ع < ٠ .
∴ الجسم يقترب من نقطة بدء الحركة

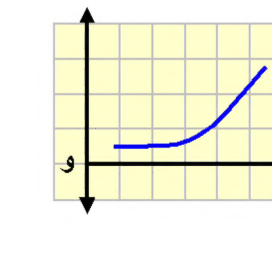
[٢] إذا كان : المنحنى يقع أسفل محور ن ∴ ف < ٠ .
، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب
∴ ع < ٠ . ∴ الجسم يتحرك فى عكس اتجاه الحركة
، ∵ ف ع > ٠ . ∴ الجسم يبتعد عن نقطة بدء الحركة
، و فى كلا الحالتين : ∵ المنحنى محدب لأعلى ∴ حـ < ٠ .
∴ ع حـ > ٠ . ∴ الحركة متسارعة

(٣) [١] فى الشكل المقابل :
∵ المنحنى يقع أعلى محور ن ∴ ف > ٠ .
، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب
∴ ع < ٠ . ∴ الجسم يتحرك فى عكس اتجاه الحركة
، ∵ ف ع < ٠ .
∴ الجسم يقترب من نقطة بدء الحركة

[٢] إذا كان : المنحنى يقع أسفل محور ن ∴ ف < ٠ .
، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب
∴ ع < ٠ . ∴ الجسم يتحرك فى عكس اتجاه الحركة
، ∵ ف ع > ٠ . ∴ الجسم يبتعد عن نقطة بدء الحركة
، و فى كلا الحالتين : ∵ المنحنى محدب لأسفل ∴ حـ > ٠ .
∴ ع حـ < ٠ . ∴ الحركة تقصيرية

(٤) [أ] فى الشكل المقابل :





∵ المنحنى يقع أعلى محور ن ∴ ف > ٠

∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب

∴ ع > ٠ ∴ الجسم يتحرك فى نفس اتجاه الحركة

، ∵ ف ع > ٠

∴ الجسم يبتعد عن نقطة بدء الحركة

[ب] إذا كان : المنحنى يقع أسفل محور ن ∴ ف < ٠

، ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب

∴ ع > ٠ ∴ الجسم يتحرك فى نفس اتجاه الحركة

، ∵ ف ع < ٠ ∴ الجسم يقترب من نقطة بدء الحركة

، و فى كلا الحالتين : ∵ المنحنى محدب لأسفل ∴ حـ > ٠

∴ ع حـ > ٠ ∴ الحركة متسارعة

(٥) فى الشكل المقابل :

∵ المنحنى يمثل دالة ثابتة

∴ الميل = ٠

∴ ع = ٠

∴ الجسم متوقف

(٦) [أ] الشكل المقابل يمثل منحنى يقع أعلى محور ن ∴ ف > ٠

∵ المنحنى يمثل دالة خطية ∴ منحنى ع دالة ثابتة ∴ حـ = ٠

، ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل > ٠ ∴ ع > ٠

∴ الجسيم يتحرك فى نفس اتجاه الحركة بسرعة منتظمة

، ∵ ف ع > ٠ ∴ الجسم يبتعد عن نقطة بدء الحركة

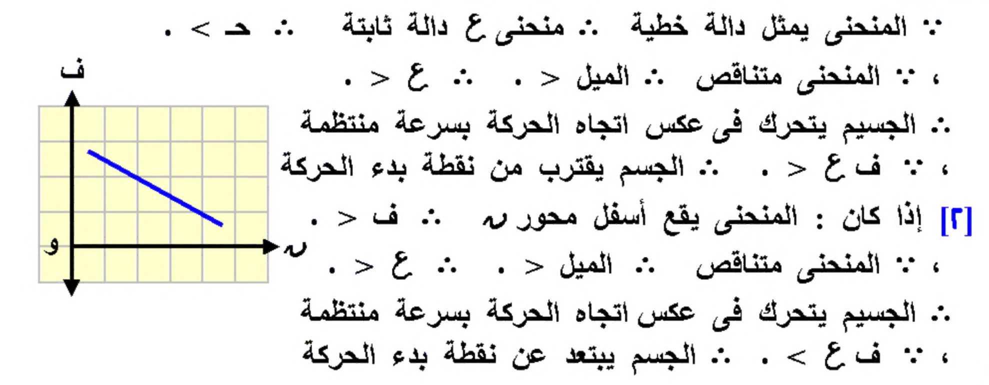
[ب] إذا كان : المنحنى يقع أسفل محور ن ∴ ف < ٠

، ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل > ٠ ∴ ع > ٠

∴ الجسيم يتحرك فى نفس اتجاه الحركة بسرعة منتظمة

، ∵ ف ع < ٠ ∴ الجسم يقترب من نقطة بدء الحركة

(٧) [أ] الشكل المقابل يمثل منحنى يقع أعلى محور ن ∴ ف > ٠



∵ المنحنى يمثل دالة خطية ∴ منحنى ع دالة ثابتة ∴ حـ > ٠

، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل < ٠ ∴ ع < ٠

∴ الجسيم يتحرك فى عكس اتجاه الحركة بسرعة منتظمة

، ∵ ف ع < ٠ ∴ الجسم يقترب من نقطة بدء الحركة

[ب] إذا كان : المنحنى يقع أسفل محور ن ∴ ف < ٠

، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل < ٠ ∴ ع < ٠

∴ الجسيم يتحرك فى عكس اتجاه الحركة بسرعة منتظمة

، ∵ ف ع > ٠ ∴ الجسم يبتعد عن نقطة بدء الحركة

ملخص ما سبق بالجدول التالى :

منحنى ف = د (ن) دالة تربيعية أو تكعيبية أو		
إذا كان : المنحنى يقع	أعلى محور ن فإن : ف > ٠	أسفل محور ن فإن : ف < ٠
إذا كان : المنحنى	متزايد فإن : ع > ٠ ، و الجسم يتحرك فى نفس اتجاه الحركة	متناقص فإن : ع < ٠ ، و الجسم يتحرك فى عكس اتجاه الحركة
إذا كان :	ف ع > ٠ فإن : الجسم يبتعد عن نقطة بدء الحركة	ف ع < ٠ فإن : الجسم يقترب من نقطة بدء الحركة
إذا كان : المنحنى	محدب لأسفل فإن : حـ > ٠	محدب لأعلى فإن : حـ < ٠
إذا كان :	ع حـ > ٠ فإن : الحركة متسارعة	ع حـ < ٠ فإن : الحركة تقصيرية



إذا كان : منحنى ف = د (ن) دالة خطية فإن : منحنى ع (ن) يمثل دالة ثابتة		
إذا كان : المنحنى يقع	أعلى محور ن فإن : ف > ٠ .	أسفل محور ن فإن : ف < ٠ .
إذا كان : المنحنى	متزايد فإن : ع > ٠ . ، و الجسم يتحرك بسرعة منتظمة فى نفس اتجاه الحركة	متناقص فإن : ع < ٠ . ، و الجسم يتحرك بسرعة منتظمة فى عكس اتجاه الحركة
إذا كان :	ف ع > ٠ . فإن : الجسم يبتعد من نقطة بدء الحركة	ف ع < ٠ . فإن : الجسم يقترب عن نقطة بدء الحركة
إذا كان : منحنى ف = د (ن) دالة ثابتة فإن : ع = ٠ ∴ الجسم متوقف		

دراسة بعض الأشكال لحركة جسم من خلال (منحنى السرعة – الزمن) :

(١) [أ] فى الشكل المقابل :

∵ المنحنى يقع أعلى محور ن ∴ ع > ٠ .

، ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب

∴ حـ > ٠ . ∴ ع حـ > ٠ .

∴ الحركة متسارعة

" لاحظ أن : مقدار السرعة يتزايد "

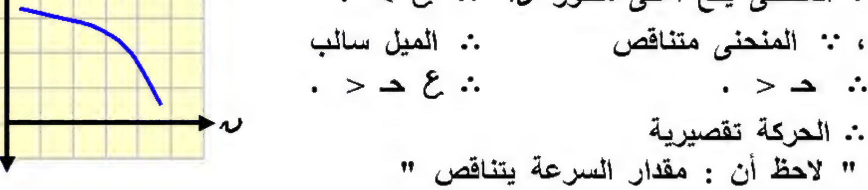
[٢] إذا كان : المنحنى يقع أسفل محور ن ∴ ع < ٠ .

، ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب ∴ حـ > ٠ .

∴ ع حـ < ٠ . ∴ الحركة تقصيرية

" لاحظ أن : مقدار السرعة يتناقص "



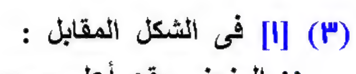


(٢) [أ] فى الشكل المقابل :

∵ المنحنى يقع أعلى محور ن ∴ ع > ٠ .

، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب

∴ حـ < ٠ . ∴ ع حـ < ٠ .



∴ الحركة تقصيرية

" لاحظ أن : مقدار السرعة يتناقص "

(٣) [أ] فى الشكل المقابل :

∵ المنحنى يقع أعلى محور ن ∴ ع > ٠ .

، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب

∴ حـ < ٠ . ∴ ع حـ < ٠ .

∴ الحركة تقصيرية

" لاحظ أن : مقدار السرعة يتناقص "

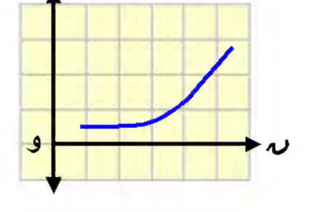
[٢] إذا كان : المنحنى يقع أسفل محور ن ∴ ع < ٠ .

، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب ∴ حـ < ٠ .

∴ ع حـ > ٠ . ∴ الحركة متسارعة

" لاحظ أن : مقدار السرعة يتزايد "

(٤) [أ] فى الشكل المقابل :



∵ المنحنى يقع أعلى محور ن ∴ ع > ٠ .

، ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب

∴ حـ > ٠ . ∴ ع حـ > ٠ .

∴ الحركة متسارعة

" لاحظ أن : مقدار السرعة يتزايد "

[٢] إذا كان : المنحنى يقع أسفل محور ن ∴ ع < ٠ .

، ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل مودب ∴ حـ > ٠ .

∴ ع حـ < ٠ . ∴ الحركة تقصيرية

" لاحظ أن : مقدار السرعة يتناقص "

(٥) [١] فى الشكل المقابل :

∵ المنحنى يقع أعلى محور ن ∴ ع > ٠

، ∵ دالة المنحنى ثابتة ∴ الميل = ٠ ∴ جـ = ٠

∴ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة (ثابتة) فى نفس اتجاه الحركة

[٢] إذا كان : المنحنى يقع أسفل محور ن ∴ ع < ٠

∴ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة (ثابتة) فى عكس اتجاه الحركة

(٧) فى الشكل المقابل :

∵ المنحنى يقع على محور ن

∴ ع = ٠

∴ الجسم متوقف

(٨) [١] فى الشكل المقابل :

∵ المنحنى يقع أعلى محور ن ∴ ع > ٠

، ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب

∴ جـ > ٠ ∴ ع جـ > ٠

∴ الحركة متسارعة

" لاحظ أن : مقدار السرعة يتزايد "

[٢] إذا كان : المنحنى يقع أسفل محور ن ∴ ع < ٠

، ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب ∴ جـ > ٠

∴ ع جـ < ٠ ∴ الحركة تقصيرية

" لاحظ أن : مقدار السرعة يتناقص "

(٩) [١] فى الشكل المقابل :

∵ المنحنى يقع أعلى محور ن ∴ ع > ٠

، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب

∴ جـ < ٠ ∴ ع جـ < ٠

∴ الحركة تقصيرية

" لاحظ أن : مقدار السرعة يتناقص "

[٢] إذا كان : المنحنى يقع أسفل محور ن ∴ ع < ٠

، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب

∴ جـ < ٠ ∴ ع جـ > ٠

∴ الحركة متسارعة

" لاحظ أن : مقدار السرعة يتزايد "

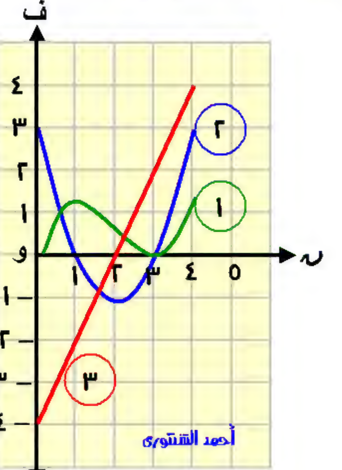
ملخص ما سبق بالجدول التالى :

منحنى ع = د (ن) دالة تربيعية أو تكعيبية أو		
إذا كان : المنحنى يقع	أعلى محور ن فإن : ع > ٠	أسفل محور ن فإن : ع < ٠
إذا كان : المنحنى	متزايد فإن : جـ > ٠	متناقص فإن : جـ < ٠
إذا كان :	ع جـ > ٠ فإن : الحركة متسارعة	ع جـ < ٠ فإن : الحركة تقصيرية

إذا كان : منحنى ع = د (ن) دالة خطية فإن : منحنى جـ (ن) يمثل دالة ثابتة		
إذا كان : المنحنى يقع	أعلى محور ن فإن : ع > ٠	أسفل محور ن فإن : ع < ٠
إذا كان : المنحنى	متزايد فإن : جـ > ٠	متناقص فإن : جـ < ٠
إذا كان :	ع جـ > ٠ فإن : الحركة متسارعة	ع جـ < ٠ فإن : الحركة تقصيرية
إذا كان : منحنى ع = د (ن) دالة ثابتة فإن : جـ = ٠		
إذا كان : المنحنى يقع	أعلى محور ن فإن : الجسم يتحرك بسرعة منتظمة فى نفس اتجاه الحركة	أسفل محور ن فإن : الجسم يتحرك بسرعة منتظمة فى عكس اتجاه الحركة

أحمد الشتوى

تحديد منحنيات (الموضع – الزمن) ، (السرعة – الزمن) ، (العجلة – الزمن) من شكل :



بملاحظة الشكل المقابل نجد :

بالنسبة للمنحنى (١) :

عند ن = ١ توجد قيمة عظمى

، عند ن = ٣ توجد قيمة صغرى

بالنسبة للمنحنى (٢) :

عند ن = ٢ توجد قيمة صغرى

بالنسبة للمنحنى (٣) :

لا توجد قيم عظمى أو صغرى

∴ درجة دالة المنحنى (١) =

درجة دالة المنحنى (٢) + ١ ،

درجة دالة المنحنى (٢) = درجة دالة المنحنى (٣) + ١

∴ المنحنى (١) يمثل منحنى الموضع – الزمن ،

المنحنى (٢) يمثل منحنى السرعة – الزمن ،

المنحنى (٣) يمثل منحنى العجلة – الزمن

و بطريقة أخرى :

بالنسبة للمنحنى (١) :

فى] ٠ ، ١ [،] ٣ ، ٤ [: المنحنى متزايد ، و ميل المماس موجب

∴ مشتقة دالته تقع أعلى محور ن فى هاتين الفترتين

عند ن = ١ ، ن = ٣ : المماس أفقى

∴ قيمة مشتقة دالته عند هاتين النقطتين = ٠ .

فى] ١ ، ٣ [: المنحنى متناقص ، و ميل المماس سالب

∴ مشتقة دالته تقع أسفل محور ن فى هذه الفترة

و المنحنى (٢) يحقق ذلك

∴ درجة دالة المنحنى (١) = درجة دالة المنحنى (٢) + ١

بالنسبة للمنحنى (٢) بالإضافة لما سبق و ما حققه نلاحظ :

فى] ٠ ، ٢ [: المنحنى متناقص ، و ميل المماس سالب

∴ مشتقة دالته تقع أسفل محور ن فى هذه الفترة

عند ن = ١ : المماس أفقى

∴ قيمة مشتقة دالته عند هذه النقطة = ٠ .

فى] ٣ ، ٤ [: المنحنى متزايد ، و ميل المماس موجب

∴ مشتقة دالته تقع أعلى محور ن فى هذه الفترة

و المنحنى (٣) يحقق ذلك

∴ درجة دالة المنحنى (٢) = درجة دالة المنحنى (٣) + ١

مما سبق يتضح : المنحنى (١) يمثل منحنى الموضع – الزمن ،

المنحنى (٢) يمثل منحنى السرعة – الزمن ،

المنحنى (٣) يمثل منحنى العجلة – الزمن

إجابة تفكير ناقد صفحة ١٣١

كيف نحسب من المنحنى السابق السرعة – الزمن فى مثال (١) المسافة المقطوعة خلال رحلة الحجر حتى عودته إلى نقطة القذف و كذلك ازاحته خلال هذا الزمن ؟

الحل

المسافة = المساحة $م_١$ + المساحة $م_٢$

= $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٤٩ + $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٤٩

= ١٢٢,٥ + ١٢٢,٥ = ٢٤٥ متر

الازاحة = المساحة $م_١$ − المساحة $م_٢$

= $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٤٩ − $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٤٩

= ١٢٢,٥ − ١٢٢,٥ = صفر

حل آخر

من العلاقة المعطاة :

∵ س = ٤٩ ن − ٤,٩ $ن^٢$ ∴ ف = ٤٩ ن − ٤,٩ $ن^٢$

المسافة المقطوعة = | ف (٥) − ف (٠) | + | ف (١٠) − ف (٥) |

= | ١٢٢,٥ − ٠ | + | ٠ − ١٢٢,٥ | = ١٢٢,٥ + ١٢٢,٥

= ٢٤٥ متر

الازاحة = | ف (٥) − ف (٠) | − | ف (١٠) − ف (٥) |

= | ١٢٢,٥ − ٠ | − | ٠ − ١٢٢,٥ | = ١٢٢,٥ − ١٢٢,٥ = صفر

إجابة حاول أن تحل (أ) صفحة ١٣١

جسيم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كان موضعه $\overleftarrow{س}$ عند أى لحظة زمنية يعطى بالعلاقة $\overleftarrow{س}$ (ن) = ($ن^٢$ − ٤ ن + ٣) $\overleftarrow{ى}$ حيث س مقاسة بالمتر ، ن بالثانية ، $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة الجسيم

(أ) أوجد ازاحة الجسيم خلال الثوانى الثلاث الأولى

(ب) أوجد متجه السرعة المتوسطة للجسيم عندما ن ∈ [٠ ، ٢]

(حـ) أوجد سرعة الجسيم عندما ن = ٤

(ء) من خلال منحنى السرعة − الزمن ، منحنى الموضع − الزمن قم بتحليل حركة الجسيم و بين متى يغير الجسيم اتجاه حركته

الحل

$\overleftarrow{س}$ = $(٠)^٢$ − ٤ × ٠ + ٣ = ٣ بالمثل : $\overleftarrow{س}_٣$ = ٠ ، $\overleftarrow{س}_٢$ = −١

(أ) $\overleftarrow{ف}_٣$ = $\overleftarrow{س}_٣$ − $\overleftarrow{س}$ = (٠ − ٣) $\overleftarrow{ى}$ = − ٣ $\overleftarrow{ى}$ أى أن :

ازاحة الجسيم خلال الثوانى الثلاث الأولى = ٣ متر فى عكس اتجاه حركته

(ب) متجه السرعة المتوسطة = $\frac{\overleftarrow{س}_٢ - \overleftarrow{س}}{٢ - ٠}$ = − ٢ $\overleftarrow{ى}$

(حـ) $\overleftarrow{ع}$ = $\frac{ء \overleftarrow{س}}{ء ن}$ = (٢ ن − ٤) $\overleftarrow{ى}$

و عندما : ن = ٤ فإن : $\overleftarrow{ع}$ = ٤ $\overleftarrow{ى}$

(ء) الشكلان المقابلان يوضحان :
منحنى السرعة − الزمن ،
منحنى الموضع − الزمن

من منحنى الموضع − الزمن :

(١) عند بدء الحركة يكون متجه موضع الجسيم هو ٣ $\overleftarrow{ى}$ من نقطة ثابتة (و)

(٢) يتحرك الجسيم نحو (و) و يصل إليها عند : ن = ١ ثم يتحرك خلف (و)

(٣) يسكن الجسيم لحظياً عند : ن = ٢

(٤) يغير الجسيم اتجاه حركته بعد : ن = ٢

(٥) يصل الجسيم لنفس النقطة الثابتة (و) عند : ن = ٢ و يتجاوزها فى الاتجاه المضاد للحركة الذى بدأ فيه

(٦) بدأ الجسيم الحركة بتسارع ثم تباطأ حتى سكن عند لحظياً ن = ٢ ثم تسارع مرة أخرى

من منحنى السرعة − الزمن :

(١) عند بدء الحركة كانت سرعة الجسيم ٤ م / ث

(٢) تتناقص سرعة الجسيم خلال الفترة الزمنية [٠ ، ٢] حتى يسكن لحظياً عند : ن = ٢ ثم يغير اتجاه حركته بعدها

(٣) تتزايد سرعة الجسيم خلال الفترة الزمنية] ٢ ، ∞ [فى الاتجاه المضاد للحركة الذى بدأ فيه

(٤) ميل الخط المستقيم = عجلة الجسيم = ½ " ثابتة أى : حـ موجبة "

(٥) سرعة الجسيم [٠ ، ٢] سالبة " المنحنى يقع أسفل محور (ن)
، حـ موجبة لذا فهو يتحرك حركة تقصيرية خلال الفترة الزمنية [٠ ، ٢]

(٦) سرعة الجسيم [٠ ، ٢] موجبة " المنحنى يقع أعلى محور (ن)
، حـ موجبة لذا فهو يتحرك حركة متسارعة خلال الفترة الزمنية [٠ ، ٢]

إجابة تفكير ناقد صفحة ١٣٣

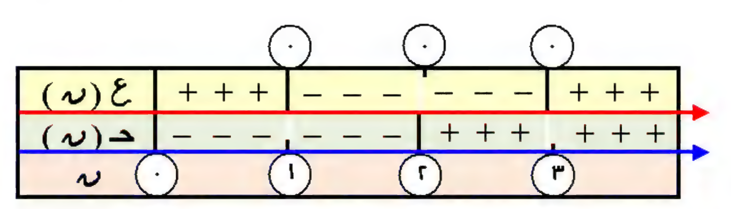
مستعيناً بالشكل السابق بين فترات التسارع و فترات التقصير لحركة الجسيم

الحل

∵ ع تقع أعلى محور (ن) فى [٠ ، ١ [،] ٣ ، ∞ [
، أسفل محور (ن) فى] ٢ ، ٣ [
∴ ع > ٠ فى [٠ ، ١ [،] ٣ ، ∞ [، ع < ٠ فى] ٢ ، ٣ [
، ∵ حـ تقع أسفل محور (ن) فى [٠ ، ٢ [
، تقع أعلى محور (ن) فى] ٣ ، ∞ [
∴ حـ < ٠ فى [٠ ، ٢ [، حـ > ٠ فى] ٣ ، ∞ [
∴ ع حـ > ٠ فى] ١ ، ٢ [،] ٣ ، ∞ [
∴ فترات التسارع هى :] ١ ، ٢ [،] ٣ ، ∞ [
، ع حـ < ٠ فى [٠ ، ١ [،] ٢ ، ٣ [
∴ فترات التقصير هى : [٠ ، ١ [،] ٢ ، ٣ [

حل آخر

بدراسة إشارة كل من ع ، حـ نجد : ع = ٣ن^2 − ١٢ن + ٩
∴ ع = ٣ (ن^2 − ٤ن + ٣) = ٣ (ن − ٣) (ن − ١) ،
، حـ = ٦ن − ١٢ = ٦ (ن − ٢)



∴ فترات التسارع هى :] ١ ، ٢ [،] ٣ ، ∞ [لأن : ع ، حـ لهما نفس الاشارة
، فترات التقصير هى : [٠ ، ١ [،] ٢ ، ٣ [لأن : ع ، حـ مختلفا الاشارة

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ١٣٣

إذا كان متجه سرعة جسيم ع يعطى كدالة فى الزمن بالعلاقة :
ع (ن) = − (ن^2 − ٦ن + ٥) ى حيث ى متجه وحدة فى اتجاه حركة الجسم

(أ) متى يغير الجسيم حركته ؟
(ب) متى تزداد سرعة الجسيم و متى تتناقص ؟
(حـ) أوجد عجلة حركة الجسيم عندما تنعدم السرعة

الحل

(أ) يغير الجسيم حركته عندما يسكن لحظياً أى عندما : ع = ٠
∴ − (ن^2 − ٦ن + ٥) = ٠ ∴ − (ن − ١) (ن − ٥) = ٠
∴ ن = ١ ، ن = ٥
∴ يغير الجسيم حركته عند : ن = ١ ، عند : ن = ٥

(ب) حـ = دع / دن = − (٢ن − ٦) ى
∴ حـ = − (٢ن − ٦)
= − ٢ (ن − ٣)

حـ (ن)	+ + +	− − −
ن	٠	٣

∴ حـ > ٠ فى [٠ ، ٣ [، حـ < ٠ فى] ٣ ، ∞ [
∴ ع تزداد فى [٠ ، ٣ [∴ ع تتناقص فى] ٣ ، ∞ [

(حـ) ∵ ع = ٠ عندما : ن = ١ ، ن = ٥

∴ عند : ن = ١ فإن : حـ = ٤ ى

، عند : ن = ١ فإن : حـ = − ٤ ى

إجابة تفكير ناقد صفحة ١٣٤

الشكل المرفق يبين سرعة جسيم ع = د (ن) يتحرك فى خط مستقيم

(أ) متى يتحرك الجسيم للأمام و متى يتحرك للخلف ؟ و متى تتزايد سرعته و متى تتباطأ ؟

(ب) متى تكون عجلة الحركة موجبة ؟ و متى تكون سالبة ؟ و متى تنعدم ؟

(حـ) متى تصل سرعة الجسيم إلى قيمتها العظمى ؟

(ء) متى يتوقف الجسيم لمدة أكثر من ثانية ؟

الحل

(أ) ∵ المنحنى يقع أعلى محور (ن) " ع > ٠ " فى كل من : [٠ ، ١ [،] ٦ ، ٧ [

∴ الجسيم يتحرك للأمام فى كل من [٠ ، ١ [،] ٦ ، ٧ [

∵ المنحنى يقع أسفل محور (ن) " ع < ٠ " فى] ١ ، ٥ [

∴ الجسيم يتحرك للخلف فى] ١ ، ٥ [

∵ المنحنى يقع أعلى محور (ن) و ميله موجب " حـ > ٠ " فى] ٥ ، ٦ [

، يقع أسفل محور (ن) و ميله سالب " حـ < ٠ " فى] ١ ، ٢ [

∴ سرعة الجسيم تتزايد فى كل من] ١ ، ٢ [،] ٥ ، ٦ [

∵ المنحنى يقع أعلى محور (ن) و ميله سالب فى كل من [٠ ، ١ [،] ٦ ، ٧ [، يقع أسفل محور (ن) و ميله موجب فى] ٣ ، ٥ [

∴ سرعة الجسيم تباطأ فى كل من [٠ ، ١ [،] ٣ ، ٥ [،] ٦ ، ٧ [

(ب) ∵ المنحنى متزايد فى] ٣ ، ٦ [∴ عجلة الجسيم موجبة فى] ٣ ، ٦ [

∵ المنحنى متناقص فى كل من [٠ ، ٢ [،] ٦ ، ٧ [

∴ عجلة الجسيم سالبة فى كل من [٠ ، ٢ [،] ٦ ، ٧ [

∵ للمنحنى قيم عظمى عند كل من ن = ٠ ، ن = ٦ ، و قيمة صغرى فى] ٢ ، ٣ [

∴ عجلة الجسيم تنعدم عند كل من ن = ٠ ، ن = ٦ ، و فى] ٢ ، ٣ [

(حـ) ∵ للمنحنى قيم عظمى عند كل من ن = ٠ و عندها ع = ٢ ، ن = ٦ و عندها ع = ١

∴ تصل سرعة الجسيم إلى قيمتها العظمى عند ن = ٠

(ء) يتوقف الجسيم لمدة أكثر من ثانية فى] ٧ ، ٩ [

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ١٣٤

جسيم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت العلاقة بين ع ، س تعطى فى الصورة $ع = \frac{٥}{٤ + س}$ حيث ع مقاسة بوحدة م/ث ، س مقاسة بالمتر

أوجد عجلة الحركة عندما س = ٢ متر

الحل

∵ $ع = ٥ (٤ + س)^{-١}$

∴ $حـ = ع \times \frac{ءع}{ءس} = ٥ (٤ + س)^{-١} \times [- ٥ (٤ + س)^{-٢}]$

∴ $حـ = \frac{-٢٥}{(٤ + س)^{٣}}$ ، عندما س = ٢ فإن : $حـ = - \frac{٢٥}{٢١٦}$ م/ث²

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ١٣٥

يتحرك جسيم فى خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى لمتجه سرعته ع فى علاقة مع القياس الجبرى لمتجه موضعه س معطاة بالصورة :

$\text{ع}^{٢} = \frac{١}{٨(٤ - \text{س}^{٢})}$ أوجد حـ بدلالة س حيث حـ القياس الجبرى لعجلة الحركة ثم أوجد أصغر سرعة للجسيم المتحرك

الحل

∵ $\text{ع}^{٢} = \frac{١}{٨(٤ - \text{س}^{٢})}$ حيث : س ∈]-٢ ، ٢[

∴ $\text{ع}^{٢} = \frac{١}{٨}(٤ - \text{س}^{٢})^{-١}$ بالاشتقاق بالنسبة إلى س ينتج :

$٢\text{ع} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}} = -\frac{١}{٨}(٤ - \text{س}^{٢})^{-٢} \times -٢\text{س} = \frac{٢\text{س}}{٨(٤ - \text{س}^{٢})^{٢}}$

∴ $\text{ع} \frac{\text{دع}}{\text{دس}} = \frac{\text{س}}{٨(٤ - \text{س}^{٢})^{٢}}$ ∴ $\text{حـ} = \frac{\text{س}}{٨(٤ - \text{س}^{٢})^{٢}}$

∵ حـ = ٠ عندما : س = ٠ ، بدراسة اشارة حـ كما بالشكل التالى نجد :

س	-٢	٠	٢
إشارة حـ	- -	٠	+ +
ع	تناقصية	X	تزايدية
		قيمة صغرى محلية	

عندما : س > ٠ فإن : حـ > ٠ ، عندما : س < ٠ فإن : حـ < ٠

∴ توجد قيمة صغرى للسرعة ع

" أصغر سرعة " عند : س = ٠ .

∴ عند : س = ٠ فإن : $\text{ع}^{٢} = \frac{١}{٣٢}$

∴ أصغر سرعة للجسيم المتحرك = $\pm \frac{١}{٨}\sqrt{٢}$ وحدة سرعة

حل تمارين (١ - ١) صفحة ١٣٥ بالكتاب المدرسى

تخير الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة

(١) عندما يتحرك جسيم فى خط مستقيم بسرعة ثابتة فإن : عجلته ....

(أ) يزداد (ب) يتناقص (حـ) ثابت لا يساوى الصفر (ء) صفر

(٢) التغير فى متجه موضع جسيم يتحرك فى خط مستقيم يعرف بأنه : ....

(أ) الازاحة (ب) المسافة (حـ) متجه السرعة (ء) متجه العجلة

(٣) جسيم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت : $\text{ع} = ٣\text{هـ}^{\text{ن}+٢}$ فإن : سرعته الابتدائية تساوى ....

(أ) ٣ (ب) هـ (حـ) $٣\text{هـ}^{٢}$ (ء) $\text{هـ}^{٢}$

(٤) جسيم يتحرك فى خط مستقيم و معادلة حركته : س = طا ن فإن : عجلة الحركة حـ تساوى ....

(أ) $\text{قا}^{٢}\text{ن}$ (ب) ٢ قا ن (حـ) ٢ ع س (ء) ع س

(٥) جسيم يتحرك فى خط مستقيم و كانت معادلة حركته :

$\text{س} = ٢ + \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{ن} + ١)$ فإن : ....

(أ) سرعته و عجلة الحركة تتناقصان دائماً

(ب) سرعته و عجلة الحركة تتزايدان دائماً

(حـ) السرعة تتناقص و عجلة الحركة تزداد

(ء) السرعة تتزايد و عجلة الحركة تتناقص

الحل

(١) بفرض أن : ع = م حيث : م ثابت ∴ $\text{حـ} = \frac{\text{دع}}{\text{دن}} = $ صفر

(٢) الازاحة

(٣) ∵ $\text{ع} = ٣\text{هـ}^{\text{ن}+٢}$ ، بوضع : ن = ٠ ∴ $\text{ع} = ٣\text{هـ}^{٢}$

أى أن : سرعة الجسيم الابتدائية = ٣ هـ^{٢}

(٤) ∵ س = ظا ن ∴ ع = $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ = قا^{٢}ن

، حـ = $\frac{\text{ءع}}{\text{ءن}}$ = ٢ قا ن × قا ن ظا ن = ٢ قا^{٢}ن ظا ن = ٢ ع س

(٥) ∵ س = ٢ + لو$_{هـ}$ (ن + ١)

∴ ع = $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ = $\frac{١}{\text{ن} + ١}$ = (ن + ١)$^{-١}$ و منها : السرعة تتناقص

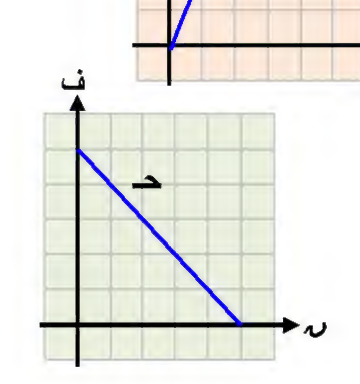
، حـ = $\frac{\text{ءع}}{\text{ءن}}$ = − ١ × (ن + ١)$^{-٢}$ = $\frac{-١}{(\text{ن} + ١)^{٢}}$

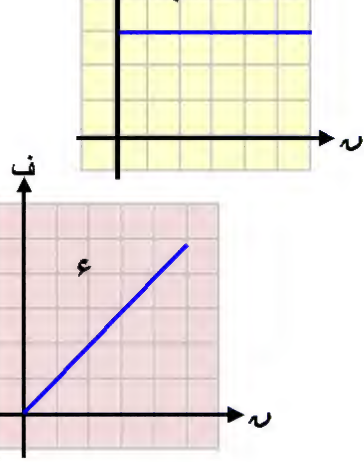
و منها : عجلة الحركة تتزايد أى أن : السرعة تتناقص و عجلة الحركة تزداد

(٦) تخير الرسم البيانى أمام كل جملة من الجمل الآتية :

١) الجسيم متوقف ٢) الجسيم يتحرك للأمام بسرعة ثابتة

٣) الجسيم يرجع للخلف ٤) مقدار سرعة الجسيم تتناقص





الحل

في شكل م :

∵ المنحنى محدب لأعلى ∴ حـ < ٠

∴ ع تتناقص أى أن : مقدار سرعة الجسيم تتناقص

في شكل ب :

∵ المنحنى يمثل دالة ثابتة ∴ الميل = ٠

∴ ع = ٠ ∴ الجسيم متوقف

في شكل حـ :

∵ المنحنى يمثل دالة خطية ∴ منحنى ع دالة ثابتة

، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل < ٠

∴ ع < ٠ ∴ الجسيم يرجع للخلف

في شكل ء :

∵ المنحنى يمثل دالة خطية ∴ منحنى ع دالة ثابتة

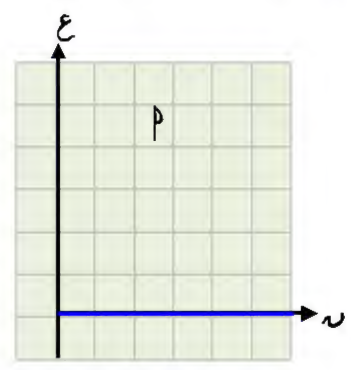
، ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل > ٠

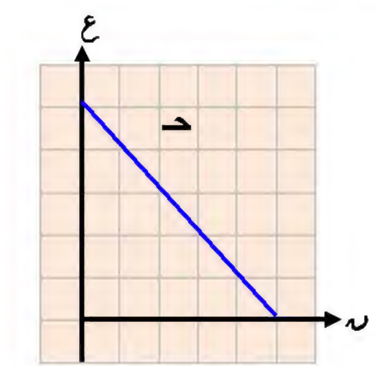
∴ ع > ٠ ∴ الجسيم يتحرك للأمام بسرعة ثابتة

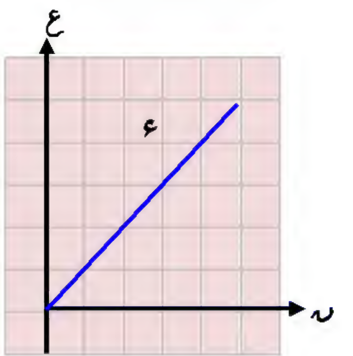
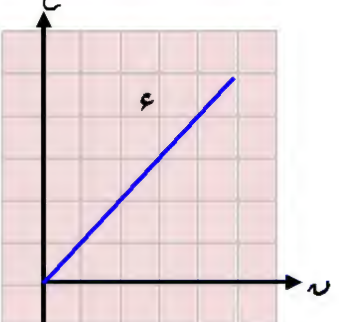
(٧) تخير الرسم البيانى أمام كل جملة من الجمل الآتية :

١) حركة الجسيم تقصيرية ٢) الجسيم يتحرك بسرعة ثابتة

٣) الجسيم متوقف ٤) حركة الجسيم متسارعة





الحل

فى شكل ﺀ :

∵ المنحنى يقع على محور ن ∴ ع = ٠

∴ الجسم متوقف

فى شكل ب :

∵ المنحنى يقع أعلى محور ن ∴ ع > ٠

، ∵ دالة المنحنى ثابتة ∴ الميل = ٠ ∴ حـ = ٠

∴ الجسم يتحرك بسرعة ثابتة

فى شكل حـ :

∵ المنحنى يقع أعلى محور ن ∴ ع > ٠

، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب ∴ حـ > ٠

∴ ع حـ > ٠ ∴ حركة الجسيم تقصيرية

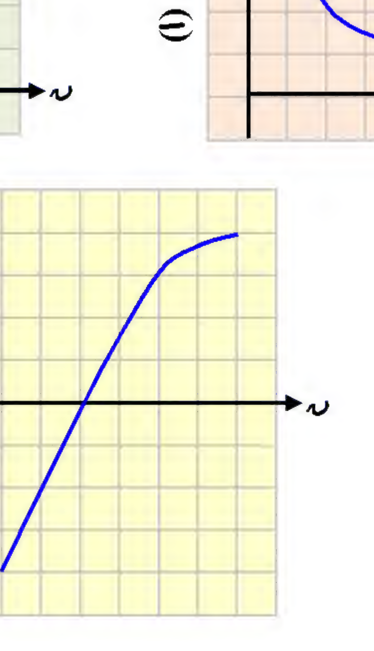
فى شكل ء :

∵ المنحنى يقع أعلى محور ن ∴ ع > ٠

، ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب ∴ حـ > ٠

∴ ع حـ > ٠ ∴ حركة الجسيم متسارعة

(٨) فى كل من المنحنيات المرسومة (منحنى الموضع – الزمن) حدد إشارة القياس الجبرى لمتجه السرعة ، ثم عين ما إذا كان الجسيم يتحرك بتسارع أو يتباطأ (يتحرك ببطء)



الحل

فى شكل (١) :

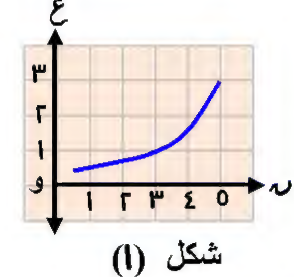
∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب ∴ ع > ٠

، ∵ المنحنى محدب لأسفل ∴ حـ > ٠

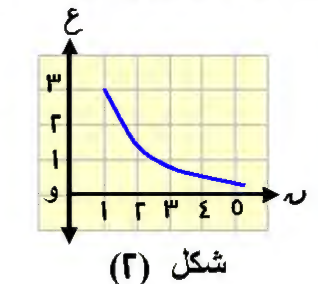
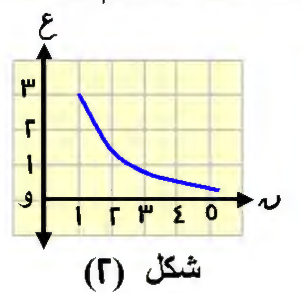
∴ ع حـ > ٠ ∴ الجسيم يتباطأ (يتحرك ببطء)

فى شكل (٢) : ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب ∴ ع > ٠ .
، ∵ المنحنى محدب لأسفل ∴ حـ > ٠ .
∴ ع حـ > ٠ . ∴ الجسيم يتحرك بتسارع
فى شكل (٣) : ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب ∴ ع > ٠ .
، ∵ المنحنى محدب لأعلى ∴ حـ < ٠ .
∴ ع حـ < ٠ . ∴ الجسيم يتباطأ (يتحرك ببطء)

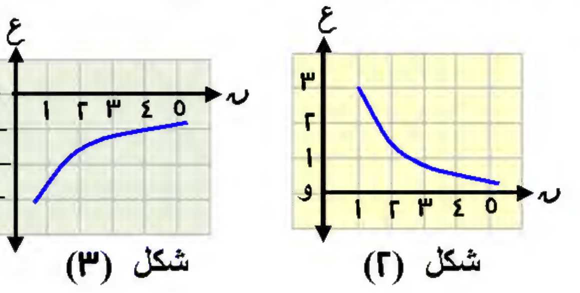
(٩) فى كل من المنحنيات المرسومة (منحنى السرعة – الزمن) حدد إشارة العجلة ، و إذا كان الجسيم يتحرك بتسارع أو يتحرك بتباطؤ



شكل (١)

شكل (٢)

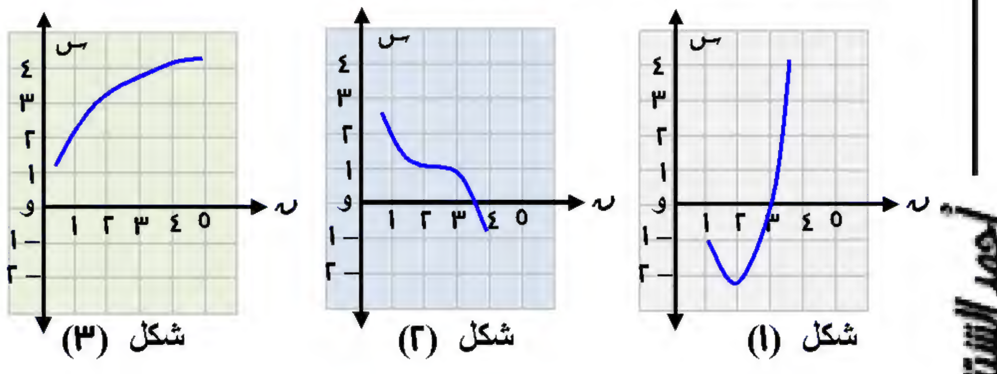


شكل (٣)

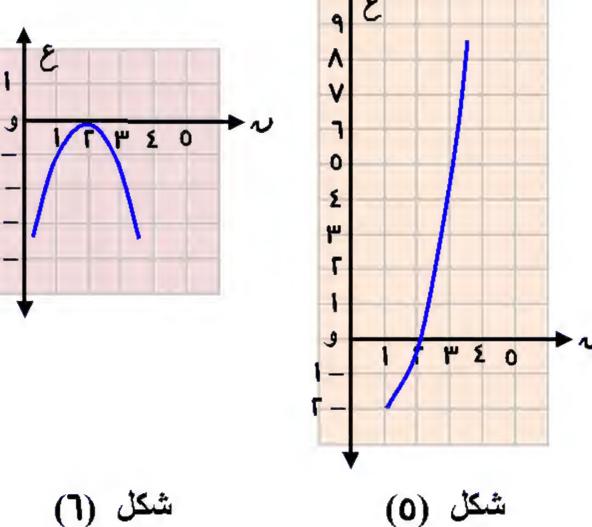
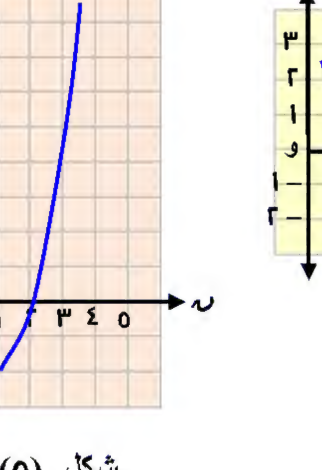
الحل

فى شكل (١) : ∵ المنحنى أعلى محور ن ∴ ع > ٠ .
، ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب ∴ حـ > ٠ .
∴ ع حـ > ٠ . ∴ الجسيم يتحرك بتسارع
فى شكل (٢) : ∵ المنحنى أعلى محور ن ∴ ع > ٠ .
، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب ∴ حـ < ٠ .
∴ ع حـ < ٠ . ∴ الجسيم يتحرك بتباطؤ
فى شكل (٣) : ∵ المنحنى أسفل محور ن ∴ ع < ٠ .
، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل موجب ∴ حـ > ٠ .
∴ ع حـ < ٠ . ∴ الجسيم يتحرك بتباطؤ

(١٠) أمامك ثلاثة منحنيات (١) ، (٢) ، (٣) كل منها تمثل منحنى الموضع – الزمن ، و ثلاثة منحنيات (٤) ، (٥) ، (٦) كل منها تمثل منحنى السرعة – الزمن ، صل كل منحنى من المجموعة الأولى بالمنحنى المناظر له من المجموعة الثانية



شكل (١) شكل (٢) شكل (٣)

شكل (٤) شكل (٥) شكل (٦)

الحل

دراسة شكل (١) :

فى] ١ ، ٢ [الجسيم يتحرك فى الاتجاه السالب (لأسفل)

، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب ∴ ع < ٠ .

عند ن = ٢ : الجسيم يغير اتجاه حركته لأن ميل المماس = ٠ أى أن : ع = ٠

فى] ٢ ، ٣,٥ [الجسيم يتحرك فى الاتجاه الموجب (لأعلى)

، ∵ المنحنى متزايد ∴ الميل موجب ∴ ع > ٠ .

و هذا يتفق مع المنحنى بشكل (٥)

دراسة شكل (٢) :

فى] ٠,٥ ، ٢ [الجسيم يتحرك فى الاتجاه السالب (لأسفل)

، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب ∴ ع < ٠ .

عند ن = ٢ : الجسيم يغير اتجاه حركته لأن ميل المماس = ٠ أى أن : ع = ٠

فى] ٢ ، ٣,٥ [الجسيم يتحرك فى الاتجاه السالب (لأسفل)

، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب ∴ ع < ٠ .

و هذا يتفق مع المنحنى بشكل (٦)

دراسة شكل (٣) :

الجسيم يتحرك فى الاتجاه الموجب (لأعلى) دائماً

، ∵ المنحنى متناقص ∴ الميل سالب ∴ ع < ٠ .

و هذا يتفق مع المنحنى بشكل (٤)

(١١) إذا كانت : ع = ٣ س فأوجد حـ بدلالة س ثم أوجد حـ عندما س = ٢

الحل

∵ ع = ٣ س ، ∵ حـ = ع . $\frac{ءع}{ءس}$

∴ حـ = ٣ س × $\frac{ء}{ءس}$ (٣ س) = ٣ س × ٣ = ٩ س

و عندما : س = ٢ فإن : حـ = ٩ × ٢ = ١٨ وحدة عجلة

حل آخر

∵ ع = ٣ س ∴ بالاشتقاق بالنسبة إلى الزمن ن ينتج :

$\frac{ءع}{ءن}$ = ٣ $\frac{ءس}{ءن}$ ، ∵ حـ = $\frac{ءع}{ءن}$ ، ع = $\frac{ءس}{ءن}$

∴ حـ = ٣ ع = ٣ × ٣ س = ٩ س

و عندما : س = ٢ فإن : حـ = ٩ × ٢ = ١٨ وحدة عجلة

(١٢) يتحرك جسيم فى خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى لمتجه سرعته ع يعطى فى علاقة مع القياس الجبرى للموضع س يعطى بالصورة : ع = س + $\frac{١}{س}$ ، أوجد عجلة الحركة عندما : س = ٢ حيث : س مقاسة بالمتر ، ع مقاسة بوحدة م / ث

الحل

∵ ع = س + $\frac{١}{س}$ = س + س$^{-١}$ ، ∵ حـ = ع . $\frac{ءع}{ءس}$

∴ حـ = (س + س$^{-١}$) × $\frac{ء}{ءس}$ (س + س$^{-١}$)

= (س + س$^{-١}$) (١ − س$^{-٢}$) = (س + $\frac{١}{س}$) (١ − $\frac{١}{س^٢}$)

و عندما : س = ٢ فإن : حـ = (٢ + $\frac{١}{٢}$) (١ − $\frac{١}{٤}$)

= $\frac{٥}{٢}$ × $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{١٥}{٨}$ م / ث^٢

حل آخر

∵ ع = س + س$^{-١}$ ∴ بالاشتقاق بالنسبة إلى الزمن ن ينتج :

$\frac{ءع}{ءن}$ = (١ − س$^{-٢}$) $\frac{ءس}{ءن}$ ، ∵ حـ = $\frac{ءع}{ءن}$ ، ع = $\frac{ءس}{ءن}$

∴ حـ = (١ − س$^{-٢}$) × ع = (١ − س$^{-٢}$) (س + س$^{-١}$)

و عندما : س = ٢ فإن : حـ = $\frac{٥}{٢}$ × $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{١٥}{٨}$ م / ث^٢

(١٣) جسيم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى لمتجه سرعته ع يعطى فى علاقة مع القياس الجبرى للموضع س يعطى بالصورة : $ع = \frac{١}{س^{٢}}$ ، أوجد حـ بدلالة س ، ثم أوجد حـ عندما : $س = \frac{١}{٢}$

الحل

∵ $ع = \frac{١}{س^{٢}} = س^{-٢}$ ، ∵ $حـ = ع \cdot \frac{دع}{دس}$

∴ $حـ = س^{-٢} \times \frac{د}{دس}(س^{-٢}) = س^{-٢} \times (-٢ س^{-٣}) = -٢ س^{-٥}$

و عندما : $س = \frac{١}{٢}$ فإن : $حـ = -٢ \times (\frac{١}{٢})^{-٥} = -٦٤$ وحدة عجلة

حل آخر

∵ $ع = س^{-٢}$ ∴ بالاشتقاق بالنسبة إلى الزمن ن ينتج :

$\frac{دع}{دن} = (-٢ س^{-٣}) \frac{دس}{دن}$ ، ∵ $حـ = \frac{دع}{دن}$ ، $ع = \frac{دس}{دن}$

∴ $حـ = ٣ ع = (-٢ س^{-٣}) \times س^{-٢} = -٢ س^{-٥}$

و عندما : $س = \frac{١}{٢}$ فإن : $حـ = -٢ \times (\frac{١}{٢})^{-٥} = -٦٤$ وحدة عجلة

(١٤) جسيم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى لمتجه سرعته ع يعطى فى علاقة مع القياس الجبرى للموضع س يعطى بالصورة : $ع^{٢} = ١٦ - ٩$ حتا س ، أوجد أقصى سرعة للجسيم و عجلة الحركة عندئذ

الحل

∵ $ع^{٢} = ١٦ - ٩$ حتا س (١) ∴ بالاشتقاق بالنسبة إلى س ينتج :

$٢ ع \frac{دع}{دس} = -٩ \times (-$ حا س $) = ٩$ حا س

∴ $ع \frac{دع}{دس} = \frac{٩}{٢}$ حا س ∴ $حـ = \frac{٩}{٢}$ حا س (٢)

، عندما : حـ = ٠ فإن : حا س = ٠

∴ س = ٠ أو ٢π أو ..... أو −٢π أو −٤π أو .....

، س = π أو ٣π أو ..... أو −π أو −٣π أو .....

و بدراسة اشارة حـ بالشكل التالى نجد :

س	..	−٢π		−π		٠		π		٢π	..
إشارة حـ			+		−		+		−	٠	
ع		✗	تزايدية	✗	تناقصية	✗	تزايدية	✗	تناقصية	✗	
				قيمة عظمى محلية				قيمة عظمى محلية			

أقصى سرعة للجسيم تكون عندما :

س = π أو ٣π أو ..... أو −π أو −٣π أو .....

، عند : س = π " مثلاً " بالتعويض فى (١) ينتج :

$ع^{٢} = ١٦ - ٩ \times (-١) = ٢٥$ ∴ $ع = \pm ٥$

∴ أقصى سرعة للجسيم = ± ٥

، بالتعويض فى (٢) ينتج : $حـ = \frac{٩}{٢}$ حا π = ٠

" أى تنعدم العجلة عندما يصل إلى أقصى سرعة (سرعة منتظمة) "

لاحظ من الشكل :

أصغر سرعة للجسيم تكون عندما :

س = ٠ أو ٢π أو ..... أو −٢π أو −٤π أو .....

، عند : س = ٠ " مثلاً " بالتعويض فى (١) ينتج :

$ع^{٢} = ١٦ - ٩ \times ١ = ٧$ ∴ $ع = \pm \sqrt{٧}$

(١٥) جسيم يتحرك فى خط مستقيم بحيث تكون معادلة حركته تعطى بالصورة : س (ن) = ٣ حتا ن + ٤ حا ن حيث : س مقاسة بالمتر ، ن مقاسة بالثانية أوجد :

(أ) القياس الجبرى للازاحة $\overrightarrow{ف}$ عندما : ن = $\frac{١}{٢}\pi$ ، ن = π

(ب) القياس الجبرى لمتجه السرعة $\overrightarrow{ع}$ عندما : ن = ٠ ، ن = $\frac{١}{٢}\pi$ ، ن = π

(جـ) أقصى ازاحة للجسيم

الحل

∵ ف = س (ن) – س (٠)

، س (٠) = ٣ حتا ٠ + ٤ حا ٠ = ٣ × ١ + ٤ × ٠ = ٣

∴ ف = ٣ حتا ن + ٤ حا ن – ٣

(أ) ∵ ف = ٣ حتا ن + ٤ حا ن – ٣

∴ عندما : ن = $\frac{١}{٢}\pi$ فإن : ف = ٣ × ٠ + ٤ × ١ – ٣ = ١

، عندما : ن = π فإن : ف = ٣ × (–١) + ٤ × ٠ – ٣ = –٦

(ب) ع = $\frac{ءف}{ءن}$ = –٣ حا ن + ٤ حتا ن

∴ عندما : ن = ٠ فإن : ع = –٣ × ٠ + ٤ × ١ = ٤

، عندما : ن = $\frac{١}{٢}\pi$ فإن : ع = –٣ × ١ + ٤ × ٠ = –٣

، عندما : ن = π فإن : ع = –٣ × ٠ + ٤ × (–١) = –٤

(جـ) ∵ ف = ٣ حتا ن + ٤ حا ن – ٣

∴ ع = $\frac{ءف}{ءن}$ = –٣ حا ن + ٤ حتا ن

، جـ = $\frac{ءع}{ءن}$ = $\frac{ء^٢ف}{ءف^٢}$ = –٣ حتا ن – ٤ حا ن

و عندما : ع = ٠ فإن : –٣ حا ن + ٤ حتا ن = ٠

∴ ٤ حتا ن = ٣ حا ن بالقسمة ÷ حتا ن ينتج :

طا ن = $\frac{٤}{٣}$

∴ ن تقع فى الربع الأول أو الربع الثالث

∴ حا ن = $\frac{٤}{٥}$ ، حتا ن = $\frac{٣}{٥}$

، ∵ جـ " $\frac{ء^٢ف}{ءف^٢}$ " > ٠ " سالبة "

∴ عند : حا ن = $\frac{٤}{٥}$ ، حتا ن = $\frac{٣}{٥}$ تكون ف أكبر ما يمكن

أى حا ن = – $\frac{٤}{٥}$ ، حتا ن = – $\frac{٣}{٥}$

، ∵ جـ " $\frac{ء^٢ف}{ءف^٢}$ " < ٠ " موجبة "

∴ عند : حا ن = – $\frac{٤}{٥}$ ، حتا ن = – $\frac{٣}{٥}$ تكون ف أقل ما يمكن

∴ أقصى ازاحة هى :

ف = ٣ × $\frac{٣}{٥}$ + ٤ × $\frac{٤}{٥}$ – ٣

= $\frac{٩}{٥}$ + $\frac{١٦}{٥}$ = $\frac{٢٥}{٥}$ – ٣ = ٢ وحدة ازاحة

(١٦) جسيم يتحرك فى خط مستقيم تبعاً للعلاقة : س = أ حا ل ن حيث : س يعبر عن القياس الجبرى للموضع ، ن الزمن ، أ ، ل ∈ ح أوجد :

(أ) العلاقة بين : ع ، س حيث : ع القياس الجبرى لمتجه السرعة

(ب) ع عندما : س = $\frac{١}{٢}$ أ

(جـ) الزمن المستغرق حتى يكون : س = – $\frac{١}{٢}$ أ ثم أوجد عجلة الحركة عندئذ

الحل

(أ) ∵ س = أ حا ك ن   ∴ حا ك ن = $\frac{س}{أ}$

، ع = $\frac{ءس}{ءن}$ = أ ك حتا ك ن

∴ $ع^2 = أ^2 ك^2$ حتا² ك ن = $ك^2 \times أ^2$ حتا² ك ن

= $ك^2 (أ^2 - أ^2$ حا² ك ن)

= $ك^2 (أ^2 - س^2)$

∴ ع = ± ك $\sqrt{أ^2 - س^2}$

(ب) عندما : س = $\frac{1}{2}$ أ فإن :

ع = ك $\sqrt{أ^2 - \frac{1}{4} أ^2}$ و منها : ع = ± $\frac{\sqrt{3}}{2}$ أ ك

(جـ) عندما : س = − $\frac{1}{2}$ أ   فإن : − $\frac{1}{2}$ أ = أ حا ك ن

∴ حا ك ن = − $\frac{1}{2}$ " سالبة "

∴ ك ن = $\frac{7}{6}\pi + 2 ر \pi$ أو ك ن = $-\frac{1}{6}\pi + 2 ر \pi$ حيث : ن ∈ ص

∴ ن = $\frac{\frac{7}{6}\pi + 2 ر \pi}{ك}$ أو ن = $\frac{-\frac{1}{6}\pi + 2 ر \pi}{ك}$

، جـ = $\frac{ءع}{ءن}$ = − أ $ك^2$ حا ك ن   عندما : س = − $\frac{1}{2}$ أ   فإن :

حا ك ن = − $\frac{1}{2}$ ∴ جـ = − أ $ك^2$ × (− $\frac{1}{2}$) = $\frac{1}{2}$ أ $ك^2$

١ − ٢ تكامل الدوال المتجهة

[أ] التكامل المحدد :

نلاحظ أن :

١) من تعريف التكامل غير المحدد :

ص = $\int$ د′(س) ءس = د(س) + ث

حيث : ث ثابت اختيارى لا يتوقف على س ، و وجوده ضرورى ليشتمل التكامل على جميع الدوال التى معدل تغيرها هو د(س)

و على ذلك فإن : التكامل غير المحدد لا ينتج قيمة معينة للمتغير س

٢) إذا كانت قيمة التكامل عند : س = أ هى : د(أ) + ث

و قيمته عند : س = ب هى : د(ب) + ث

∴ الفرق بين قيمتى التكامل عند : س = أ ، س = ب

= د(ب) − د(أ)

و هو قيمة معينة (مهما كانت قيمة المقدار الثابت ث)

و يرمز له بالرمز $\int_{أ}^{ب}$ د′(س) ءس حيث :

$\int_{أ}^{ب}$ د′(س) ءس = د(ب) − د(أ)

حيث : أ ، ب هما حدى التكامل

مثال : $\int_{1}^{4} (٣س^2 - ٤س + ٢)$ ءس =

= $[٣ \times \frac{1}{3} س^3 - ٤ \times \frac{1}{2} س^2 + ٢س]_{1}^{4}$

= $[س^3 - ٢س^2 + ٢س]_{1}^{4}$

= [٦٤ − ٣٢ + ٨] − [١ − ٢ + ٢] = ٤٠ − ١

= ٣٩

ملاحظة :

إذا كانت د دالة متصلة على [ا ، ب] ، د(س) $\geq$ ٠ فى هذه الفترة ، م هى مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة د و محور السينات و المستقيمين س = ا ، س = ب فإن :

$$\text{م} = \int_{\text{ا}}^{\text{ب}} \text{د(س) ء س}$$

سيدرس التكامل المحدد و المساحات تحت المنحنى بالوحدة الرابعة " التكامل المحدد و تطبيقاته " بمقرر التفاضل و التكامل "

[٢] استنتاج السرعة و الازاحة :

ا) إذا كانت : $\text{جـ} = \frac{\text{ءع}}{\text{ءن}}$ فإن : $\int \text{جـ ءن} = \int \text{ءع}$

$\therefore \text{ع} = \int \text{جـ ءن}$ (١ – ١)

و لتعيين عجلة حركة وحيدة تطابق العجلة المعطاة جـ(ن) يجب وضع الشروط الابتدائية لكل من السرعة الابتدائية ع. ، و الموضع الابتدائى س. و ذلك عند : ن = ٠ ، و يمكن استبدال التكامل المحدد مع حدود التكامل المناسبة فيكون :

$$\int_{\text{ع.}}^{\text{ع}} \text{ءع} = \int_{٠}^{\text{ن}} \text{جـ ءن}$$

$\therefore \text{ع} - \text{ع.} = \int_{٠}^{\text{ن}} \text{جـ ءن}$ (١ – ٢)

= المساحة تحت منحنى العجلة – الزمن

و إذا كانت : العجلة جـ ثابتة فإن : $\text{ع} - \text{ع.} = \text{جـ} \int_{٠}^{\text{ن}} \text{ءن}$

$\therefore \text{ع} - \text{ع.} = \text{جـ ن}$ و منها :

$\text{ع} = \text{ع.} + \text{جـ ن}$ (١ – ٣)

و هى المعادلة الأولى من معادلات الحركة منتظمة التغير فى خط مستقيم

ملاحظة :

لا يمكن استخدام المعادلة (١ – ٣) إلا فى حالة العجلة الثابتة أما إذا كانت العجلة دالة فى الزمن نستخدم المعادلة (١ – ١) أو (١ – ٢) حسب معطيات المسألة

٢) إذا كانت : $\text{ع} = \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ فإن : $\int \text{ع ءن} = \int \text{ءس}$

$\therefore \text{س} = \int \text{ع ءن}$

و باستخدام التكامل المحدد و حدود التكامل المناسبة نجد أن :

$$\int_{\text{س.}}^{\text{س}} \text{ءس} = \int_{٠}^{\text{ن}} \text{ع ءن}$$

$\therefore \text{س} - \text{س.} = \int_{٠}^{\text{ن}} \text{ع ءن}$

= المساحة تحت منحنى السرعة – الزمن

لاحظ : س – س. = ف

و إذا كانت العجلة ثابتة يمكن التعويض عن السرعة من المعادلة (١ – ٣) فيكون :

$$\text{س} - \text{س.} = \int_{٠}^{\text{ن}} (\text{ع.} + \text{جـ ن}) \, \text{ءن}$$

$= \text{ع. ن} + \frac{1}{2} \text{جـ ن}^2$ و منها :

$\text{س} = \text{س.} + \text{ع. ن} + \frac{1}{2} \text{جـ ن}^2$

$\therefore \text{س} - \text{س.} = \text{ف}$ ، $\text{س} - \text{س.} = \text{ع. ن} + \frac{1}{2} \text{جـ ن}^2$

$\therefore \text{ف} = \text{ع. ن} + \frac{1}{2} \text{جـ ن}^2$

و هى المعادلة الثانية من معادلات الحركة منتظمة التغير فى خط مستقيم

٣) إذا كانت : $\text{جـ} = \text{ع}\,\frac{\text{ءع}}{\text{ءس}}$ فإن : $\int \text{جـ ءس} = \int \text{ع ءع}$

و باستخدام التكامل المحدد و حدود التكامل المناسبة نجد أن :

$$\int_{\text{ع}_{\cdot}}^{\text{ع}} \text{ع ءع} = \int_{\text{س}_{\cdot}}^{\text{س}} \text{جـ ءس}$$

$$\therefore \tfrac{1}{2}\left(\text{ع}^2 - \text{ع}_{\cdot}^2\right) = \int_{\text{س}_{\cdot}}^{\text{س}} \text{جـ ءس}$$

= المساحة تحت منحنى العجلة – الازاحة

و إذا كانت العجلة ثابتة فإن :

$$\tfrac{1}{2}\left(\text{ع}^2 - \text{ع}_{\cdot}^2\right) = \text{جـ} \int_{\text{س}_{\cdot}}^{\text{س}} \text{ءس}$$

$$\therefore \text{ع}^2 - \text{ع}_{\cdot}^2 = 2\,\text{جـ}\left(\text{س} - \text{س}_{\cdot}\right)$$

لاحظ : $\text{س} - \text{س}_{\cdot} = \text{ف}$ ∴ $\text{ع}^2 - \text{ع}_{\cdot}^2 = 2\,\text{جـ ف}$

و هى المعادلة الثالثة من معادلات الحركة منتظمة التغير فى خط مستقيم

ملاحظات :

الشكل المقابل يمثل :

(منحنى السرعة – الزمن) لحركة جسيم خلال الفترة الزمنية [أ ، ب] فيكون :

(١) الازاحة ف = $\int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{ع(ن) ءن}$

= المساحة (م_1) – المساحة (م_2)

$$= \int_{\text{أ}}^{\text{جـ}} \text{ع(ن) ءن} - \int_{\text{جـ}}^{\text{ب}} \text{ع(ن) ءن}$$

= [ف (جـ) – ف (أ)] – [ف (ب) – ف (جـ)]

و إذا كانت : المساحتين م_1 ، م_2 لمضلعين هندسيين (مثلث أو مستطيل أو شبه منحرف ...) يمكن إيجاد كل منها بقانون المساحة لكل مضلع

(٢) المسافة المقطوعة = $\int_{\text{أ}}^{\text{ب}} |\text{ع(ن)}|\, \text{ءن}$ =

$$= \int_{\text{أ}}^{\text{جـ}} |\text{ع(ن) ءن}| + \int_{\text{جـ}}^{\text{ب}} |\text{ع(ن) ءن}|$$

= | ف (جـ) – ف (أ) | + | ف (جـ) – ف (جـ) |

إجابة حاول أن تحل (أ) صفحة ١٤١

جسيم يتحرك فى خط مستقيم مبتدأ من السكون و على بعد ٨ أمتار من نقطة ثابتة على الخط المستقيم فإذا كانت جـ = ٦ ن – ٤ حيث جـ مقاسة بوحدة م/ث² فأوجد العلاقة بين السرعة و الزمن و كذلك العلاقة بين الازاحة و الزمن

الحـل

∵ جـ = ٦ ن – ٤ ∴ $\frac{\text{ءع}}{\text{ءن}} = 6\text{ن} - 4$

∴ $\int_{0}^{\text{ع}} \text{ءع} = \int_{0}^{\text{ن}} \text{جـ ءن}$ ∴ $\text{ع} = \int_{0}^{\text{ن}} \text{جـ ءن}$

∴ $\text{ع} = \int_{0}^{\text{ن}} (6\text{ن} - 4)\, \text{ءن}$ ∴ $\text{ع} = 3\text{ن}^2 - 4\text{ن}$

، ∵ $\text{ع} = \frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ ∴ $\int_{8}^{\text{س}} \text{ءس} = \int_{0}^{\text{ن}} \text{ع ءن}$

∴ $[\text{س}]_{8}^{\text{س}} = \int_{0}^{\text{ن}} (3\text{ن}^2 - 4\text{ن})\, \text{ءن}$

∴ $\text{س} - 8 = \text{ن}^3 - 2\text{ن}^2$ ∴ $\text{س} = \text{ن}^3 - 2\text{ن}^2 + 8$

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ١٤٢

بدأت سيارة الحركة من السكون فى خط مستقيم من نقطة ثابتة على الخط و يعطى القياس الجبرى لمتجه سرعتها بعد زمن ن بالعلاقة :

ع = ٣ ن² + ٢ ن حيث ع مقاسة بوحدة م / ث ، ن مقاسة بالثانية
أوجد كلاً من عجلة الحركة و ازاحة السيارة عند ن = ٢

الحل

∵ ع = ٣ ن² + ٢ ن ∴ جـ = دع / دن = ٦ ن + ٢

، عند ن = ٢ جـ = ٦ × ٢ + ٢ = ١٤ م / ث²

، ف = ∫ ع دن ∴ ف (٢) = ∫₀² (٣ ن² + ٢ ن) دن

∴ ف (٢) = [ن³ + ن²]₀² = (٨ + ٤) − ٠ = ١٢ م

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ١٤٣

بدأت سيارة الحركة من السكون فى خط مستقيم من نقطة ثابتة على هذا الخط و يعطى القياس الجبرى لمتجه السرعة ع بعد زمن ن بالعلاقة :
ع = ٤ ن − ٣ ن² حيث ع مقاسة بوحدة م / ث ، ن مقاسة بالثانية
أوجد خلال الفترة الزمنية ن حيث ن ∈ [٠ ، ٤] كلاً من السرعة المتوسطة و متجه السرعة المتوسطة ،
متى تصل سرعة السيارة إلى قيمتها العظمى ؟
و أوجد مقدار العجلة عندئذ

الحل

∵ ع = ٤ ن − ٣ ن² ∴ ع = ن (٤ − ٣ ن)

، ببحث اشارة ع كما بالشكل التالى :

ع (ن)	+ + +	− − −
ن	٠	٤/٣

أو منحنى السرعة – الزمن

نجد : السيارة تغير حركتها بعد ٤/٣ ث

∴ المسافة المقطوعة خلال [٠ ، ٤] = | ∫₀^{٤/٣} ع دن | + | ∫_{٤/٣}^٤ ع دن |

= | [٢ن² − ن³]₀^{٤/٣} | + | [٢ن² − ن³]_{٤/٣}^٤ |

= | ٣٢/٢٧ − ٠ | + | − ٣٢ − ٣٢/٢٧ | = ٩٢٨/٢٧ م

∴ السرعة المتوسطة خلال [٠ ، ٤] = ٩٢٨/٢٧ ÷ ٤ = ٢٣٢/٢٧ م / ث

، ∵ ع = ٤ ن − ٣ ن² ∴ ف = ∫₀⁴ ع دن = ∫₀⁴ (٤ ن − ٣ ن²) دن

= [٢ن² − ن³]₀⁴ = (٣٢ − ٦٤) − ٠ = − ٣٢ م

∴ متجه السرعة المتوسطة خلال [٠ ، ٤] = − ٣٢/٤ ى = − ٨ ى

حيث ى متجه وحدة في اتجاه الحركة

، يكون القياس الجبرى لمتجه السرعة المتوسطة = ٨ م / ث

تصل السرعة لقيمتها العظمى أو الصغرى عندما : جـ = ٠ .

أى عندما : دع / دن = ٠ أى عندما : ٤ − ٦ ن = ٠ أى عند : ن = ٢/٣ ث

، ∵ عندما : ن > ٠ .
فإن : جـ > ٠ .
، عندما : ن < ٠ .
فإن : جـ < ٠ .

ن	٠	٢/٣	∞
إشارة جـ	+ +	٠	− −
ع	↗ تناقصية	قيمة عظمى محلية	↘ تزايدية

∴ توجد قيمة عظمى للسرعة ع عند : ن = ٢/٣ ث

لاحظ الشكل المقابل : أو منحنى السرعة – الزمن " السابق تمثيله "

أى تصل السرعة لقيمتها العظمى عند : ن = ٢/٣ ث و عندها : جـ = ٠ .

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ١٤٣

سيارة تتحرك فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ١٢ م / ث من موضع يبعد ٤ أمتار في الاتجاه الموجب من نقطة ثابتة على الخط المستقيم بحيث كانت ح = س − ٤ أوجد :

(أ) $ع^{٢}$ بدلالة س   (ب) سرعة السيارة عندما ح = ٠ .

الحل

(أ) ∵ ح = ع $\frac{ءع}{ءس}$ ∴ $\int_{٤}^{س} ح\, ءس = \int_{١٢}^{ع} ع\, ءع$

∴ $\int_{٤}^{س} (س - ٤)\, ءس = \int_{١٢}^{ع} ع\, ءع$

∴ $[\frac{١}{٢}س^{٢} - ٤س]_{٤}^{س} = [\frac{١}{٢}ع^{٢}]_{١٢}^{ع}$

∴ $(\frac{١}{٢}س^{٢} - ٤س) - (٨ - ١٦) = \frac{١}{٢}ع^{٢} - ٧٢$

∴ $\frac{١}{٢}س^{٢} - ٤س + ٨٠ = \frac{١}{٢}ع^{٢}$ بالضرب × ٢ ينتج :

$ع^{٢} = س^{٢} - ٨س + ١٦٠$

(ب) ∵ ح = ٠ عندما : س − ٤ = ٠   أى : س = ٤

∴ عند س = ٤ : $ع^{٢} = ١٤٤$ ∴ ع = ١٢ م / ث

إجابة حاول أن تحل (٥) صفحة ١٤٤

جسيم يتحرك بسرعة ابتدائية مقدارها ٢ م / ث من نقطة ثابتة على الخط المستقيم بحيث كانت ح = $هـ^{س}$ أوجد $ع^{٢}$ بدلالة س
ثم أوجد ع عندما س = ٤ متر ، س عندما ع = ٢٠ م / ث

الحل

∵ ح = ع $\frac{ءع}{ءس}$ ∴ $\int_{٠}^{س} ح\, ءس = \int_{٢}^{ع} ع\, ءع$

∴ $\int_{٠}^{س} هـ^{س}\, ءس = \int_{٢}^{ع} ع\, ءع$ ∴ $[هـ^{س}]_{٠}^{س} = [\frac{١}{٢}ع^{٢}]_{٢}^{ع}$

∴ $هـ^{س} - هـ^{٠} = \frac{١}{٢}ع^{٢} - ٢$ ∴ $هـ^{س} - ١ = \frac{١}{٢}ع^{٢} - ٢$

و منها : $ع^{٢} = ٢هـ^{س} + ٢$ ، عندما : س = ٤

فإن : $ع^{٢} = ٢هـ^{٤} + ٢ \simeq ١١١,٢$ ∴ ع $\simeq$ ± ١٠,٥ م / ث

و عندما : ع = ٢٠ م / ث   ∴ $٤٠٠ = ٢هـ^{س} + ٢$

∴ $هـ^{س} = ١٩٩$ ∴ س = $لو_{هـ}$ ١٩٩ $\simeq$ ٥,٣

حل تمارين (١ – ٢) صفحة ١٤٤ بالكتاب المدرسى

فى جميع المسائل اعتبر أن الجسيم يتحرك فى خط مستقيم ، س ، ع ، حـ هى القياسات الجبرية لكل من الموضع ، متجه السرعة ، العجلة على الترتيب

أختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة

(١) إذا كان : ع = ٣ ن^{٢} − ٢ ن و كانت : س = ١ عندما : ن = ٠ فإن : ....

(أ) س = ٦ ن − ٢ (ب) س = ٣ ن^{٢} − ٢ ن + ١

(حـ) س = ن^{٣} − ن^{٢} + ١ (ء) س = ن^{٣} − ن^{٢} − ١

(٢) إذا كان : ع = ١ + حا ن و كانت : س = − ٣ عندما ن = ٠ فإن : ....

(أ) س = ن + حتا ن (ب) س = ن − حتا ن

(حـ) س = ن − حتا ن + ٢ (ء) س = ن − حتا ن − ٢

(٣) إذا كان : ع = ٣ ن − ٢ فإن : ف خلال [٠ ، ٢] تساوى ....

(أ) ١ وحدة طول (ب) ٢ وحدة طول

(حـ) ٣ وحدة طول (ء) ٤ وحدة طول

(٤) إذا كان : ع = ٣ ن^{٢} − ٢ ن فإن :
المسافة المقطوعة خلال [٠ ، ٢] تساوى ....

(أ) $\frac{٤}{٢٧}$ وحدة طول (ب) ٤ وحدة طول

(حـ) $\frac{١١٢}{٢٧}$ وحدة طول (ء) $\frac{١١٦}{٢٧}$ وحدة طول

(٥) إذا كان : ع = ٣ن^{٣} − ن^{٢} + ٢ ن فإن :
المسافة المقطوعة خلال [٠ ، ٣] تساوى ....

(أ) $\frac{١}{٤}$ وحدة طول (ب) $\frac{١}{٢}$ وحدة طول

(حـ) $\frac{٩}{٤}$ وحدة طول (ء) $\frac{١١}{٤}$ وحدة طول

(٦) إذا كان : حـ = ٣ ، ع. = − ١ فإن :
ف خلال [٠ ، ٢] تساوى ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ وحدة طول (ب) ٤ وحدة طول

(حـ) $\frac{٢٥}{٦}$ وحدة طول (ء) $\frac{١٣}{٣}$ وحدة طول

(٧) إذا كان : حـ = ٣ ، ع. = − ١ فإن :
المسافة المقطوعة خلال [٠ ، ٢] تساوى ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ وحدة طول (ب) ٤ وحدة طول

(حـ) $\frac{٢٥}{٦}$ وحدة طول (ء) $\frac{١٣}{٣}$ وحدة طول

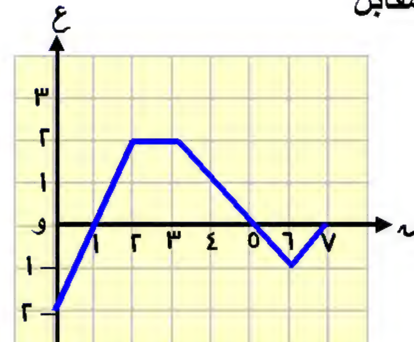
(٨) من منحنى السرعة – الزمن المقابل
فإن : مقدار الازاحة = ...

(أ) ٣ وحدة طول

(ب) ٥ وحدة طول

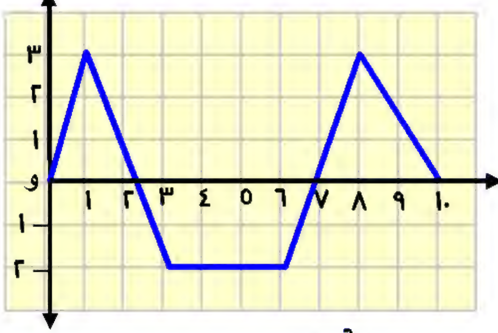
(حـ) ٧ وحدة طول

(ء) ٨ وحدة طول



(٩) من منحنى السرعة – الزمن المقابل

فإن : مقدار الازاحة = ...



(أ) ٤,٥ وحدة طول

(ب) ١٠,٥ وحدة طول

(حـ) ١٣,٥ وحدة طول

(ء) ١٩,٥ وحدة طول

الحل

(١) ∵ ع = ٣ن^{٢} – ٢ن ∴ س = $\int$ ع ءن

∴ س = $\int$ (٣ن^{٢} – ٢ن) ءن = ن^{٣} – ن + ث

عندما : ن = ٠ كانت : س = ١ فإن : ث = ١

∴ س = ن^{٣} – ن + ١

(٢) ∵ ع = ١ + حا ن ∴ س = $\int$ ع ءن

∴ س = $\int$ (١ + حا ن) ءن = ن – حتا ن + ث

عندما : ن = ٠ كانت : س = – ٣ فإن : – ٣ = ٠ – حتا ٠ + ث

∴ – ٣ = ٠ – ١ + ث و منها : ث = – ٢

∴ س = ن – حتا ن – ٢

(٣) ∵ ع = ٣ن – ٢ ∴ ف = $\int_{٠}^{٢}$ ع ءن

∴ ف = $\int_{٠}^{٢}$ (٣ن – ٢) ءن = [$\frac{٣}{٢}$ ن^{٢} – ٢ن]$_{٠}^{٢}$

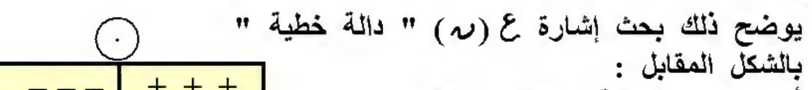
= ($\frac{٣}{٢}$ × ٤ – ٢ × ٢) – ٠ = ٢ وحدة طول

حل آخر

∵ ع = ٣ن – ٢ ∴ عندما : ع = ٠

فإن : ن = $\frac{٢}{٣}$ ث ، و عندها يغير الجسيم اتجاه حركته

يوضح ذلك بحث إشارة ع (ن) " دالة خطية " بالشكل المقابل :



أو منحنى السرعة – الزمن التالى حيث :

عندما : ن = ٠ فإن : ع = – ٢ ،

عندما : ن = ٢ فإن : ع = ٤

∴ ف = م١ – م٢ = $\int_{\frac{٢}{٣}}^{٢}$ (٣ن – ٢) ءن

– $\int_{٠}^{\frac{٢}{٣}}$ (٣ن – ٢) ءن

= [$\frac{٣}{٢}$ ن^{٢} – ٢ن]$_{\frac{٢}{٣}}^{٢}$

– [$\frac{٣}{٢}$ ن^{٢} – ٢ن]$_{٠}^{\frac{٢}{٣}}$

= [($\frac{٣}{٢}$ × ٤ – ٢ × ٢)

– ($\frac{٣}{٢}$ × $\frac{٤}{٩}$ – ٢ × $\frac{٢}{٣}$)]

– [($\frac{٣}{٢}$ × $\frac{٤}{٩}$ – ٢ × $\frac{٢}{٣}$) – ٠] = ٢ وحدة طول

حل ثالث

من منحنى السرعة – الزمن :

م١ = مساحة مثلث = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٤}{٣}$ × ٤ = $\frac{٨}{٣}$ ،

م٢ = مساحة مثلث = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٢}{٣}$ × ٢ = $\frac{٢}{٣}$

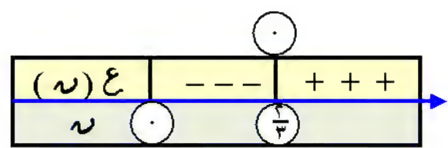
∴ ف = م١ – م٢ = $\frac{٨}{٣}$ – $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{٦}{٣}$ = ٢ وحدة طول

(٤) ∵ ع = ٣ن^{٢} – ٢ن = ن (٣ن – ٢)

∴ عندما : ع = ٠ فإن : ن = ٠ ، ن = $\frac{٢}{٣}$ ث

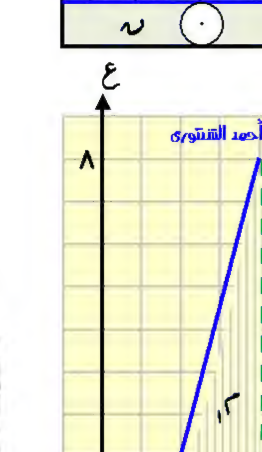
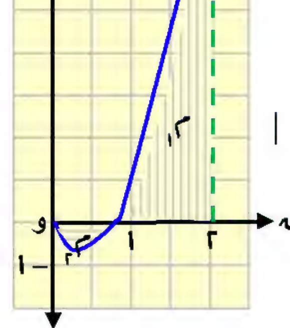
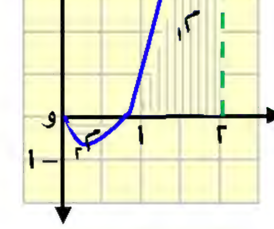
الجسيم يغير اتجاه حركته عند ن = $\frac{٢}{٣}$ ث

يوضح ذلك بحث إشارة ع (ن) " دالة تربيعية " بالشكل المقابل :



ع (ن)	− − −	+ + +
ن	٠	٢/٣

أو منحنى السرعة – الزمن التالى حيث :

عندما : ن = ٠ فإن : ع = ٠ ،

عندما : ن = ٢ فإن : ع = ٨ ،

٣ن^٢ – ٢ن = ٣ (ن^٢ – ٢/٣ ن + ١/٩ – ١/٩)

= ٣ (ن – ١/٣)^٢ – ١/٣

∴ نقطة رأس المنحنى هى : (١/٣ ، – ١/٣)

∴ المسافة المقطوعة = | ∫ من ٠ إلى ٢/٣ (٣ن^٢ – ٢ن) ءن |

+ | ∫ من ٢/٣ إلى ٢ (٣ن^٢ – ٢ن) ءن |

= | [ن^٣ – ن^٢] من ٠ إلى ٢/٣ | + | [ن^٣ – ن^٢] من ٢/٣ إلى ٢ |

= | [(٨/٢٧ – ٤/٩) – ٠] | + | [(٨ – ٤) – (٨/٢٧ – ٤/٩)] |

= | – ٤/٢٧ | + | ٤ + ٤/٢٧ | = ٤/٢٧ + ١١٢/٢٧ = ١١٦/٢٧ وحدة طول

(٥) ∵ ع = ن^٣ – ٣ن^٢ + ٢ن

= ن (ن^٢ – ٣ن + ٢) = ن (ن – ١) (ن – ٢)

∴ عندما : ع = ٠ فإن : ن = ٠ ، ن = ١ ، ن = ٢

الجسيم يغير اتجاه حركته عند ن = ١ ث ، ن = ٢ ث يوضح ذلك بحث اشارة ع (ن) " دالة تكعيبية "

حـ (ن)	+ +	− −	+ +	+ +
ن	٠	١	٢	٣

أو منحنى السرعة – الزمن المقابل :

∴ المسافة المقطوعة =

| ∫ من ٠ إلى ١ (ن^٣ – ٣ن^٢ + ٢ن) ءن | +

| ∫ من ١ إلى ٢ (ن^٣ – ٣ن^٢ + ٢ن) ءن | +

| ∫ من ٢ إلى ٣ (ن^٣ – ٣ن^٢ + ٢ن) ءن |

= | [١/٤ ن^٤ – ن^٣ + ن^٢] من ٠ إلى ١ | +

| [١/٤ ن^٤ – ن^٣ + ن^٢] من ١ إلى ٢ | +

| [١/٤ ن^٤ – ن^٣ + ن^٢] من ٢ إلى ٣ |

= | (١/٤ – ١ + ١) – ٠ | + | (٤ – ٨ + ٤) – (١/٤ – ١ + ١) |

+ | (٨١/٤ – ٢٧ + ٩) – (٤ – ٨ + ٤) |

= | ١/٤ | + | – ١/٤ | + | ٩/٤ | = ١/٤ + ١/٤ + ٩/٤

= ١١/٤ وحدة طول

(٦) ∵ حـ = ٣ " ثابتة " ∴ ع = ع. + حـ ن

، ∵ ع. = – ١ ∴ ع = – ١ + ٣ن

∴ ف = ∫ من ٠ إلى ٢ (– ١ + ٣ن) ءن = [– ن + ٣/٢ ن^٢] من ٠ إلى ٢

= (– ٢ + ٣/٢ × ٤) – ٠ = – ٢ + ٦ = ٤ وحدة طول

حل آخر

∵ ع = ٣ن – ١ ∴ عندما : ع = ٠

فإن : ن = ١/٣ ث ، و عندها يغير الجسيم اتجاه حركته

يوضح ذلك بحث إشارة ع (ن) " دالة خطية "

بالشكل المقابل :

أو منحنى السرعة – الزمن التالى حيث :

عندما : ن = ٠ فإن : ع = – ١ ،

عندما : ن = ٢ فإن : ع = ٥

∴ ف = م$_{١}$ – م$_{٢}$ = $\int_{\frac{١}{٣}}^{٢}$ (٣ ن – ١) ء ن

– $\int_{٠}^{\frac{١}{٣}}$ (٣ ن – ١) ء ن

= [$\frac{٣}{٢}$ ن^{٢} – ن]$_{\frac{١}{٣}}^{٢}$

– [$\frac{٣}{٢}$ ن^{٢} – ن]$_{٠}^{\frac{١}{٣}}$

= [(٦ – ٢) – ($\frac{١}{٦}$ – $\frac{١}{٣}$)]

– [($\frac{١}{٦}$ – $\frac{١}{٣}$) – ٠] = ٤ وحدة طول

حل ثالث

من منحنى السرعة – الزمن :

م$_{١}$ = مساحة مثلث = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٥}{٣}$ × ٥ = $\frac{٢٥}{٦}$ ،

م$_{٢}$ = مساحة مثلث = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٣}$ × ١ = $\frac{١}{٦}$

∴ ف = م$_{١}$ – م$_{٢}$ = $\frac{٢٥}{٦}$ – $\frac{١}{٦}$ = $\frac{٢٤}{٦}$ = ٤ وحدة طول

(٧) من (٦) يكون :

المسافة المقطوعة = | $\int_{\frac{١}{٣}}^{٢}$ (٣ ن – ١) ء ن | + | $\int_{٠}^{\frac{١}{٣}}$ (٣ ن – ١) ء ن |

= | [(٦ – ٢) – ($\frac{١}{٦}$ – $\frac{١}{٣}$)] | + | [($\frac{١}{٦}$ – $\frac{١}{٣}$) – ٠] |

= | $\frac{٢٥}{٦}$ | + | $\frac{١}{٦}$ | = $\frac{٢٥}{٦}$ + $\frac{١}{٦}$ = $\frac{٢٦}{٦}$ = $\frac{١٣}{٣}$ وحدة طول

(٨) مقدار الازاحة = مساحة شبه منحرف – مساحة مثلث – مساحة مثلث

= $\frac{١}{٢}$ × (٤ + ١) × ٢ – $\frac{١}{٢}$ × ١ × ٢ – $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ١

= ٥ – ١ – ١ = ٣ وحدة طول

(٩) المسافة المقطوعة = |مساحة مثلث| + |مساحة شبه منحرف| + |مساحة مثلث|

= | $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ٣ | + | $\frac{١}{٢}$ × (٣ + ٢) × ٢ | + | $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٣ |

= ٣ + ١٢ + $\frac{٩}{٢}$ = $\frac{٣٩}{٢}$ وحدة طول

(١٠) قذف جسيم رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية قدرها ٥,٦ م / ث من نقطة على ارتفاع ٢٤,٥ م من سطح الأرض ، أوجد كل من ع ، س بدلالة ن ثم أوجد أقصى ارتفاع يصل إليه الجسيم عن سطح الأرض

الحل

∵ الجسيم يتحرك رأسياً لأعلى بعجلة ثابتة " فى عكس اتجاه الجاذبية الآرضية "

∴ ع = ٥,٦ – ٩,٨ ن ، ∵ س – س$_{٠}$ = $\int_{٠}^{ن}$ (ع$_{٠}$ + حـ ن) ء ن

∴ س – ٢٤,٥ = $\int_{٠}^{ن}$ (٥,٦ – ٩,٨ ن) ء ن

∴ س = ٢٤,٥ + ٥,٦ ن – ٩,٨ ن^{٢}

عند أقصى ارتفاع يكون : ع = ٠ ∴ ٥,٦ – ٩,٨ ن = ٠

و منها : ن = $\frac{٥٦}{٩٨}$ = $\frac{٤}{٧}$ ث

∴ س = ٢٤,٥ + ٥,٦ × $\frac{٤}{٧}$ – ٩,٨ × $\frac{١٦}{٤٩}$ = ١٦,١ م

(١١) جسيم يتحرك فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٢ م / ث من نقطة ثابتة بحيث كان : حـ = ٢ ن – ٦ ، حـ مقاسة بوحدة م / ث^{٢} ، أوجد بدلالة ن كل من ع ، س ثم أوجد س عندما : ع = ١٨ م / ث

الحل

∵ الجسيم يتحرك بعجلة : ح = ٢ن − ٦ ، ع. = ٢ م/ث

∴ ع − ع. = $\int_{0}^{ن}$ (٢ن − ٦) ءن

∴ ع − ٢ = ن^2 − ٦ن ∴ ع = ن^2 − ٦ن + ٢

، ∵ الجسيم يتحرك من نقطة ثابتة ∴ س = $\int_{0}^{ن}$ (ن^2 − ٦ن + ٢) ءن

∴ س = $\frac{1}{3}$ ن^3 − ٣ن^2 + ٢ن ، عندما : ع = ١٨ م/ث

∴ ن^2 − ٦ن + ٢ = ١٨ ∴ ن^2 − ٦ن − ١٦ = ٠

∴ (ن − ٨)(ن + ٢) = ٠ و منها : ن = ٨ أ، ن = −٢ مرفوض

∴ س(٨) = $\frac{1}{3}$ × (٨)^3 − ٣ × (٨)^2 + ٢ × ٨ = − $\frac{16}{3}$ م

(١٢) جسيم يتحرك فى خط مستقيم من نقطة ثابتة مبتدأ من السكون بحيث كان : ح = ٨ − ٢ن^2 ، ح مقاسة بوحدة م/ث^2 ، أوجد أقصى سرعة للجسيم و زمن الوصول لأقصى سرعة و المسافة المقطوعة حتى هذا الزمن

الحل

∵ ح = ٨ − ٢ن^2 ∴ ع = $\int$ (٨ − ٢ن^2) ءن

∴ ع = ٨ن − $\frac{2}{3}$ ن^3 + ث ، عندما : ن = ٠ فإن : ع = ٠

∴ ث = ٠ ∴ ع = ٨ن − $\frac{2}{3}$ ن^3

عند أقصى سرعة للجسيم (أى الجسيم يتحركة بسرعة منتظمة)

∴ ح = ٠ أى أن : ٨ − ٢ن^2 = ٠ ∴ ٢ن^2 = ٨

و منها : ن = ٢ أو ن = −٢ مرفوض

∴ زمن الوصول أقصى سرعة هو : ٢ ث

، أقصى سرعة هى : ع(٢) = ٨ × ٢ − $\frac{2}{3}$ × ٨ = $\frac{32}{3}$ م/ث

، ∵ س − س. = $\int_{0}^{ن}$ ع ءن ، الجسيم يتحرك من السكون

∴ س − ٠ = $\int_{0}^{ن}$ (٨ن − $\frac{2}{3}$ ن^3) ءن

∴ س = ٤ن^2 − $\frac{1}{6}$ ن^4 ، س(٢) = ٤ × ٤ − $\frac{1}{6}$ × ١٦ = $\frac{40}{3}$ م

(١٣) جسيم يتحرك فى خط مستقيم من نقطة ثابتة مبتدأ من السكون بحيث كان : ح = $\frac{3}{8}$ س^2 ، ح مقاسة بوحدة م/ث^2 ، س بالمتر ، أوجد سرعة الجسيم عندما يكون : س = ٢ م ، ثم أوجد موضعه عندما تكون : ع = ٨ م/ث

الحل

∵ الجسيم يتحرك من نقطة ثابتة مبتدأ من السكون

∴ $\frac{1}{2}$ (ع^2 − ع.^{2}) = $\int_{0}^{س}$ $\frac{3}{8}$ س^2 ءس

∴ $\frac{1}{2}$ (ع^2 − ٠) = $\frac{1}{8}$ س^3 و منها : ع^2 = $\frac{1}{4}$ س^3

و عندما : س = ٢ م فإن : ع^2 = $\frac{1}{4}$ × ٨ = ٢

∴ ع = ± $\sqrt{2}$ م/ث و عندما : ع = ٨ م/ث

فإن : ٦٤ = $\frac{1}{4}$ س^3 و منها : س = ٢ $\sqrt[3]{4}$ م

(١٤) جسيم يتحرك فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٣ م/ث من نقطة ثابتة بحيث كان : ح = ٦س + ٤ ، ح مقاسة بوحدة م/ث^2 ، س بالمتر ، أوجد ع^2 بدلالة س ، أوجد سرعة الجسيم عندما س = ٢ ثم أوجد س عندما : ع^2 = ٨٧

الحل

أحمد الشتوى

∵ الجسيم يتحرك من نقطة ثابتة بسرعة ابتدائية ٣ م / ث

∴ $\frac{1}{2}$ (ع^2 – ع.^{2}) = $\int_{.}^{س}$ (٦ س + ٤) ء س

∴ $\frac{1}{2}$ (ع^2 – ٩) = ٣ س^2 + ٤ س

و منها : ع^2 = ٦ س^2 + ٨ س + ٩

و عندما : س = ٢ م فإن : ع^2 = ٢٤ × ٦ + ٩ = ٤٩

∴ ع = ± $\sqrt{٧}$ م / ث و عندما : ع^2 = ٨٧ م / ث

∴ ٨٧ = ٦ س^2 + ٨ س + ٩ ∴ ٦ س^2 + ٨ س – ٧٨ = ٠

∴ ٣ س^2 + ٤ س – ٣٩ = ٠ ∴ (س – ٣) (٣ س + ١٣) = ٠

و منها : س = ٣ أ، س = – $\frac{١٣}{٣}$

حل تمارين عامة صفحة ١٤٦ بالكتاب المدرسى

أختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة

(١) إذا كان : س = ن^2 – ٣ ن + ٢ فإن الجسيم يغير اتجاه حركته عندما : ....

(أ) ن = ١ ، ن = ٣ (ب) ن = ١

(ج) ن = ١,٥ (د) ن = ٣

الحل

∵ س = ن^2 – ٣ ن + ٢ ∴ ع = $\frac{ءس}{ءن}$ = ٢ ن – ٣

، ∵ الجسيم يغير اتجاه حركته عندما : ع = ٠ أى عندما : ٢ ن – ٣ = ٠

∴ الجسيم يغير اتجاه حركته عندما : ن = ١,٥

(٢) إذا كان : س = ٦ ن – ن^2 فإن : المسافة المقطوعة خلال الفترة الزمنية : ٠ ≤ ن ≤ ٦ تكون : ....

(أ) صفر (ب) ٩ (ج) ١٨ (د) ٣٦

الحل

∵ س = ٦ ن – ن^2

∴ ع = $\frac{ءس}{ءن}$ = ٦ – ٢ ن

ع = ٠ عندما : ن = ٣

، ∵ ف = س – س. ، س. = ٠

∴ ف = ٦ ن – ن^2

∴ المسافة المقطوعة خلال : ٠ ≤ ن ≤ ٦

= | ف (٣) – ف (٠) |

+ | ف (٦) – ف (٣) |

= | [(١٨ – ٩) – ٠] | + | [(٣٦ – ٣٦) – (١٨ – ٩)] |

= | ٩ | + | –٩ | = | ٩ | + | ٩ | = ١٨

(٣) إذا كان : ع (ن) = ٩,٨ ن + ٥ حيث : س (٠) = ١٠ فإن : س (١٠) = ...

(أ) صفر (ب) ٥٣٠ (ج) ٥٤٠ (د) ٥٥٠

الحل

∵ س = ∫ ع ء ن = ∫ (٩,٨ ن + ٥) ء ن = ٤,٩ ن^2 + ٥ ن + ث

، ∵ س = ١٠ عندما : ن = ٠ ∴ ث = ١٠

∴ س = ٤,٩ ن^2 + ٥ ن + ١٠

، س (١٠) = ٤,٩ × ١٠٠ + ٥ × ١٠ + ١٠ = ٥٥٠

(٤) إذا كان : ع (ن) = $\frac{٢}{\pi}$ حتا ($\frac{٢ن}{\pi}$) ، كانت : س ($\pi^{٢}$) = ١
فإن : س (ن) = ...

(أ) $\frac{٢}{\pi}$ حا ($\frac{٢ن}{\pi}$) + ١ (ب) $\frac{٢}{\pi}$ حا ($\frac{٢ن}{\pi}$) − ١

(جـ) حا ($\frac{٢ن}{\pi}$) + ١ (د) حا ($\frac{٢ن}{\pi}$) − ١

الحل

∵ س = ∫ ع ءن = ∫ $\frac{٢}{\pi}$ حتا ($\frac{٢ن}{\pi}$) ءن

= $\frac{٢}{\pi}$ × $\frac{\pi}{٢}$ حا ($\frac{٢ن}{\pi}$) + ث = حا ($\frac{٢ن}{\pi}$) + ث

، ∵ س = ١ عندما : ن = $\pi^{٢}$ ∴ ١ = حا ٢π + ث

و منها : ث = ١ ∴ س = حا ($\frac{٢ن}{\pi}$) + ١

(٥) إذا كان : حـ (ن) = − ٤ حا ٢ن ، و كان : ع (٠) = ٢
، س (٠) = − ٣ فإن : س (π) = ...

(أ) − ٣ (ب) ٠ (جـ) ٢ (د) ٣

الحل

∵ حـ (ن) = − ٤ حا ٢ن ∴ ع = ∫ − ٤ حا ٢ن ءن

∴ ع = − ٤ × − $\frac{١}{٢}$ حتا ٢ن + ث = ٢ حتا ٢ن + ث

، ∵ ع (٠) = ٢ ∴ ٢ = ٢ حتا ٠ + ث ∴ ٢ = ٢ × ٠ + ث

∴ ث = ٠ ∴ ع = ٢ حتا ٢ن

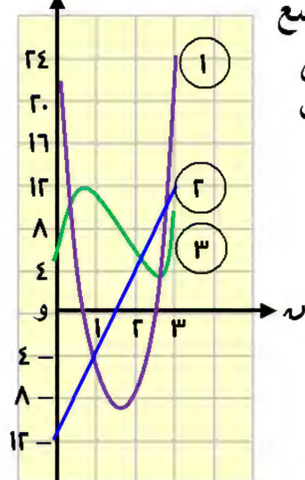
، س = ∫ ٢ حتا ٢ن ءن = ٢ × $\frac{١}{٢}$ حا ٢ن + ث′ = حا ٢ن + ث′

، ∵ س (٠) = − ٣ ∴ − ٣ = حا ٠ + ث′ و منها : ث′ = − ٣

∴ س = حا ٢ن − ٣ ، س (π) = حا ٢π − ٣ = − ٣

أحمد الشنتورى

(٦) المنحنى المرسوم بالشكل المقابل يمثل موضع جسيم و متجه سرعته و عجلة الحركة فأى الاختيارات تلآتية تمثل على الترتيب منحنيات الموضع − الزمن ، السرعة − الزمن ، العجلة − الزمن



(أ) ٣ ، ٢ ، ١

(ب) ١ ، ٣ ، ٢

(جـ) ٣ ، ١ ، ٢

(د) ١ ، ٢ ، ٣

الحل

بملاحظة الشكل المقابل نجد : بالنسبة للمنحنى (٣) :
عند ن = ١ توجد قيمة عظمى ، عند ن = ٣ توجد قيمة صغرى
بالنسبة للمنحنى (١) عند ن = ٢ توجد قيمة صغرى
بالنسبة للمنحنى (٢) : لا توجد قيم عظمى أو صغرى
∴ درجة دالة المنحنى (٣) = درجة دالة المنحنى (١) + ١ ،
درجة دالة المنحنى (١) = درجة دالة المنحنى (٢) + ١
∴ المنحنى (٣) يمثل منحنى الموضع − الزمن ،
المنحنى (١) يمثل منحنى السرعة − الزمن ،
المنحنى (٢) يمثل منحنى العجلة − الزمن

و بطريقة أخرى :
بالنسبة للمنحنى (٣) :
فى [٠ ، ٠,٨ [،] ٢,٢ ، ٤] : المنحنى متزايد ، و ميل المماس موجب
∴ مشتقة دالته تقع أعلى محور ن فى هاتين الفترتين
عند ن = ٠,٨ ، ن = ٢,٢ : المماس أفقى

∴ قيمة مشتقة دالته عند هاتين النقطتين = ٠

فى] ٠,٨ ، ٢,٢ [: المنحنى متناقص ، و ميل المماس سالب

∴ مشتقة دالته تقع أسفل محور ن فى هذه الفترة و المنحنى (١) يحقق ذلك

∴ درجة دالة المنحنى (٣) = درجة دالة المنحنى (١) + ١

بالنسبة للمنحنى (١) :

فى] ٠ ، ١,٥ [: المنحنى متناقص ، و ميل المماس سالب

∴ مشتقة دالته تقع أسفل محور ن فى هذه الفترة

عند ن = ١,٥ : المماس أفقى ∴ قيمة مشتقة دالته عند هذه النقطة = ٠

فى] ١,٥ ، ٣ [: المنحنى متزايد ، و ميل المماس موجب

∴ مشتقة دالته تقع أعلى محور ن فى هذه الفترة و المنحنى (٢) يحقق ذلك

∴ درجة دالة المنحنى (١) = درجة دالة المنحنى (٢) + ١

مما سبق يتضح : المنحنى (٣) يمثل منحنى الموضع – الزمن ،

المنحنى (١) يمثل منحنى السرعة – الزمن ،

المنحنى (٢) يمثل منحنى العجلة – الزمن

(٧) المنحنى المرسوم بالشكل المقابل يمثل موضع جسيم و متجه سرعته و عجلة الحركة فأى الاختيارات الآتية تمثل على الترتيب منحنيات الموضع – الزمن ، السرعة – الزمن ، العجلة – الزمن

(أ) ٣ ، ٢ ، ١

(ب) ١ ، ٢ ، ٣

(حـ) ٢ ، ٣ ، ١

(ء) ٣ ، ١ ، ٢

الحل

بالنسبة للمنحنى (٣) :

عند ن = ٠ ، ن = ٣ : المماس أفقى

∴ قيمة مشتقة دالته عند هاتين النقطتين = ٠

فى] ٠ ، ٣ [: المنحنى متناقص ، و ميل المماس سالب

∴ مشتقة دالته تقع أسفل محور ن فى هذه الفترة و المنحنى (٢) يحقق ذلك

∴ درجة دالة المنحنى (٣) = درجة دالة المنحنى (٢) + ١

بالنسبة للمنحنى (٢) :

فى] ٠ ، ١,٥ [: المنحنى متناقص ، و ميل المماس سالب

∴ مشتقة دالته تقع أسفل محور ن فى هذه الفترة

عند ن = ١,٥ : المماس أفقى

∴ قيمة مشتقة دالته عند هذه النقطة = ٠

فى] ١,٥ ، ٣ [: المنحنى متزايد ، و ميل المماس موجب

∴ مشتقة دالته تقع أعلى محور ن فى هذه الفترة و المنحنى (١) يحقق ذلك

∴ درجة دالة المنحنى (٢) = درجة دالة المنحنى (١) + ١

مما سبق يتضح :

المنحنى (٣) يمثل منحنى الموضع – الزمن ،

المنحنى (٢) يمثل منحنى السرعة – الزمن ،

المنحنى (١) يمثل منحنى العجلة – الزمن

(٨) جسيم يتحرك فى خط مستقيم طبقاً للعلاقة : س = ٤ حتا ن

حيث : س بوحدة سنتيمتر ، ن بالثانية ، أوجد :

(أ) ع عندما : ن = $\frac{1}{2}\pi$ (ب) حـ عندما : ن = π

الحل

∵ س = ٤ حتا ن ∴ ع = $\frac{\text{ء س}}{\text{ء ن}}$ = – ٤ حا ن

∴ ع ($\frac{1}{2}\pi$) = – ٤ حا ($\frac{1}{2}\pi$) = – ٤ × ١ = – ٤ سم / ث

، حـ = $\frac{دع}{دن}$ = – ٤ حتا ن

، حـ (π) = – ٤ حتا π = – ٤ × – ١ = ٤ سم / ث^2

(٩) جسيم يتحرك فى خط مستقيم من نقطة ثابتة على الخط المستقيم طبقاً للعلاقة : ع = حا ن – حتا ن أوجد : س ($\frac{1}{2}\pi$)

الحل

∵ ع = حا ن – حتا ن ، و الجسيم يتحرك من نقطة ثابتة

∴ س = $\int_0^{ن}$ (حا ن – حتا ن) ء ن = [– حتا ن – حا ن]$_0^{ن}$

∴ س = (– حتا ن – حا ن) – (– حتا ٠ – حا ٠)

= (– حتا ن – حا ن) – (– ١ – ٠)

= – حتا ن – حا ن + ١

∴ س ($\frac{1}{2}\pi$) = – حتا ($\frac{1}{2}\pi$) – حا ($\frac{1}{2}\pi$) + ١

= – ٠ – ١ + ١ = صفر

(١٠) جسيم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى لازاحته يعطى كدالة فى الزمن ن بالعلاقة : ف = ن^3 – ٦ ن^2 + ٩ ن

حيث ف مقاسة بالمتر ، ن بالثانية

(أ) أوجد عجلة الحركة عند لحظات انعدام السرعة

(ب) أوجد سرعة الجسيم عندما تكون : حـ = ٠

(حـ) حدد متى تتزايد سرعة الجسيم و متى تتناقص ؟

(ء) أوجد المسافة المقطوعة خلال الخمس ثوان الأولى

الحل

∵ ف = ن^3 – ٦ ن^2 + ٩ ن

∴ ع = $\frac{دف}{دن}$ = ٣ ن^2 – ١٢ ن + ٩

∴ ع = ٣ (ن^2 – ٤ ن + ٣) = ٣ (ن – ٣) (ن – ١)

، حـ = $\frac{دع}{دن}$ = ٦ ن – ١٢

، ع = ٠ عندما : ٣ (ن – ٣) (ن – ١) = ٠

أى عندما : ن = ٣ ، ن = ١

(أ) حـ (٣) = ٦ × ٣ – ١٢ = ٦ م / ث^2 ،

حـ (١) = ٦ × ١ – ١٢ = – ٦ م / ث^2

(ب) عندما : حـ = ٠ فإن : ٦ ن – ١٢ = ٠ و منها : ن = ٢

∴ ع (٢) = ٣ × ٤ – ١٢ × ٢ + ٩ = – ٣ م / ث^2

(حـ) ∵ حـ دالة خطية

∴ بدراسة إشارة حـ كما بالشكل المقابل

نجد :

تتزايد السرعة فى :] ٢ ، ∞ [

، و تتناقص فى : [٠ ، ٢ [

+ + +	– – –	حـ(ن)
	٢	٠ ن

(ء) المسافة المقطوعة خلال الخمس ثوان الأولى = | ف(١) – ف(٠) |

+ | ف(٣) – ف(١) | + | ف(٥) – ف(٣) |

= | [(١ – ٦ + ٩) – ٠] | + | [(٢٧ – ٥٤ + ٢٧) –

(١ – ٦ + ٩)] | + | [(١٢٥ – ١٥٠ + ٤٥) – (٢٧ – ٥٤ + ٢٧)] |

= | ٤ | + | – ٤ | + | ٢٠ | = ٢٨ م

(١١) جسيم يتحرك فى خط مستقيم طبقاً للعلاقة : حـ(ن) = − ٢ بسرعة ابتدائية قدرها ٣ م / ث من نقطة ثابتة على الخط المستقيم أوجد كلاً من الازاحة و المسافة المقطوعة خلال الفترة الزمنية [١ ، ٤]

الحل

∵ حـ(ن) = − ٢ ثابتة ، ع. = ٣ م / ث

∴ ع = ع. + حـ ن = ٣ − ٢ ن ، ∵ الجسيم يتحرك من نقطة ثابتة

∴ ف = ∫ (٣ − ٢ ن) ء ن = ٣ ن − $ن^{٢}$ + ث

و عندما : ن = ٠ فإن : ف = ٠ ∴ ث = ٠ ∴ ف = ٣ ن − $ن^{٢}$

، ف(٤) = ١٢ − ١٦ = − ٤ ، ف(٤) = ٣ − ١ = ٢

∴ $ف_{[١ ، ٤]}$ = ف(٤) − ف(٤) = − ٤ − ٢ = − ٦ م

حل آخر لإيجاد ف :

ف = $\int_{١}^{٤}$ (٣ − ٢ ن) ء ن = $[٣ ن − ن^{٢}]_{١}^{٤}$

= (١٢ − ١٦) − (٣ − ١) = − ٦ م

، ع = ٠ عندما : ٣ − ٢ ن = ٠ أى عندما : ن = $\frac{٣}{٢}$

المسافة المقطوعة = | ف($\frac{٣}{٢}$) − ف(١) | + | ف(٤) − ف($\frac{٣}{٢}$) |

= | [($\frac{٩}{٢}$ − $\frac{٩}{٤}$) − (٣ − ١)] | +

| [(١٢ − ١٦) − ($\frac{٩}{٢}$ − $\frac{٩}{٤}$)] |

= | $\frac{١}{٤}$ | + | − $\frac{٢٥}{٤}$ | = $\frac{٢٦}{٤}$ = $\frac{١٣}{٢}$ م

(١٢) جسيم يتحرك فى خط مستقيم طبقاً للعلاقة : ف = $ن^{٣}$ − ٣ $ن^{٢}$ حيث ف مقاسة بالمتر ، ن بالثانية أوجد كلاً من :

(أ) عجلة الحركة عندما تنعدم السرعة

(ب) سرعته المتوسطة ، متجه السرعة المتوسطة خلال الفترة الزمنية [٠ ، ٥]

الحل

∵ ف = $ن^{٣}$ − ٣ $ن^{٢}$ ∴ ع = ٣ $ن^{٢}$ − ٦ ن ، حـ = ٦ ن − ٦

(أ) ∵ ع = ٠ عندما : ٣ ن (ن − ٢) = ٠ أى عندما : ن = ٠ ، ن = ٢

∴ حـ(٠) = ٠ − ٦ = − ٦ م / $ث^{٢}$ ، حـ(٢) = ١٢ − ٦ = ٦ م / $ث^{٢}$

(ب) ∵ ع = ٠ عندما : ن = ٠ ، ن = ٢

∴ المسافة المقطوعة خلال [٠ ، ٥] =

| ف(٢) − ف(٠) | + | ف(٥) − ف(٢) |

= | [(٨ − ١٢) − ٠] | + | [(١٢٥ − ٧٥) − (٨ − ١٢)] |

= | − ٤ | + | ٥٤ | = ٥٨ م

∴ السرعة المتوسطة = $\frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}}$ = $\frac{٥٨}{٥}$ = ١١,٦ م / ث

، الازاحة الكلية = ف(٥) − ف(٠) = (١٢٥ − ٧٥) − ٠ = ٥٠

∴ متجه السرعة المتوسطة = $\frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}}$ ى = $\frac{٥٠}{٥}$ ى = ١٠ ى

(١٣) جسيم يتحرك فى خط مستقيم طبقاً للعلاقة : − ٢ م / ث ، و من موضع يبعد ٣ أمتار فى الاتجاه الموجب من نقطة ثابتة على الخط المستقيم بحيث كان : حـ = ٢ ن + ١ فأوجد س عند لحظات انعدام السرعة

الحل

∵ الجسيم يتحرك بعجلة : $ح = ٢ن + ١$ ، $ع_. = -٢$ م/ث

∴ $ع - ع_. = \int_{.}^{ن} (٢ن + ١)\, ءن$

∴ $ع + ٢ = ن^٢ + ن$ ∴ $ع = ن^٢ + ن - ٢$ ،

$س - س_. = \int_{.}^{ن} ع\, ءن = \int (ن^٢ + ن - ٢)\, ءن$

∴ $س - ٣ = \frac{١}{٣}ن^٣ + \frac{١}{٢}ن^٢ - ٢ن$

∴ $س = \frac{١}{٣}ن^٣ + \frac{١}{٢}ن^٢ - ٢ن + ٣$

، ∵ ع = ٠ عندما : $ن^٢ + ن - ٢ = ٠$ ∴ $(ن - ١)(ن + ٢) = ٠$

∴ ن = ١ ، ن = −٢ مرفوض

∴ $س(١) = \frac{١}{٣} + \frac{١}{٢} - ٢ + ٣ = \frac{١١}{٦}$ م

(١٤) أ ، ب نقطتان على خط مستقيم واحد تحرك جسيم من السكون مبتدأ من النقطة أ فى $\overleftarrow{أب}$ بحيث كان القياس الجبرى لسرعته يعطى بالعلاقة : $ع = ٠,٤ ن + ٠,٩ ن^٢$ حيث : ع مقاسة بوحدة م/ث ، ن بالثانية ، و بعد ثانيتين من تحرك الجسيم الأول تحرك جسيم آخر مبتدأ من النقطة ب فى اتجاه $\overleftarrow{بأ}$ من السكون بعجلة ثابتة قدرها ٠,٢ م/ث² فتقابل الجسيمان بعد ٥ ثوان من من تحرك الجسيم الأول فأوجد البعد بين أ ، ب

الحل

بفرض أن : الجسمين يلتقيان عند نقطة هـ

حيث : أهـ = $س_١$ ، ب هـ = $س_٢$

بعد مرور ٥ ثوان من تحرك الجسيم الأول ، مرور ٣ ثوان من تحرك الجسيم الثانى

بالنسبة للجسيم الأول :

∵ $ع = ٠,٤ ن + ٠,٩ ن^٢$

∴ $س_١ = \int_{.}^{٥} (٠,٤ ن + ٠,٩ ن^٢)\, ءن$

$= [٠,٢ ن^٢ + ٠,٣ ن^٣]_{.}^{٥}$

$= (٠,٢ \times ٢٥ + ٠,٣ \times ١٢٥) - ٠$

$= ٤٢,٥$ م

، بالنسبة للجسيم الثانى :

∵ الجسيم يتحرك بعجلة ثابتة حيث : ح = ٠,٢ من السكون

، ∵ $ف = ع_. ن + \frac{١}{٢} ح ن^٢$

∴ $س_٢ = ٠ + \frac{١}{٢} \times ٠,٢ \times ٩ = ٠,٩$ م

$= (٠,١ \times ٩) - ٠ = ٠,٩$ م

∴ أب $= ٤٢,٥ + ٠,٩ = ٤٣,٤$ م





المتميز

فى

الرياضيات التطبيقية

الديناميكا

الجزء النظرى

و

حلول التمارين

الوحدة الثانية

ع = ع. + جـ ن	ض = ك ء ل	ش = ق . أ ف ء ف	ق = ك جـ

إعداد : أحمد الشنتورى

الصف الثالث الثانوى

القسم العلمى

شعبة الرياضيات

٢٠١٧ / ٢٠١٨

الوحدة الثانية .... قوانين نيوتن للحركة

٢ – ١ كمية الحركة

نعلم أن :

(١) كتلة الجسم هى كمية قياسية موجبة تتناسب طردياً مع وزن هذا الجسم ، بشرط أن تقاس كل الأوزان فى مكان واحد على سطح الكرة الأرضية

(٢) كتلة الجسم هى مقدار ما يحتويه الجسم من مادة

(٣) يرمز عادة لكتلة الجسم بالرمز (ك)

(٤) تقاس كتلة الجسم بوحدة الطن أو الكيلوجرام (كجم) أو الجرام (جم) حيث :

الطن = ١٠٠٠ كجم ، الكيلوجرام = ١٠٠٠ جم

(٥) كتلة الجسم قد تتغير من لحظة إلى أخرى فمثلاً :

١) كتلة قطرة المطر تتزايد أثناء هبوطها نتيجة تراكم الغبار و المعلقات الجوية الأخرى على سطحها

٢) كتلة الصاروخ تتناقص أثناء انطلاقه نتيجة خروج الوقود المحترق منه

كمية الحركة :

كمية حركة جسم متحرك هى كمية متجهة لها نفس اتجاه سرعة هذا الجسم ، و مقدارها عند أى لحظة ما يقدر بحاصل ضرب كتلة هذا الجسم فى سرعته عند هذه اللحظة

و يرمز لمتجه كمية الحركة بالرمز $\overleftarrow{\text{م}}$

و يكون : $\overleftarrow{\text{م}} = \text{ك}\ \overleftarrow{\text{ع}}$

و فى حالة الحركة الخطية يكون كل من $\overleftarrow{\text{م}}$ ، $\overleftarrow{\text{ع}}$ موازياً للخط المستقيم الذى تحدث عليه الحركة

و يمكن التعبير عن كل منهما بدلالة القياس الجبرى لكل منهما

فيكون : م = ك ع حيث :

م ، ع هما القياسان الجبريان لمتجهى كمية الحركة و السرعة على الترتيب

وحدات قياس كمية الحركة :

وحدة معيار كمية الحركة = وحدة كتلة × وحدة سرعة

كمية الحركة (م)	الكتلة (ك)	السرعة (ع)
كجم.م / ث	كجم	م / ث
جم . سم / ث	جم	سم / ث

ملاحظة :

عند ثبوت كتلة الجسم تتناسب كمية الحركة مع سرعة الجسم و تكون العلاقة بينهما خطية

لذا تسمى كمية الحركة فى هذه الحالة بكمية الحركة الخطية

إجابة حاول أن تحل (١) ، (٢) صفحة ١٥١

(١) أحسب كمية حركة قطار كتلته ٤٠ طناً يتحرك فى اتجاه الشمال بسرعة ثابتة قدرها ٧٢ كم / س

(٢) أحسب كمية حركة سيارة كتلتها ٨٠٠ كجم تتحرك فى اتجاه الجنوب الغربى بسرعة ثابتة قدرها ١٢٦ كم / س

الحل

(١) كمية حركة القطار = $٤٠ \times ١٠^{٣} \times ٧٢ \times \frac{٥}{١٨} = ٨ \times ١٠^{٥}$ كجم.م / ث فى اتجاه الشمال

أحمد الشتوى

(٢) كمية حركة السيارة = ٨٠٠ × ١٢٦ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٨ × ١٠ ^{٣} كجم.م/ث

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ١٥١

سيارة كتلتها ١٢٠٠ كجم تتحرك فى خط مستقيم بحيث كان : ف = ن^{٣} – ١٢ ن^{٢} حيث ف مقاسة بالمتر أوجد كمية حركة السيارة بعد ٤ ث من بدء الحركة

الحل

ع = $\frac{ءف}{ءن}$ = ٣ ن^{٢} – ٢٤ ن ، بعد ٤ ث من بدء الحركة :

ع = ٣ × ٤^{٢} – ٢٤ × ٤ = ٤٨ – ٩٦ = – ٤٨ م/ث

∴ م = ١٢٠٠ × (– ٩٦) = – ٥٧٦٠٠ كجم.م/ث

أى كمية حركة السيارة = ٥٧٦٠٠ كجم.م/ث فى عكس اتجاه حركتها

التغير فى كمية الحركة :

إذا متجها سرعة جسم متحرك عند لحظتين زمنيتين متتاليتين ن$_{١}$ ، ن$_{٢}$ على الترتيب هما $\overleftarrow{ع}_{١}$ ، $\overleftarrow{ع}_{٢}$ فإن التغير فى كمية حركة الجسم يتحدد بالعلاقة : $\Delta \overleftarrow{م}$ = ك . $\Delta \overleftarrow{ع}$

حيث : ك كتلة الجسم المتحرك ، $\Delta \overleftarrow{ع}$ التغير الحادث فى قيمة سرعته

∴ التغير فى كمية حركة الجسم : Δ م = ك ($\overleftarrow{ع}_{٢}$ – $\overleftarrow{ع}_{١}$)

ملاحظات :

(١) يراعى اتجاه كل من $\overleftarrow{ع}_{١}$ ، $\overleftarrow{ع}_{٢}$ و ذلك بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه أى منهما

(٢) إذا كانت كتلة الجسم المتحرك متغيرة فإن :

$\Delta \overleftarrow{م}$ = $\overleftarrow{م}_{٢}$ – $\overleftarrow{م}_{١}$ = ك$_{٢}$ $\overleftarrow{ع}_{٢}$ – ك$_{١}$ $\overleftarrow{ع}_{١}$

(٣) إذا كانت $\overleftarrow{حـ}$ (ن) هى عجلة الجسم المتحرك فإن :

Δ م = ك $\int_{ن_١}^{ن_٢}$ حـ ء ن

(٤) مقدار التغير فى كمية الحركة = || $\overleftarrow{م}_{٢}$ – $\overleftarrow{م}_{١}$ ||

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ١٥٢

حجر كتلته ٨٠٠ جم يسقط من السكون لمدة ثانيتين ثم يصطدم بسطح بركة و يغوص فى الماء بسرعة منتظمة فيقطع ١٢ متراً فى ٣ ثوان أوجد التغير فى كمية حركة الحجر نتيجة تصادمه بسطح الماء

الحل

بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه الحركة رأسياً لأسفل

دراسة حركة الحجر فى مرحلة السقوط

∵ ع = ع. + ء ن

∴ ع$_{١}$ = ٠ + ٩,٨ × ٢ = ١٩,٦ م / ث

∴ $\overleftarrow{ع}_{١}$ = ١٩,٦ $\overleftarrow{ى}$

دراسة حركة الحجر فى الماء

∵ الحجر يتحرك بسرعة منتظمة

∴ ع$_{٢}$ = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤ م / ث ∴ $\overleftarrow{ع}_{٢}$ = ٤ $\overleftarrow{ى}$

∴ Δ م = ك ($\overleftarrow{ع}_{٢}$ – $\overleftarrow{ع}_{١}$) = $\frac{٨٠٠}{١٠٠٠}$ (٤ – ١٩,٦) $\overleftarrow{ى}$ = – ١٢,٤٨ $\overleftarrow{ى}$

∴ التغير في كمية حركة الجسم نتيجة تصادمه بسطح الماء = – ١٢,٤٨ كجم.م/ث

إجابة حاول أن تحل (٥) صفحة ١٥٣

سيارة كتلتها ١,٥ طن تتحرك فى خط مستقيم بحيث كان حـ (ن) يعطى بالعلاقة حـ = ١٢ ن – ن^{٢} حيث حـ مقيسة بوحدة م / ث^{٢} و الزمن ن

أحمد الشتورى

مقيس بالثانية أوجد :

(أ) التغير فى كمية حركة السيارة خلال الثوانى الست الأولى

(ب) التغير فى كمية حركة السيارة خلال الفترة الزمنية [٢ ، ١٤]

الحل

(أ) $\because \Delta \text{م} = \int_{\text{ن}_1}^{\text{ن}_2} \text{ق} \, \text{ء ن}$

$\therefore \Delta \text{م} = 1,5 \times 10^{3} \times \int_{0}^{6} (12\text{ن} - \text{ن}^2) \, \text{ء ن}$

$= 1500 \times \left[6\text{ن}^2 - \frac{1}{3}\text{ن}^3 \right]_{0}^{6}$

$= 1500 \times [(126 - 41) - 0] = 216000$ كجم . م / ث

(ب) $\because \Delta \text{م} = \int_{\text{ن}_1}^{\text{ن}_2} \text{ق} \, \text{ء ن}$

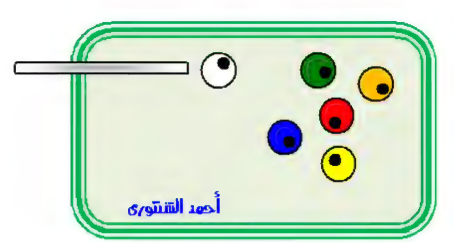
$\therefore \Delta \text{م} = 1,5 \times 10^{3} \times \int_{2}^{14} (12\text{ن} - \text{ن}^2) \, \text{ء ن}$

$= 1500 \times \left[6\text{ن}^2 - \frac{1}{3}\text{ن}^3 \right]_{2}^{14}$

$= 1500 \times [(1176 - 914,7) - (24 - 2,7)]$

$= 360000$ كجم . م / ث

إجابة تفكير ناقد صفحة ١٥٣



فى لعبة البلياردو عندما تضرب الكرة البيضاء إحدى الكرات الأخرى نجد أن حركة كل من الكرتين تتغير فتتباطأ خركة الكرة البيضاء و ربما تغير اتجاهها و من ثم تتناقص كمية حركتها ، بينما تبدأ الكرة الأخرى فى الحركة و من ثم تزداد كمية حركتها فسر ذلك

الحل

تبدأ الكرة البيضاء حركتها بسرعة ما و عندما تضرب الكرة الأخرى تؤثر كل منهما على الأخرى بقوة ما و تكون هاتان القوتان متساويتين فى المقدار و متضادتين فى الاتجاه و يكون خطا عملهما هو خط المركزين للكرتين

بالنسبة للكرة البيضاء تقل سرعتها فتتباطأ حركتها و بالتالى تتناقص كمية حركتها ، و ربما يتغير اتجاهها

بالنسبة للكرة الأخرى تبدأ حركتها بنفس سرعة الكرة البيضاء قبل أن تضربها ثم تزداد سرعتها و بالتالى تزداد كمية حركتها

حل تمارين (٢ – ١) صفحة ١٥٣ بالكتاب المدرسى

أختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة فى ما يلى :

(١) كمية حركة رصاصة كتلتها ١٠٠ جم تتحرك بسرعة ٢٤٠ م / ث تساوى ....

(أ) 24×10^{-3} جم . م / ث (ب) ٢٤ كجم . م / ث

(جـ) 24×10^{4} جم . م / ث (ء) 24×10^{4} كجم . م / ث

(٢) كمية حركة سيارة كتلتها ٢ طن تتحرك فى خط مستقيم بسرعة ٥٤ كم / س تساوى ....

(أ) ١٠٨ طن . م / ث (ب) ٣٠٠٠ كجم . م / ث

(جـ) ٣٠٠٠٠ كجم . م / ث (ء) ١٠٨٠٠٠ كجم . م / ث

(٣) جسم كتلته ٨٠٠ جم يسقط من ارتفاع ٤,٩ أمتار عن سطح الأرض كمية حركة الجسم لحظة وصوله للأرض تساوى ....

(أ) ٢,٤٥ كجم . م / ث (ب) ٤,٩ كجم . م / ث

(جـ) ٢٤٥٠ كجم . م / ث (ء) ٤٩٠٠ كجم . م / ث

أحمد الشتوى

(٤) صاروخ كتلته ٤ طن بما فيه من وقود ، انطلق بسرعة ٢٠٠ م / ث و ينفذ الوقود بمعدل ثابت قدره ١٠٠ كجم كل ثانية مع بقاء كمية الحركة ثابتة فإن سرعة الصاروخ بعد ١٠ ثوان بوحدة كم / س تساوى ....

(أ) $\frac{٨٠٠}{٣}$ (ب) ٦٠٠ (حـ) ٨٠٠ (ء) ٩٦٠

(٥) قذيفة كتلتها ١ كجم تنطلق بسرعة ٧٢٠ كم / س نحو دبابة كتلتها ٥٠ طن تتحرك نحو المدفع بسرعة ٢٠ م / ث فإن :

١) مقدار كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة يساوى ....

(أ) ٢٠٠ كجم . م / ث (ب) ٢٢٠ كجم . م / ث

(حـ) $١٠^{٧}$ كجم . م / ث (ء) ١,١ × $١٠^{٧}$ كجم . م / ث

٢) مقدار كمية حركة الدبابة بالنسبة للقذيفة يساوى ....

(أ) ٢٠٠ كجم . م / ث (ب) ٢٢٠ كجم . م / ث

(حـ) $١٠^{٧}$ كجم . م / ث (ء) ١,١ × $١٠^{٧}$ كجم . م / ث

الحـل

(١) كمية حركة الرصاصة = $\frac{١٠٠}{١٠٠٠}$ × ٢٤٠ = ٢٤ كجم . م / ث

(٢) كمية حركة السيارة = ٢ × $١٠^{٣}$ × ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٣٠٠٠٠ كجم . م / ث

(٣) ∵ $ع^{٢}$ = $ع_٠^{٢}$ + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٤,٩ ∴ ع = ٩,٨ م / ث

و هى سرعة وصول الجسم لسطح الأرض

∴ كمية حركة الجسم لحظة وصوله لسطح الأرض = $\frac{٥٠٠}{١٠٠٠}$ × ٩,٨

= ٤,٩ كجم. م / ث

(٤) كمية حركة الصاروخ لحظة انطلاقه = ٤ × $١٠^{٣}$ × ٢٠٠ = ٨ × $١٠^{٥}$ كجم. م / ث

و بعد ١٠ ثوان : كتلة الصاروخ = ٤ × $١٠^{٣}$ − ١٠٠ × ١٠ = ٣ × $١٠^{٣}$ كجم

، بفرض أن سرعة الصاروخ بعد ١٠ ثوان = ع م / ث

∴ كمية حركة الصاروخ بعد ١٠ ثوان = ٣ × $١٠^{٣}$ ع

، ∵ كمية حركة الصاروخ ثابتة

∴ ٣ × $١٠^{٣}$ ع × $\frac{٥}{١٨}$ = ٨ × $١٠^{٥}$ و منها : ع = ٩٦٠ كم / س

(٥) نفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة في اتجاه حركة القذيفة

، $\overleftarrow{ع}_م$ متجه سرعة القذيفة

، $\overleftarrow{ع}_د$ متجه سرعة الدبابة

∴ $\overleftarrow{ع}_م$ = ٧٢٠ × $\frac{٥}{١٨}$ $\overleftarrow{ى}$ = ٢٠٠ $\overleftarrow{ى}$

، $\overleftarrow{ع}_د$ = − ٢٠ $\overleftarrow{ى}$

١) متجه سرعة القذيفة بالنسبة للدبابة ($\overleftarrow{ع}_{مد}$) = $\overleftarrow{ع}_م$ − $\overleftarrow{ع}_د$

= ٢٠٠ $\overleftarrow{ى}$ − (− ٢٠ $\overleftarrow{ى}$) = ٢٢٠ $\overleftarrow{ى}$

∴ متجه كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة $\overleftarrow{م}$ = ١ × ٢٢٠ $\overleftarrow{ى}$ = ٢٢٠ $\overleftarrow{ى}$

∴ مقدار كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة = ٢٢٠ كجم . م / ث

٢) متجه سرعة الدبابة بالنسبة للقذيفة ($\overleftarrow{ع}_{دم}$) = $\overleftarrow{ع}_د$ − $\overleftarrow{ع}_م$

= − ٢٠ $\overleftarrow{ى}$ − ٢٠٠ $\overleftarrow{ى}$ = − ٢٢٠ $\overleftarrow{ى}$

∴ متجه كمية حركة الدبابة بالنسبة لقذيفة $\overleftarrow{م}$ = ٥٠ × $١٠^{٣}$ × (− ٢٢٠ $\overleftarrow{ى}$)

= − ١,١ × $١٠^{٧}$ $\overleftarrow{ى}$

∴ مقدار كمية حركة الدبابة بالنسبة للقذيفة = ١,١ × $١٠^{٧}$ كجم . م / ث

أجب عن الأسئلة الآتية :

(٦) كرة كتلتها ٢٠٠ جم تتحرك أفقياً بسرعة ثابتة قدرها ٤٠ م / ث ، أصطدمت بحائط رأسى و كان مقدار التغير في كمية حركة الكرة نتيجة للتصادم ١٢ كجم . م / ث أحسب سرعة ارتداد الكرة

الحل

بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه الكرة بعد التصادم ، $\overleftarrow{ع_٢}$ متجه سرعة ارتداد الكرة

∴ $\overleftarrow{ع_١} = -٤٠ \overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع_٢} = ع_٢ \overleftarrow{ى}$

، التغير فى كمية الحركة $\Delta \overleftarrow{م} = \frac{٢٠٠}{١٠٠٠} \times [ع_٢ - (-٤٠)] \overleftarrow{ى}$

∴ مقدار التغير فى كمية الحركة $= \frac{١}{٥} \times (ع_٢ + ٤٠)$

∴ $١٢ = \frac{١}{٥} \times (ع_٢ + ٤٠)$ و منها : $ع_٢ = ٢٠$ م / ث

أى أن : سرعة ارتداد الكرة = ٢٠ م / ث

(٧) سقط جسم كتلته ٩٠ جم و بعد ٣ ث من سقوطه اصطدم بسطح سائل لزج فغاص فيه بسرعة منتظمة فقطع ٢,٢ متر فى نصف ثانية احسب التغير فى كمية الحركة نتيجة للتصادم

الحل

بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه الحركة رأسياً لأسفل

دراسة حركة الجسم فى مرحلة السقوط

∵ $ع = ع_٠ + ء ن$

∴ $ع_١ = ٠ + ٩,٨ \times ٣ = ٢٩,٤$ م / ث

∴ $\overleftarrow{ع_١} = ٢٩,٤ \overleftarrow{ى}$

دراسة حركة الجسم فى السائل

∵ الحجر يتحرك بسرعة منتظمة

∴ $ع_٢ = \frac{٢٢}{١٠} \div \frac{١}{٢} = \frac{٢٢}{١٠} \div \frac{٢}{١} = ٤,٤$ م / ث ∴ $\overleftarrow{ع_٢} = ٤,٤ \overleftarrow{ى}$

∴ $\Delta \overleftarrow{م} = ك (\overleftarrow{ع_٢} - \overleftarrow{ع_١}) = \frac{٩٠}{١٠٠٠} (٤,٤ - ٢٩,٤) \overleftarrow{ى} = -٢,٢٥ \overleftarrow{ى}$

∴ التغير في كمية الحركة نتيجة للتصادم = $-٢,٢٥$ كجم . م / ث

(٨) جسم من المطاط كتلته ١٠٠ جم يتحرك أفقياً بسرعة ١٢٠ سم / ث عندما اصطدم بحائط رأسى و ارتد فى اتجاه عمودى على الحائط بعد أن فقد ثلثى مقدار سرعته

أحسب التغير فى كمية حركة الجسم المطاطى نتيجة التصادم

الحل

بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه الجسم بعد التصادم

∵ الجسم فقد ثلثى مقدار سرعته

∴ مقدار سرعته بعد التصادم = $١٢٠ \times \frac{١}{٣} = ٤٠$ سم / ث

∴ $\overleftarrow{ع_١} = -١٢٠ \overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع_٢} = ٤٠ \overleftarrow{ى}$

، التغير فى كمية الحركة $\Delta \overleftarrow{م} = ١٠٠ \times [٤٠ - (-١٢٠)] \overleftarrow{ى} = ١٦٠٠٠ \overleftarrow{ى}$

∴ مقدار التغير فى كمية الحركة = ١٦٠٠٠ جم . سم / ث

(٩) من نقطة أسفل سقف حجرة بمسافة ٢٤٠ سم قذفت كرة كتلتها ٤٠ جم بسرعة ٩٨٠ سم / ث رأسياً لأعلى فاصطدمت بالسقف و تغيرت لذلك كمية حركتها بمقدار ٠,٤ كجم . م / ث أوجد سرعة ارتداد الكرة

الحل

سقف الحجرة

بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه الحركة رأسياً لأسفل

، مقدار ارتداد الكرة $= ع_٢$ سم / ث

∴ $\overleftarrow{ع_٢} = ع_٢ \overleftarrow{ى}$

، قبل الاصطدام بالسقف مباشرة :

∵ $ع_٢^٢ = ع^٢ - ٢ ء ف = (٩,٨)^٢ - ٢ × ٩,٨ × ٢,٤ = ٤٩$

∴ $ع_٢ = ٧$ م / ث　　،　$\overleftarrow{ع_٢} = -٧ \overleftarrow{ى}$

، التغير فى كمية الحركة $\triangle \overleftarrow{م} = \frac{٤٠}{١٠٠٠} × [ع_٣ - (-٧)] \overleftarrow{ى}$

∴ مقدار التغير فى كمية الحركة $= \frac{١}{٢٥} × (ع_٣ + ٧)$

∴ $٠,٤ = \frac{١}{٢٥} × (ع_٣ + ٧)$　　و منها : $ع_٣ = ٣$ م / ث

أى أن : سرعة ارتداد الكرة = ٣ م / ث

(١٠) سقطت كرة من المطاط كتلتها $\frac{١}{٢}$ كجم من ارتفاع ٨,١ أمتار على أرض أفقية فارتدت الكرة رأسياً لأعلى إلى ارتفاع ٣,٦ أمتار أحسب التغير فى كمية حركة الكرة نتيجة التصادم بالأرض

الحل

بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه الحركة رأسياً لأعلى

حركة الكرة فى مرحلة السقوط

∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ ء ف$

$= ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٨,١$

∴ $ع_١ = ١٢,٦$ م / ث　　،　$\overleftarrow{ع_١} = -١٢,٦ \overleftarrow{ى}$

حركة الكرة فى مرحلة الارتداد " الكرة تسكن لحظياً عند أقصى ارتفاع لها "

∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ - ٢ ء ف$　　∴ $٠ = ع_٠^٢ - ٢ × ٩,٨ × ٣,٦$

∴ $ع_٢ = ٨,٤$ م / ث　　،　$\overleftarrow{ع_٢} = ٨,٤ \overleftarrow{ى}$

، التغير فى كمية الحركة $\triangle \overleftarrow{م} = \frac{١}{٢} × [٨,٤ - (-١٢,٦)] \overleftarrow{ى}$

$= ١٠,٥ \overleftarrow{ى}$

∴ التغير فى كمية الحركة = ١٠,٥ كجم . م / ث

(١١) عربة سكة حديد كتلتها ١٥ طناً تتحرك أفقياً بسرعة مقدارها ٤٠ م / ث اصطدمت بالحاجز فى نهاية الخط فارتدت للخلف بسرعة ٣٠ م / ث احسب التغير فى كمية حركتها

الحل

بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه العربة بعد التصادم

∴ $\overleftarrow{ع_١} = -٣٠ \overleftarrow{ى}$　،　$\overleftarrow{ع_٢} = ٤٠ \overleftarrow{ى}$

، التغير فى كمية الحركة $\triangle \overleftarrow{م}$

$= ١٥ × ١٠^٣ × [٤٠ - (-٣٠)] \overleftarrow{ى} = ١٠٥ × ١٠^٤ \overleftarrow{ى}$

∴ التغير فى كمية الحركة $= ١٠٥ × ١٠^٤$ جم . سم / ث

(١٢) قذف جسم كتلته ١ كجم رأسياً لأعلى بسرعة ٥٨,٨ م / ث رأسياً لأعلى فاحسب التغير فى كمية حركته فى الفترات الزمنية الآتية :

(أ) [٢ ، ٥]　　(ب) [٤ ، ٨]　　(جـ) [٧ ، ١١]

الحل

بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه الحركة رأسياً لأعلى

∵ الجسم يبدأ الحركة بسرعة ٥٨,٨ م / ث　　∴ $\overleftarrow{ع_٠} = ٥٨,٨ \overleftarrow{ى}$

(أ) بعد ٢ ث : $ع = ع_٠ - ء ن = ٥٨,٨ - ٩,٨ × ٢ = ٣٩,٢$ م / ث

∴ $\overleftarrow{ع_٢} = ٣٩,٢ \overleftarrow{ى}$

∴ $\triangle \overleftarrow{م} = ١ × (٣٩,٢ - ٥٨,٨) \overleftarrow{ى} = -١٩,٦ \overleftarrow{ى}$

بالمثل : بعد ٥ ث : $\overleftarrow{ع_٥} = ٩,٨ \overleftarrow{ى}$

∴ $\triangle \overleftarrow{م} = ١ × (٩,٨ - ٥٨,٨) \overleftarrow{ى} = -٤٩ \overleftarrow{ى}$

∴ التغير فى كمية الحركة $\triangle \overleftarrow{م}$ فى [٢ ، ٥] $= -٤٩ \overleftarrow{ى} + ١٩,٦ \overleftarrow{ى}$

$= -٢٩,٤ \overleftarrow{ى}$

∴ التغير فى كمية الحركة △ م فى [٢ ، ٥] = − ٢٩,٤ كجم . م / ث

حل آخر

الجسم يتحرك بعجلة = − ٩,٨ م / ث٢ ، ∵ Δ ـمـ = ك $\int_{ن_1}^{ن_2}$ جـ ء ن

∴ Δ ـمـ = ١ × $\int_{٢}^{٥}$ − ٩,٨ ء ن = ١ × $[\,-٩,٨\ ن\,]_{٢}^{٥}$

= ١ × [− ٤٩ − (− ١٩,٦)] = − ٢٩,٤ كجم . م / ث

(ب) كما سبق : $\overleftarrow{ع_1}$ = ٥٨,٨ $\overleftarrow{ى}$ ، بعد ٤ ث : $\overleftarrow{ع_2}$ = ١٩,٦ $\overleftarrow{ى}$

∴ Δ $\overleftarrow{م_2}$ = ١ × (١٩,٦ − ٥٨,٨) $\overleftarrow{ى}$ = − ٣٩,٢ $\overleftarrow{ى}$

بالمثل : بعد ٨ ث : $\overleftarrow{ع_3}$ = − ١٩,٦ $\overleftarrow{ى}$

∴ Δ $\overleftarrow{م_3}$ = ١ × (− ١٩,٦ − ٥٨,٨) $\overleftarrow{ى}$ = − ٧٨,٤ $\overleftarrow{ى}$

∴ التغير فى كمية الحركة Δ $\overleftarrow{م}$ فى [٤ ، ٨] = − ٧٨,٤ $\overleftarrow{ى}$ + ٣٩,٢ $\overleftarrow{ى}$

= − ٣٩,٢ $\overleftarrow{ى}$

∴ التغير فى كمية الحركة Δ ـمـ فى [٤ ، ٨] = − ٣٩,٢ كجم . م / ث

حل آخر

الجسم يتحرك بعجلة = − ٩,٨ م / ث٢ ، ∵ Δ ـمـ = ك $\int_{ن_1}^{ن_2}$ جـ ء ن

∴ Δ ـمـ = ١ × $\int_{٤}^{٨}$ − ٩,٨ ء ن = ١ × $[\,-٩,٨\ ن\,]_{٤}^{٨}$

= ١ × [− ٧٨,٤ − (− ٣٩,٢)] = − ٣٩,٢ كجم . م / ث

(جـ) كما سبق : $\overleftarrow{ع_1}$ = ٥٨,٨ $\overleftarrow{ى}$ ، بعد ٧ ث : $\overleftarrow{ع_2}$ = − ٩,٨ $\overleftarrow{ى}$

∴ Δ $\overleftarrow{م_2}$ = ١ × (− ٩,٨ − ٥٨,٨) $\overleftarrow{ى}$ = − ٦٨,٦ $\overleftarrow{ى}$

بالمثل : بعد ١١ ث : $\overleftarrow{ع_3}$ = − ٤٩ $\overleftarrow{ى}$

∴ Δ $\overleftarrow{م_3}$ = ١ × (− ٤٩ − ٥٨,٨) $\overleftarrow{ى}$ = − ١٠٧,٨ $\overleftarrow{ى}$

∴ التغير فى كمية الحركة Δ $\overleftarrow{م}$ فى [٧ ، ١١] = − ١٠٧,٨ $\overleftarrow{ى}$ + ٦٨,٦ $\overleftarrow{ى}$

= − ٣٩,٢ $\overleftarrow{ى}$

∴ التغير فى كمية الحركة Δ ـمـ فى [٤ ، ٨] = − ٣٩,٢ كجم . م / ث

حل آخر

الجسم يتحرك بعجلة = − ٩,٨ م / ث٢ ، ∵ Δ ـمـ = ك $\int_{ن_1}^{ن_2}$ جـ ء ن

∴ Δ ـمـ = ١ × $\int_{٧}^{١١}$ − ٩,٨ ء ن = ١ × $[\,-٩,٨\ ن\,]_{٧}^{١١}$

= ١ × [− ١٠٧,٨ − (− ٦٨,٦)] = − ٣٩,٢ كجم . م / ث

(١٣) جسم متحرك فى خط مستقيم كتلته عند أى زمن ن بالثانية تساوى $\frac{١}{٥}$ (ن + ٥) كجم ، و كانت ازاحته عند أى زمن ن تعطى بالصورة $\overleftarrow{ف}$ = $\frac{١}{٢}$ (ن٢ − ٤ ن + ٣) $\overleftarrow{ى}$ حيث $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة الجسم ، $\overleftarrow{ف}$ يعطى بالمتر

(أ) أوجد كمية حركة الجسم عند أى لحظة زمنية ن

(ب) أوجد التغير فى كمية حركة الجسم خلال الفترة الزمنية [٢ ، ٥]

الحل

(أ) $\overleftarrow{ع}$ = $\frac{ء \overleftarrow{ف}}{ء ن}$ = $\frac{١}{٢}$ (٢ ن − ٤) $\overleftarrow{ى}$ = (ن − ٢) $\overleftarrow{ى}$

∴ $\overleftarrow{م}$ = $\frac{١}{٥}$ (ن + ٥) (ن − ٢) $\overleftarrow{ى}$ = $\frac{١}{٥}$ (ن٢ + ٣ ن − ١٠) $\overleftarrow{ى}$

أى أن : كمية حركة الجسم عند أى لحظة زمنية ن

ـمـ = $\frac{١}{٥}$ (ن٢ + ٣ ن − ١٠) كجم . م / ث

(ب) عند ٢ ث : ـمـ٢ = $\frac{١}{٥}$ (٤ + ٦ − ١٠) = ٠ كجم . م / ث

عند ٥ ث : ـمـ٥ = $\frac{١}{٥}$ (٢٥ + ١٥ − ١٠) = ٦ كجم . م / ث

∴ التغير فى كمية الحركة Δ ـمـ فى [٢ ، ٥] = ٦ − ٠

= ٦ كجم . م / ث

(١٤) جسم كتلته ١٢ كجم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت $\overleftarrow{ف}$ تعطى كدالة فى الزمن ن بالعلاقة $\overleftarrow{ف}$ = ن (٦ − ن) $\overleftarrow{ى}$ حيث $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه الحركة ، إذا كان معيار $\overleftarrow{ف}$ بوحدة المتر ، ن بالثانية فأوجد التغير فى كمية حركته فى الفترات الزمنية الآتية :

(أ) [١ ، ٢]   (ب) [٢ ، ٥]   (حـ) [٤ ، ٦]

الحل

∵ $\overleftarrow{ف}$ = ن (٦ − ن) $\overleftarrow{ى}$ = (٦ ن − ن^{٢}) $\overleftarrow{ى}$

∴ $\overleftarrow{ع}$ = $\frac{د\overleftarrow{ف}}{دن}$ = (٦ − ٢ ن) $\overleftarrow{ى}$ ، ع = ٦ − ٢ ن

، $\overleftarrow{حـ}$ = $\frac{د\overleftarrow{ع}}{دن}$ = − ٢ ، حـ = − ٢

(أ) ∵ △ م = ك $\int_{ن_{١}}^{ن_{٢}}$ حـ دن

∴ △ م = ١٢ × $\int_{١}^{٢}$ − ٢ دن = ١٢ × $[\,-٢ ن\,]_{١}^{٢}$

= ١٢ × [− ٤ − (− ٢)] = − ٢٤ كجم . م / ث

حل آخر

عند ١ ث : م$_{١}$ = ١٢ × (٦ − ٢) = ٤٨ كجم . م / ث

، عند ٢ ث : م$_{٢}$ = ١٢ × (٦ − ٤) = ٢٤ كجم . م / ث

∴ التغير فى كمية الحركة △ م فى [١ ، ٢] = ٢٤ − ٤٨ = − ٢٤ كجم . م / ث

(ب) ∵ △ م = ك $\int_{ن_{١}}^{ن_{٢}}$ حـ دن

∴ △ م = ١٢ × $\int_{٢}^{٥}$ − ٢ دن = ١٢ × $[\,-٢ ن\,]_{٢}^{٥}$

= ١٢ × [− ١٠ − (− ٤)] = − ٧٢ كجم . م / ث

حل آخر

عند ٢ ث : م$_{١}$ = ١٢ × (٦ − ٤) = ٢٤ كجم . م / ث

، عند ٥ ث : م$_{٢}$ = ١٢ × (٦ − ١٠) = − ٤٨ كجم . م / ث

∴ التغير فى كمية الحركة △ م فى [٢ ، ٥] = − ٤٨ − ٢٤

= − ٧٢ كجم . م / ث

(حـ) ∵ △ م = ك $\int_{ن_{١}}^{ن_{٢}}$ حـ دن

∴ △ م = ١٢ × $\int_{٤}^{٦}$ − ٢ دن = ١٢ × $[\,-٢ ن\,]_{٤}^{٦}$

= ١٢ × [− ١٢ − (− ٨)] = − ٤٨ كجم . م / ث

حل آخر

عند ٤ ث : م$_{١}$ = ١٢ × (٦ − ٨) = − ٢٤ كجم . م / ث

، عند ٦ ث : م$_{٢}$ = ١٢ × (٦ − ١٢) = − ٧٢ كجم . م / ث

∴ التغير فى كمية الحركة △ م فى [١ ، ٢] = − ٧٢ + ٢٤

= − ٤٨ كجم . م / ث

(١٥) جسم يتحرك فى خط مستقيم بعجلة منتظمة حـ = − ٣ م / ث^{٢} و بسرعة ابتدائية ٥ م / ث إذا كانت كتلة الجسم ١٨ كجم فأوجد مقدار التغير فى كمية الحركة فى الفترات الزمنية الآتية :

(أ) [٠ ، ٣]   (ب) [١ ، ٢]

الحل

(أ) ∵ ع$_{٠}$ = ٥ م/ث ، ع = ع$_{٠}$ + حـ ن = ٥ − ٣ × ٣ = − ٤ م / ث

∴ عند ٠ ث : م$_{١}$ = ١٨ × ٥ = ٩٠ كجم . م / ث

، عند ٣ ث : م$_{٢}$ = ١٨ × (− ٤) = − ٧٢ كجم . م / ث

∴ التغير فى كمية الحركة Δ مـ فى [٠ ، ٣] = − ٧٢ − ٩٠

= − ١٦٢ كجم . م / ث

∴ مقدار التغير فى كمية الحركة فى [٠ ، ٣] = ١٦٢ كجم . م / ث

حل آخر

∵ Δ مـ = $\int_{ن_1}^{ن_2}$ ق ءن

∴ Δ مـ = ١٨ × $\int_{٠}^{٣}$ − ٣ ءن = ١٨ × $[\,- ٣ ن\,]_{٠}^{٣}$

= ١٨ × (− ٩ − ٠) = − ١٦٢ كجم . م / ث

∴ مقدار التغير فى كمية الحركة فى [٠ ، ٣] = ١٦٢ كجم . م / ث

(ب) عند ١ ث : ع = $ع_0$ + جـ ن = ٥ − ٣ × ١ = ٢ م / ث

∴ $مـ_1$ = ١٨ × ٢ = ٣٦ كجم . م / ث

عند ٢ ث : ع = $ع_0$ + جـ ن = ٥ − ٣ × ٢ = − ١ م / ث

∴ $مـ_2$ = ١٨ × (− ١) = − ١٨ كجم . م / ث

∴ التغير فى كمية الحركة Δ مـ فى [١ ، ٢] = − ١٨ − ٣٦

= − ٥٤ كجم . م / ث

∴ مقدار التغير فى كمية الحركة فى [١ ، ٢] = ٥٤ كجم . م / ث

حل آخر

∵ Δ مـ = $\int_{ن_1}^{ن_2}$ ق ءن

∴ Δ مـ = ١٨ × $\int_{١}^{٢}$ − ٣ ءن = ١٨ × $[\,- ٣ ن\,]_{١}^{٢}$

= ١٨ × (− ٦ + ٣) = − ٥٤ كجم . م / ث

∴ مقدار التغير فى كمية الحركة فى [١ ، ٢] = ٥٤ كجم . م / ث

(١٦) جسم كتلته ٤٨ جم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت :

جـ = (٣ ن − ١٢) م / ث^2 احسب التغير فى كمية حركته خلال الفترات الزمنية الآتية :

(أ) [١ ، ٣]　　　(ب) [٣ ، ٥]

الحل

(أ) ∵ Δ مـ = $\int_{ن_1}^{ن_2}$ ق ءن

∴ Δ مـ = $\frac{٤٨}{١٠٠٠}$ × $\int_{١}^{٣}$ (٣ ن − ١٢) ءن

= $\frac{٤٨}{١٠٠٠}$ × $[\,(\frac{٣}{٢} ن^2 − ١٢ ن)\,]_{١}^{٣}$

= $\frac{٤٨}{١٠٠٠}$ × [($\frac{٢٧}{٢}$ − ٣٦) − ($\frac{٣}{٢}$ − ١٢)]

= − $\frac{٧٢}{١٢٥}$ كجم . م / ث

(ب) ∵ Δ مـ = $\int_{ن_1}^{ن_2}$ ق ءن

∴ Δ مـ = $\frac{٤٨}{١٠٠٠}$ × $\int_{٣}^{٥}$ (٣ ن − ١٢) ءن

= $\frac{٤٨}{١٠٠٠}$ × $[\,(\frac{٣}{٢} ن^2 − ١٢ ن)\,]_{٣}^{٥}$

= $\frac{٤٨}{١٠٠٠}$ × [($\frac{٧٥}{٢}$ − ٦٠) − ($\frac{٢٧}{٢}$ − ٣٦)] = صفر

٢ – ٢ القانون الأول لنيوتن

تمهيد :
يوجد أنواع عديدة من القوى المختلفة التى قد تؤثر على الأجسام المتحركة فتغير من سرعتها مثل دفع (سحب) شخص عربة
أو أن تؤثر القوة على الأجسام الساكنة لتبيقها ساكنة
مثل كتاب موضوع على مكتب أو صورة معلقة على حائط
و يكون تأثير القوة مباشر مثل دفع صندوق
و يمكن أن يكون تأثير القوة عن بعد
مثل تنافر و تجاذب قطبى مغناطيس
و يعرف الجسم الساكن بأنه فى حالة اتزان عندما تكون محصلة القوى المؤثرة عليه تساوى صفراً

أنواع القوى :
ميكانيكية – جاذبية – كهربية – مغناطيسية – نووية

القانون الأول لنيوتن :
كل جسم يحتفظ بحالته من حيث السكون أو الحركة المنتظمة فى خط مستقيم ما لم تؤثر عليه قوة خارجية تغير من حالته

ملاحظات :
(١) يوضح القانون ما يحدث لجسم (ساكن أو متحرك حركة منتظمة) عندما تكون محصلة القوى المؤثرة عليه تساوى صفر
أى : إذا كانت القوى هى : $\overline{ق_١}$ ، $\overline{ق_٢}$ ، .... ، $\overline{ق_ن}$
فإن : $\overline{ح} = \overline{ق_١} + \overline{ق_٢} + ... + \overline{ق_ن} = \overline{٠}$
أو المجموع الجبرى لمركبات القوى فى كل من إتجاهين متعامدين = صفر
(٢) الجسم الساكن يظل ساكناً مالم تؤثر عليه قوة تحاول تحريكه و الجسم المتحرك حركة منتظمة يظل متحركاً ما لم تؤثر عليه قوة تغير من حالته
(٣) يقصد بالقوة فى صياغة القانون محصلة جميع القوى المؤثرة على الجسم
(٤) يبين القانون أن الجسم الساكن أو المتحرك حركة منتظمة فى خط مستقيم (أى عندما يكون فى حالته الطبيعية) لا يمكنه تغيير حالته هذه تلقائياً بل لابد أن تؤثر عليه قوة فتخرجه من هذه الحالة لذا يسمى بقانون القصور الذاتى

القصور الذاتى :
الأجسام بطبيعتها تحافظ على حالتها من حيث السكون أو الحركة المنتظمة فى خط مستقيم
و تعرف هذه الممانعة و المقاومة للتغير بالقصور الذاتى

مبدأ القصور الذاتى :
كل جسم قاصر أو عاجز بذاته عن تغير حالته من حيث السكون أو الحركة المنتظمة فى خط مستقيم

بعض أوضاع الأجسام التى تتحرك حركة منتظمة :
بفرض أن جسماً وزنه (و) يتحرك بتأثير قوة (ق) و مقاومة (م) حيث :
[١] مقاومة المستوى الذى يتحرك عليه الجسم تكون دائماً موازية للمستوى فى عكس إتجاه حركة الجسم
[٢] المقاومة الكلية (م) = المقاومة لكل طن × الكتلة بالطن
[٣] قوة المحرك " لسيارة أو قاطرة مثلاً " تكون دائماً فى نفس إتجاه حركة الجسم ، و إذا أوقف المحرك فإن : ق = صفر

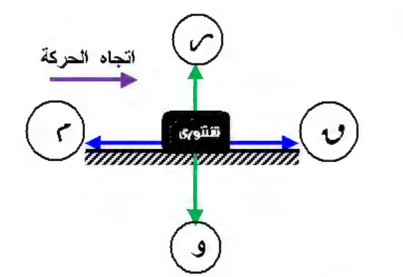
أحمد الشتوى

[٤] إذا تحرك الجسم بأقصى سرعة معنى ذلك أنه يتحرك حركة منتظمة

(أ) الحركة المنتظمة على مستوى أفقى :

(١) القوة (ق) أفقية :

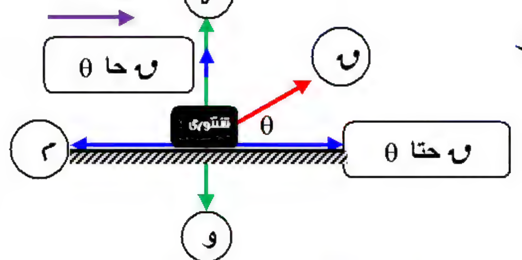
ق = م ، ر = و



(٢) القوة (ق) تميل على الأفقى بزاوية قياسها (θ) :

ق حتا θ = م ،

ر + ق حا θ = و

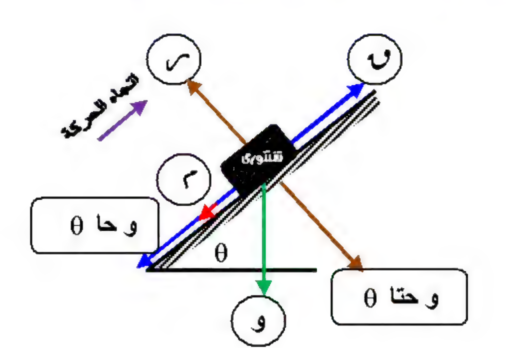


(ب) الحركة المنتظمة على مستوٍ مائل على الأفقى بزاوية قياسها (θ) :

(١) الحركة لأعلى و القوة (ق) فى اتجاه أكبر ميل لأعلى :

ق = و حا θ + م ،

ر = و حتا θ



(٢) الحركة لأعلى و القوة (ق) مائلة على خط أكبر ميل للمستوى بزاوية قياسها (ى) :

ق حتا ى = و حا θ + م

، ر + ق حا ى = و حتا θ

(٣) الحركة لأسفل و القوة (ق) فى اتجاه أكبر ميل لأسفل :

ق + و حا θ = م ،

ر = و حتا θ

ملاحظات :

(١) إذا تحرك الجسم لأسفل على مستوٍ مائل على الأفقى بزاوية قياسها (θ) تحت تأثير وزنه فقط " بدون قوة "

فإن : م = و حا θ ، ر = و حتا θ

(٢) إذا كان : المستوى أملس فإن : م = صفر

(٤) الحركة المنتظمة الرأسية :

١) تحت تأثير الوزن فقط :

و = م

من أمثلة ذلك :

تحرك جسم داخل سائل حيث : (و) وزن الجسم ، حيث : (م) مقاومة السائل ، حركة جندى المظلات الهابط بمظلته حيث : (و) وزن الجندى و المظلة ، (م) مقاومة الهواء

ملاحظات :

(١) إذا كان الجسم يتحرك تحت تأثير مقاومة (م) تتناسب طردياً مع السرعة (ع) أى أن : م ∝ ع فإن :

م = ك ع حيث ك ثابت ، $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١}{ع_٢}$

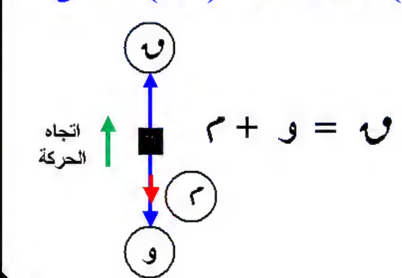
(٢) إذا كان الجسم يتحرك تحت تأثير مقاومة (م) تتناسب طردياً مع مربع السرعة ($ع^٢$) أى أن : م ∝ $ع^٢$ فإن :

م = ك $ع^٢$ حيث ك ثابت ، $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$

(٣) إذا كان التناسب عكسى فى الحالتين السابقتين فإن :

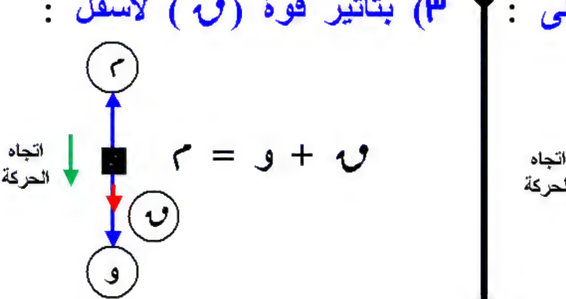
$\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_٢}{ع_١}$ ، $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_٢^٢}{ع_١^٢}$ على الترتيب

٢) بتأثير قوة (ق) لأعلى :



ق = و + م

٣) بتأثير قوة (ق) لأسفل :

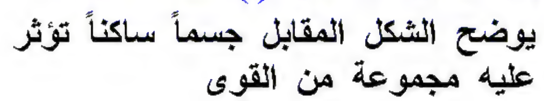


ق + و = م

ملاحظة :

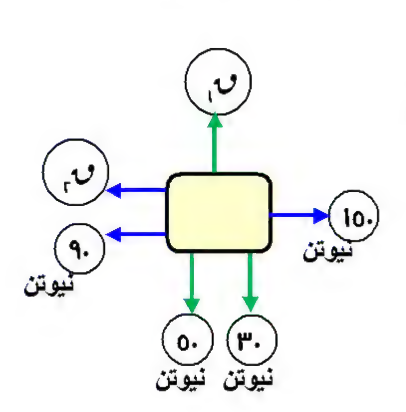
فى حالة الحركة الرأسية لطائرة هليوكوبتر أو بالون أو منطاد يكون إتجاه القوة (ق) دائماً لأعلى فى حالتى الصعود و الهبوط

إجابة حاول أن تحل (١) صفحة ١٥٨



يوضح الشكل المقابل جسماً ساكناً تؤثر عليه مجموعة من القوى

أوجد : $ق_١$ ، $ق_٢$



الحل

∵ الجسم ساكن

∴ القوى الرأسية متزنة

∴ $ق_١$ = ٣٠ + ٥٠ = ٨٠ نيوتن

، القوى الأفقية متزنة

∴ $ق_٢$ + ٩٠ = ١٥٠

و منها : $ق_٢$ = ٦٠ نيوتن

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ١٥٨

يوضح الشكل المقابل جسماً متحركاً رأسياً لأعلى بسرعة ثابتة عليه مجموعة من القوى أوجد : $ق_١$ ، $ق_٢$

الحل

∵ الجسم فى حالة حركة منتظمة

∴ القوى الأفقية متزنة

∴ $ق_١$ + ١٥٠ = ٣١٠ و منها : $ق_١$ = ١٦٠ نيوتن

، القوى الرأسية متزنة

∴ $ق_٢$ + ٤٥٠ = ٨٠٠ و منها : $ق_٢$ = ٣٥٠ نيوتن

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ١٥٩

قطار كتلته ٢٤٠ طناً تجره قاطرة بقوة ثابتة ١٢ ثقل طن ، فإذا كانت المقاومة لحركة القطار تتناسب مع مربع سرعته ، و كانت المقاومة ٨ ث كجم لكل طن من الكتلة المتحركة عندما كانت سرعة القطار ٤٥ كم / س ، احسب أقصى سرعة للقطار

الحل

نفرض أن : المقاومة = $م_١$ = ٨ × ٢٤٠ = ١٩٢٠ ث كجم

عندما تكون سرعة القطار = $ع_١$ = ٤٥ كم / س

، المقاومة = $م_٢$ عندما تكون سرعة القطار = $ع_٢$

يبلغ القطار أقصى سرعة له عندما تكون المقاومة مساوية تماماً لقوة جر القطار فإذا كانت : $ع_٢$ أقصى سرعة للقطار فإن : $م_٢$ = ١٢ ثقل طن = ١٢٠٠٠ ث كجم

، ∵ م ∝ $ع^٢$ ∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$

∴ $\frac{١٩٢٠}{١٢٠٠٠} = \frac{٤٥ \times ٤٥}{ع_٢^٢}$ و منها : $ع_٢$ = ١١٢,٥ كم / س

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ١٥٩

رجل مربوط إلى مظلة نجاة يهبط هو و المظلة رأسياً ، فإذا كانت مقاومة الهواء تتناسب طردياً مع مربع سرعته و مقاومة الهواء تساوى $\frac{٤}{٩}$ من وزن الرجل و المظلة عندما كانت سرعته ١٢ كم / س

اوجد أقصى سرعة هبوط للرجل

الحل

نفرض أن : المقاومة = $م_١$ = $\frac{٤}{٩}$ و " حيث : (و) وزن الرجل و المظلة "

عندما تكون سرعة الرجل = $ع_١$ = ١٢ كم / س

، المقاومة = $م_٢$ عندما تكون سرعة الرجل = $ع_٢$

يبلغ الرجل أقصى سرعة لهبوطه عندما تكون المقاومة مساوية تماماً لوزن الرجل و المظلة فإذا كانت : $ع_٢$ أقصى سرعة للرجل فإن : $م_٢$ = و

، ∵ م ∝ $ع^٢$ ∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$

∴ $\frac{\frac{٤}{٩} و}{و} = \frac{١٢ \times ١٢}{ع_٢^٢}$ و منها : $ع_٢$ = ١٨ كم / س

إجابة حاول أن تحل (٥) صفحة ١٦٠

جسم يتحرك بسرعة منتظمة تحت تأثير مجموعة من القوى $\overline{ق_١}$ ، $\overline{ق_٢}$ ، $\overline{ق_٣}$ حيث : $\overline{ق_١}$ = أ $\overline{س}$ − ٥ $\overline{ص}$ + ٧ $\overline{ع}$ ،

$\overline{ق_٢}$ = ٢ $\overline{س}$ + ٤ $\overline{ص}$ + حـ $\overline{ع}$ ، $\overline{ق_٣}$ = − ٣ $\overline{س}$ + ب $\overline{ص}$

أوجد كلاً من أ ، ب ، حـ

الحل

∵ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة ∴ $\overrightarrow{ق}_١ + \overrightarrow{ق}_٢ + \overrightarrow{ق}_٣ = \overrightarrow{٠}$

∴ أ $\overrightarrow{س}$ − ٥ $\overrightarrow{ص}$ + ٧ $\overrightarrow{ع}$ − ٣ $\overrightarrow{س}$ + ب $\overrightarrow{ص}$ + ٢ $\overrightarrow{س}$ + ٤ $\overrightarrow{ص}$ + حـ $\overrightarrow{ع}$

= $\overrightarrow{٠}$ و منها : أ − ٣ + ٢ = ٠ ∴ أ = ١

، − ٥ + ب + ٤ = ٠ ∴ ب = ١

، ٧ + حـ = ٠ ∴ حـ = − ٧

حل تمارين (٢ − ٢) صفحة ١٦٠ بالكتاب المدرسى

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة فى كل مما يأتى :

(١) سيارة كتلتها ٤ أطنان تتحرك على طريق أفقى بسرعة منتظمة إذا كانت قوة المحرك ١٢٠ ث كجم فإن مقاومة الحركة لكل طن من الكتلة تساوى ....

(أ) ٤ ث طن (ب) ٣٠ ث كجم (حـ) ١٢٠ كجم (ء) ٤٨٠ ث كجم

(٢) تحرك جسم فى خط مستقيم بسرعة منتظمة تحت تأثير القوتين $\overrightarrow{ق}_١$ = ٢أ $\overrightarrow{س}$ − ٣ $\overrightarrow{ص}$ + ٤ $\overrightarrow{ع}$ ، $\overrightarrow{ق}_٢$ = ٦ $\overrightarrow{س}$ + ب $\overrightarrow{ص}$ + هـ $\overrightarrow{ع}$ فإن : أ + ب + هـ = ...

(أ) ٤ (ب) ٣ (حـ) − ٣ (ء) − ٤

(٣) إذا كان جسم وزنه ٢٠ ث كجم يهبط بسرعة منتظمة على مستوى مائل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° فإن مقاومة المستوى بثقل الكيلوجرام تساوى ....

(أ) صفر (ب) ١٠ (حـ) ١٠ $\sqrt{٣}$ (ء) ٢٠

(٤) جسم يتحرك بسرعة منتظمة تحت تأثير ثلاث قوى $\overrightarrow{ق}_١$ ، $\overrightarrow{ق}_٢$ ، $\overrightarrow{ق}_٣$ حيث : $\overrightarrow{ق}_١$ = ٥ $\overrightarrow{س}$ + ٧ $\overrightarrow{ص}$ + ٣٥ $\overrightarrow{ع}$ ، $\overrightarrow{ق}_٢$ = ٥ $\overrightarrow{س}$ + ٤٩ $\overrightarrow{ع}$ فإن مقدار $\overrightarrow{ق}_٣$ = ... وحدة قوة

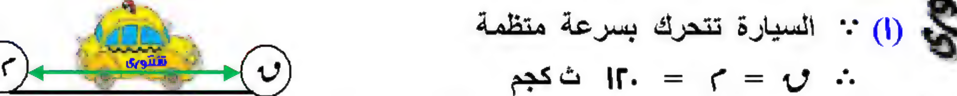
(أ) ٤٩ (ب) ٥٤ (حـ) ٨٥ (ء) ١٠٣

(٥) جندى مظلات يهبط رأسياً و كانت مقاومة الهواء لحركته تتناسب مع مربع سرعته و كانت $ع_١$ سرعته عندما كانت مقاومة الهواء تعادل $\frac{٩}{٢٥}$ من وزنه ، $ع_٢$ أقصى سرعة هبوط للجندى فإن :

$ع_١ : ع_٢$ = ...

(أ) ٩ : ٢٥ (ب) ٢٥ : ٩ (حـ) ٣ : ٥ (ء) ٥ : ٣

الحل



(١) ∵ السيارة تتحرك بسرعة متظمة

∴ ق = م = ١٢٠ ث كجم

، مقاومة الحركة لكل طن من الكتلة = ١٢٠ + ٤ = ٣٠ ث كجم

(٢) ∵ الجسم يتحرك بسرعة متظمة ∴ $\overrightarrow{ق}_١ + \overrightarrow{ق}_٢ = \overrightarrow{٠}$ ∴ $\overrightarrow{ق}_١ = - \overrightarrow{ق}_٢$

∴ ٢أ $\overrightarrow{س}$ − ٣ $\overrightarrow{ص}$ + ٤ $\overrightarrow{ع}$ = − ٦ $\overrightarrow{س}$ − ب $\overrightarrow{ص}$ − هـ $\overrightarrow{ع}$

∴ ٢أ = − ٦ و منها : أ = − ٣ ، − ٣ = − ب و منها : ب = ٣

، ٤ = − هـ و منها : هـ = − ٤ ∴ أ + ب + هـ = − ٤

(٣) ∵ الجسم يهبط بسرعة متظمة تحت تأثير وزنه

∴ م = و جا θ = ٢٠ جا ٣٠°

= ٢٠ × $\frac{١}{٢}$ = ١٠ ث كجم

(٤) ∵ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة ∴ $\overline{ق_1} + \overline{ق_2} + \overline{ق_3} = \overline{0}$

∴ $\overline{ق_3} = -\overline{ق_1} - \overline{ق_2} = -5\overline{س} - 12\overline{ص} - 84\overline{ع}$

∴ $ق_3 = \|\overline{ق_3}\| = \sqrt{25 + 144 + 7056} = \sqrt{7225} = 85$ وحدة قوة

(٥) نفرض أن : المقاومة = $م_1 = \frac{9}{25}$ و " حيث : (و) وزن الجندى "

عندما تكون سرعة الجندى = $ع_1$

، المقاومة = $م_2$ عندما تكون سرعة الرجل = $ع_2$

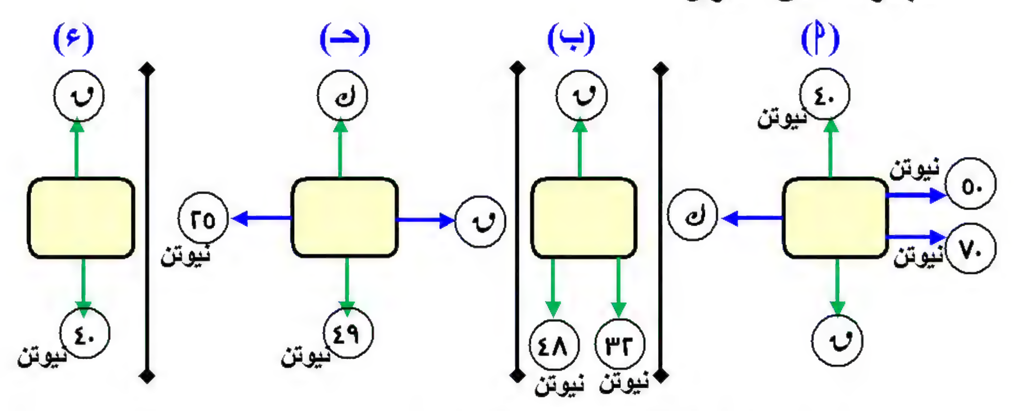
يبلغ الرجل أقصى سرعة لهبوطه عندما تكون المقاومة مساوية تماماً لوزن الرجل و المظلة فإذا كانت : $ع_2$ أقصى سرعة للرجل فإن : $م_2$ = و

، ∵ $م \propto ع^2$ ∴ $\frac{م_1}{م_2} = \frac{ع_1^2}{ع_2^2}$ ∴ $\frac{\frac{9}{25}و}{و} = \frac{ع_1^2}{ع_2^2}$

و منها : $ع_1^2 : ع_2^2 = 9 : 5$ ∴ $ع_1 : ع_2 = 3 : 5$

أجب عن الأسئلة الآتية :

(٦) فى كل من المواقف الآتية الجسم فى حالة سكون تحت تأثير مجموعة من القوى



أوجد مقدار القوة المجهولة فى كل حالة

الحل

(أ) ∵ الجسم ساكن ∴ القوى الرأسية متزنة ∴ ق = ٨٠ نيوتن

، القوى الأفقية متزنة ∴ ك = ٥٠ + ٧٠ = ١٢٠ نيوتن

(ب) ∵ الجسم ساكن ∴ القوى الرأسية متزنة

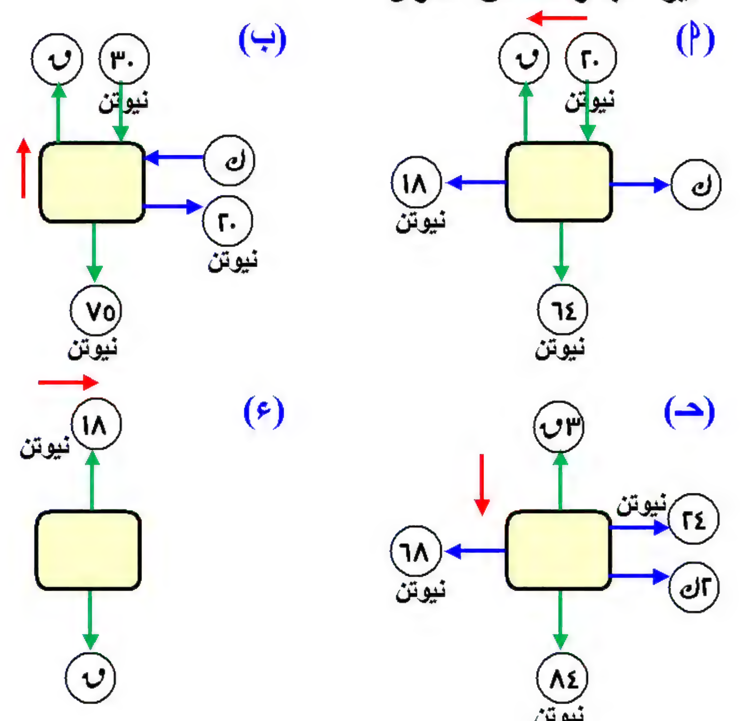
∴ ق = ٣٢ + ٤٨ = ٨٠ نيوتن

(حـ) ∵ الجسم ساكن ∴ القوى الرأسية متزنة ∴ ك = ٤٩ نيوتن

، القوى الأفقية متزنة ∴ ك = ٢٥ نيوتن

(ء) ∵ الجسم ساكن ∴ القوى الرأسية متزنة ∴ ق = ٤٠ نيوتن

(٧) فى كل من المواقف الآتية الجسم متحرك بسرعة منتظمة ع تحت تأثير مجموعة من القوى



الحل

(أ) ∵ الجسم فى حالة حركة منتظمة ∴ القوى الأفقية متزنة ∴ ل = ١٨ نيوتن

، القوى الرأسية متزنة ∴ ى = ٢٠ + ٦٤ و منها : ى = ٨٤ نيوتن

(ب) ∵ الجسم فى حالة حركة منتظمة ∴ القوى الأفقية متزنة ∴ ل = ٢٠ نيوتن

، القوى الرأسية متزنة ∴ ى + ٣٠ = ٧٥ و منها : ى = ٤٥ نيوتن

(حـ) ∵ الجسم فى حالة حركة منتظمة ∴ القوى الأفقية متزنة

∴ ٢ ل + ٢٤ = ٦٨ ∴ ٢ ل = ٤٤ و منها : ل = ٢٢ نيوتن

، القوى الرأسية متزنة ∴ ٣ ى = ٨٤ و منها : ى = ٢٨ نيوتن

(ء) ∵ الجسم فى حالة حركة منتظمة ∴ القوى الرأسية متزنة ∴ ى = ١٨ نيوتن

(٨) سيارة كتلتها ٨ أطنان تتحرك بسرعة منتظمة تحت تأثير مقاومة ٦ ث كجم لكل طن من الكتلة السيارة ، فما قوة محرك السيارة ؟

الحل

اتجاه الحركة

م ق

∵ السيارة تتحرك بسرعة منتظمة

∴ ق = م = ٦ × ٨ = ٤٨ ث كجم

(٩) قطار كتلته ٢٤٠ طناً يتحرك بسرعة منتظمة و كانت قوة محرك القطار ٤ ث طن لكل طن أوجد مقدار المقاومة لكل طن من كتلة

الحل

اتجاه الحركة

م ق

∵ القطار يتحرك بسرعة منتظمة

∴ ق = م = ٤ ث طن = ٤٠٠٠ ث كجم

∴ المقاومة لكل طن من الكتلة = $\frac{٤٠٠٠}{٢٤٠}$ = ١٦ $\frac{٢}{٣}$ ث كجم

(١٠) سيارة كتلتها ٣ أطنان تتحرك تحت تأثير مقاومة تتناسب مع سرعة السيارة فإذا كانت هذه المقاومة ٨ ث كجم لكل طن من كتلة السيارة عندما كانت سرعتها ٣٦ كم / س فأوجد أقصى سرعة للسيارة إذا كانت قوة ألات جر السيارة ١٢٠ ث كجم

الحل

نفرض أن : المقاومة = $م_1$ = ٨ × ٣ = ٢٤ ث كجم

عندما تكون سرعة السيارة = $ع_1$ = ٣٦ كم / س

، المقاومة = $م_2$ عندما تكون سرعة السيارة = $ع_2$

تبلغ السيارة أقصى سرعة لها عندما تكون المقاومة مساوية تماماً لقوة جر السيارة

فإذا كانت : $ع_2$ أقصى سرعة للسيارة فإن : $م_2$ = ١٢٠ ث كجم

∵ م ∝ $ع^2$ ∴ $\frac{م_1}{م_2} = \frac{ع_1}{ع_2}$

∴ $\frac{٢٤}{١٢٠} = \frac{٣٦}{ع_2}$ و منها : $ع_2$ = ١٨٠ كم / س

(١١) قطار كتلته ٢٠٠ طن يتحرك تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعته فإذا كانت هذه المقاومة ٨ ث كجم لكل طن من كتلة السيارة عندما كانت سرعة القطار ٧٠ كم / س فأوجد أقصى سرعة للقطار إذا القاطرة تجره بقوة ثابتة مقدارها ٦,٤ ث طن

الحل

نفرض أن : المقاومة = $م_1$ = ٨ × ٢٠٠ = ١٦٠٠ ث كجم

عندما تكون سرعة القطار = $ع_1$ = ٧٠ كم / س

، المقاومة = $م_2$ عندما تكون سرعة القطار = $ع_2$

يبلغ القطار أقصى سرعة له عندما تكون المقاومة مساوية تماماً لقوة جر القطار

فإذا كانت : $ع_2$ أقصى سرعة للقطار فإن : $م_2$ = ٦,٤ ثقل طن = ٦٤٠٠ ث كجم

، ∵ م ∝ $ع^2$ ∴ $\frac{م_1}{م_2} = \frac{ع_1^2}{ع_2^2}$

∴ $\frac{١٦٠٠}{٦٤٠٠} = \frac{٧٠ \times ٧٠}{\text{ع}_2^2}$ و منها : ع_2 = ١٤٠ كم / س

(١٢) قطار كتلته ٣٠٠ طن تجره قاطرة بقوة ثابتة ٨١٠ ث كجم تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع السرعة فإذا كانت أقصى سرعة للقطار ٣٠ م / ث فأوجد معدل المقاومة لكل طن من كتلة القطار عندما تكون سرعة القطار ٩٠ كم / س

الحل

نفرض أن : المقاومة = م_1

عندما تكون سرعة القطار = ع_1 = ٩٠ كم / س = ٩٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٥ م / ث

، المقاومة = م_2 عندما تكون سرعة القطار = ع_2 = ٣٠ م / ث

∴ ع_1^2 = ٦٢٥ ، ع_2^2 = ٩٠٠

يبلغ القطار أقصى سرعة له عندما تكون المقاومة مساوية تماماً لقوة جر القطار

فإذا كانت : ع_2 أقصى سرعة للقطار فإن : م_2 = ٨١٠ ث كجم

، ∵ م ∝ ع^2 ∴ $\frac{\text{م}_1}{\text{م}_2} = \frac{\text{ع}_1^2}{\text{ع}_2^2}$ ∴ $\frac{\text{م}_1}{٨١٠} = \frac{٦٢٥}{٩٠٠}$

∴ م_1 = ٥٦٢,٥ ∴ معدل المقاومة = ٥٦٢,٥ ÷ ٣٠٠ = ١,٨٧٥ ث كجم

(١٣) وزن جندى مظلات و معداته ٨٠ ث كجم و مقاومة الهواء لحركته تتناسب مع مربع سرعته فإذا كانت هذه المقاومة ٤٥ ث كجم عندما كانت سرعة الجندى ٤,٥ كم / س فأوجد أقصى سرعة يكتسبها الجندى أثناء هبوطه

الحل

نفرض أن : المقاومة = م_1 = ٤٥ ث كجم

عندما تكون سرعة الجندى = ع_1 = ٤,٥ كم / س

، المقاومة = م_2 عندما تكون سرعة الجندى = ع_2

يبلغ الجندى أقصى سرعة له عندما تكون مقاومة الهواء مساوية تماماً لوزن الجندى و معداته فإذا كانت : ع_2 أقصى سرعة للجندى فإن : م_2 = ٨٠ ث كجم

، ∵ م ∝ ع^2 ∴ $\frac{\text{م}_1}{\text{م}_2} = \frac{\text{ع}_1^2}{\text{ع}_2^2}$ ∴ $\frac{٤٥}{٨٠} = \frac{٤,٥ \times ٤,٥}{\text{ع}_2^2}$ ∴ ع_2 = ٦ كم / س

(١٤) وزن جندى مظلات و معداته ٩٠ ث كجم و مقاومة الهواء لحركته تتناسب مع مربع سرعته فإذا كانت أقصى سرعة هبوط للجندى ١٢ كم / س فأوجد مقاومة الهواء عندما كانت سرعته ٨ كم / س

الحل

نفرض أن : المقاومة = م_1 عندما تكون سرعة الجندى = ع_1 = ٨ كم / س

، المقاومة = م_2 عندما تكون سرعة الجندى = ع_2 = ١٢ كم / س

∴ ع_1^2 = ٦٤ ، ع_2^2 = ١٤٤

يبلغ الجندى أقصى سرعة له عندما تكون مقاومة الهواء مساوية تماماً لوزن الجندى و معداته فإذا كانت : ع_2 أقصى سرعة للجندى = ١٢ كم / س فإن : م_2 = ٩٠ ث كجم

، ∵ م ∝ ع^2 ∴ $\frac{\text{م}_1}{\text{م}_2} = \frac{\text{ع}_1^2}{\text{ع}_2^2}$ ∴ $\frac{\text{م}_1}{٩٠} = \frac{٦٤}{١٤٤}$ ∴ م_1 = ٤٠ ث كجم

(١٥) قاطرة كتلتها ٣٠ طناً و قوة آلاتها ٥١ ثقل طن تجر عدداً من العربات كتلة كل منها ١٠ طن لتصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° بسرعة منتظمة فإذا كانت المقاومة لحركة القاطرة و العربات ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة فما هو عدد العربات ؟

الحل

نفرض أن : كتلة القطار الكلية = ك طن

∵ القطار يصعد المنحدر

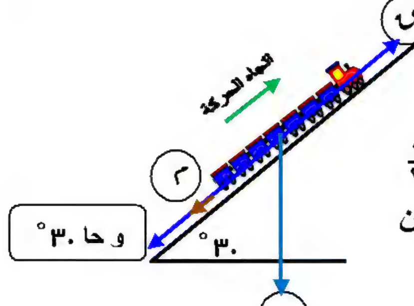
∴ ق = م + و حا ٣٠°

∴ $٥١ \times ١٠^{٣} = ١٠ \times$ ك − ك $\times ١٠^{٣} \times \frac{١}{٢}$

و منها : ٥١٠٠٠ = ٥١٠ ك ∴ ك = ١٠٠ طن

∴ كتلة العربات = ١٠٠ − ٣٠ = ٧٠ طن

∴ عدد العربات = $\frac{٧٠}{١٠}$ = ٧ عربات



(١٦) قطار كتلته ٣٠٠ طن يصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٢٤٠}$ ، فإذا كانت أقصى سرعة للقطار ١٠٨ كم / س و قوة آلات الجر تساوى ٣٥٠٠ ث كجم ، و إذا كان مقدار المقاومة يتناسب مع مربع مقدار السرعة فأوجد المقاومة التى يلاقيها القطار عندما يتحرك بسرعة ٧٢ كم / س

الحل

نفرض أن : المقاومة = م$_{١}$

عندما تكون سرعة القطار = ع$_{١}$ = ٧٢ كم / س

، المقاومة = م$_{٢}$ عندما تكون سرعة القطار = ع$_{٢}$

حيث : ع$_{٢}$ = ١٠٨ كم / س ∴ ع$_{١}^{٢}$ = ٥١٨٤ ، ع$_{٢}^{٢}$ = ١١٦٦٤

يبلغ القطار أقصى سرعة له عندما تكون : م$_{٢}$ = ق − و حا θ

لأن : القطار يصعد المنحدر ∴ م$_{٢}$ = ٣٥٠٠ − ٣٠٠ × $١٠^{٣}$ × $\frac{١}{٢٤٠}$ = ٢٢٥٠ ث كجم

∵ م ∝ ع^{٢} ∴ $\frac{م_{١}}{م_{٢}} = \frac{ع_{١}^{٢}}{ع_{٢}^{٢}}$ ∴ $\frac{م_{١}}{٢٢٥٠} = \frac{٥١٨٤}{١١٦٦٤}$ ∴ م$_{١}$ = ١٠٠٠ ث كجم

٢ − ٣ القانون الثانى لنيوتن

معدل التغير فى كمية الحركة يتناسب مع القوة المحدثة له و يحدث فى اتجاه القوة

فإذا كان : ك كتلة الجسم ، و متجه سرعته $\overleftarrow{ع}$ ، و القوة المحدثة للتغير فى كمية الحركة $\overleftarrow{ق}$ فإن الصورة الرياضية للقانون هى :

$\frac{د}{دن}$ (ك $\overleftarrow{ع}$) ∝ $\overleftarrow{ق}$ تذكر : متجه كمية الحركة : $\overleftarrow{م}$ = ك $\overleftarrow{ع}$

∴ $\frac{د}{دن}$ (ك $\overleftarrow{ع}$) = أ $\overleftarrow{ق}$ حيث : أ ثابت التناسب (١)

و عند ثبوت كتلة الجسم (ك) أثناء الحركة فإن :

ك $\frac{د\overleftarrow{ع}}{دن}$ = أ $\overleftarrow{ق}$ و تكون : ك $\overleftarrow{ج}$ = أ $\overleftarrow{ق}$ (٢)

و إذا عرفنا وحدة القوى بأنها القوة التى إذا أثرت على جسم كتلته وحدة الكتل لأكسبته وحدة العجلات فى اتجاهها فإن :

١ × ١ = أ × ١ ∴ أ = ١

و تأخذ المعادلة (١) الصورة : $\frac{د}{دن}$ (ك $\overleftarrow{ع}$) = $\overleftarrow{ق}$

كما تأخذ المعادلة (٢) الصورة : ك $\overleftarrow{ج}$ = $\overleftarrow{ق}$

و تسمى هذه المعادلة بمعادلة الحركة لجسم ثابت الكتلة و هى المعادلة لعلم الديناميكا

، ∵ $\overleftarrow{ق}$ ، $\overleftarrow{ج}$ لهما نفس الاتجاه ، و إذا كان : ق ، ج هما القياسان الجبريان لكل من $\overleftarrow{ق}$ ، $\overleftarrow{ج}$ على الترتيب

فإن : معادلة الحركة لجسم ثابت الكتلة تأخذ الصورة : ك ج = ق

حيث : ك كتلة الجسم المتحرك ، ج عجلة الحركة ، ق تعبر عن القياس الجبرى لمحصلة القوى المؤثرة على الجسم أى أن :

$\text{ك جـ} = \sum \text{ق}$

أما إذا كانت كتلة الجسم ك متغيرة فإن معادلة الحركة تأخذ الصورة :

$\frac{\text{ء}}{\text{ء ن}}(\text{ك ع}) = \sum \text{ق}$

الصور المختلفة للقانون :

الكتلة		ثابتة	متغيرة
المعادلة	المتجهة	$\text{ك}\,\overrightarrow{\text{جـ}} = \overrightarrow{\text{ق}}$	$\frac{\text{ء}}{\text{ء ن}}(\text{ك}\,\overrightarrow{\text{ع}}) = \overrightarrow{\text{ق}}$
	القياسية	$\text{ك جـ} = \sum \text{ق}$	$\frac{\text{ء}}{\text{ء ن}}(\text{ك ع}) = \sum \text{ق}$

معادلات الحركة باستخدام التفاضل :

∵ معادلة حركة جسم ثابت الكتلة ك جـ تعطى بالصورة :

$\text{ق} = \text{ك جـ}$

(١) القوة ق دالة فى الزمن ن نضع : $\text{جـ} = \frac{\text{ء ع}}{\text{ء ن}}$

∴ $\text{ق} = \text{ك}\frac{\text{ء ع}}{\text{ء ن}}$ و يكون : $\int_{\text{ن}_1}^{\text{ن}_2} \text{ق ء ن} = \text{ك}\int_{\text{ع}_1}^{\text{ع}_2} \text{ء ع}$

(٢) القوة ق دالة فى الازاحة ف نضع : $\text{جـ} = \text{ع}\frac{\text{ء ع}}{\text{ء ف}}$

∴ $\text{ق} = \text{ك ع}\frac{\text{ء ع}}{\text{ء ف}}$ و يكون : $\int_{\text{ف}_1}^{\text{ف}_2} \text{ق ء ف} = \text{ك}\int_{\text{ع}_1}^{\text{ع}_2} \text{ع ء ع}$

(٣) القوة ق دالة فى السرعة ع نضع : $\text{جـ} = \frac{\text{ء ع}}{\text{ء ن}}$

∴ $\text{ق} = \text{ك}\frac{\text{ء ع}}{\text{ء ن}}$ و يكون : $\int_{\text{ن}_1}^{\text{ن}_2} \text{ء ن} = \text{ك}\int_{\text{ع}_1}^{\text{ع}_2} \frac{1}{\text{ق}}\,\text{ء ع}$

وحدات قياس مقدار القوة :

يجب أن تكون ق بالوحدات المطلقة كما يلى :

(١) إذا كانت الكتلة ك ثابتة نستخدم الصورة : $\text{ق} = \text{ك جـ}$

و تكون الوحدات كما بالشكل التالى :

القوة (ق)	الكتلة (ك)	العجلة (جـ)
نيوتن	كجم	م / ث^2
داين	جم	سم / ث^2

(٢) إذا كانت الكتلة ك متغيرة نستخدم الصورة : $\text{ق} = \frac{\text{ء}}{\text{ء ن}}(\text{ك ع})$

و تكون الوحدات كما بالشكل التالى :

القوة (ق)	الكتلة (ك)	السرعة (ع)
نيوتن	كجم	م / ث
داين	جم	سم / ث

ملاحظة :

إذا كانت ك بالوحدات التثاقلية نستخدم الجدول التالى للتحويلات بين بين التحويلات :

الوحدات المطلقة		الوحدات التثاقلية
$\text{نيوتن} = \text{كجم . م / ث}^2$	$\text{١ نيوتن} = \text{١٠}^{5}\ \text{داين}$	ث كجم
$\text{داين} = \text{جم . سم / ث}^2$	$\text{١ داين} = \text{١٠}^{-5}\ \text{نيوتن}$	ث جم
التحويل بينهما		
١ ث كجم = ٩,٨ نيوتن	١ نيوتن = ١ ÷ ٩,٨ ث كجم	
١ ث جم = ٩٨٠ داين	١ داين = ١ ÷ ٩٨٠ ث جم	

أحمد الشتوى

تعريف وحدات قياس مقدار القوة :

النيوتن : هو مقدار القوة التى إذا أثرت على كتلة مقدارها ١ كيلوجرام لأكسبته عجلة مقدارها ١ م / ث²

الداين : هو مقدار القوة التى إذا أثرت على كتلة مقدارها ١ جرام لأكسبته عجلة مقدارها ١ سم / ث²

ثقل الكيلوجرام : هو مقدار القوة التى إذا أثرت على كتلة مقدارها ١ كيلوجرام لأكسبته عجلة مقدارها ٩,٨ م / ث²

ثقل الجرام : هو مقدار القوة التى إذا أثرت على كتلة مقدارها ١ جرام لأكسبته عجلة مقدارها ٩٨٠ سم / ث²

العلاقة بين الوزن و الكتلة :

وزن الجسم هو قوة جذب الأرض للجسم

، و وزن الجسم يساوى عددياً :

(١) كتلته بوحدة الكتل بالوحدات التثاقلية

(٢) حاصل ضرب كتلته بوحدة الكتل فى عجلة الجاذبية الأرضية بوحدة العجلات ، و ذلك طبقاً للمعادلة : و = ك جـ   يكون :

و هى وزن الجسم ، جـ عجلة الجاذبية الأرضية

و تكون العلاقة بين الجسم و كتلته كما يلى :

كتلة الجسم (ك)	وزن الجسم (و)	
	وحدة تثاقلية	وحدة مطلقة
	ك	ك × ء

بعض أوضاع الأجسام التى تتحرك بعجلة منتظمة :

إذا تحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فإن :

١) محصلة القوى فى اتجاه الحركة = ك جـ

٢) محصلة القوى فى الاتجاه العمودى لاتجاه الحركة = صفر

، بفرض أن جسماً وزنه (و) يتحرك بتأثير قوة (ق) و مقاومة (م) حيث :

[١] مقاومة المستوى الذى يتحرك عليه الجسم تكون دائماً موازية للمستوى فى عكس إتجاه حركة الجسم

[٢] المقاومة الكلية (م) = المقاومة لكل طن × الكتلة بالطن

[٣] قوة المحرك " لسيارة أو قاطرة مثلاً " تكون دائماً فى نفس إتجاه حركة الجسم ، و إذا أوقف المحرك فإن : ق = صفر

(أ) الحركة الأفقية :

١) القوة (ق) أفقية :

ك جـ = ق − م

، ر = ك ء



٢) القوة (ق) تميل على الأفقى بزاوية قياسها (θ) :

ك جـ = ق حتا θ − م

، ر + ق حا θ = ك ء

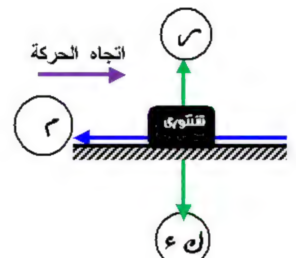
اتجاه الحركة
ق حا θ
ق حتا θ

٣) القوة (ق) منعدمة :

ك حـ = ق − م

، ر = ك ء

مثل : إيقاف المحرك ، استخدام الفرامل
اطلاق رصاصة



(٢) الحركة الرأسية :

١) تحت تأثير الوزن فقط :

ك حـ = ك ء − م

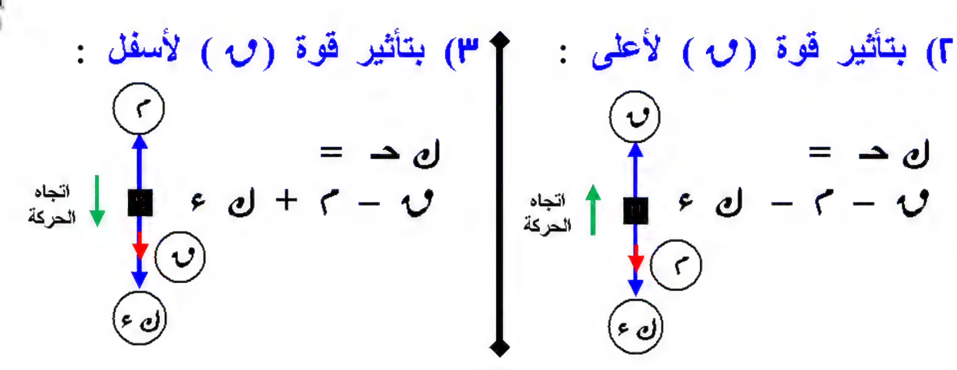
من أمثلة ذلك :
سقوط جسم رأسياً لأسفل داخل سائل
أو أرض رخوة أو رمل

٢) بتأثير قوة (ق) لأعلى :

ك حـ = ق − م − ك ء

٣) بتأثير قوة (ق) لأسفل :

ك حـ = ق − م + ك ء



ملاحظة :

فى حالة الحركة الرأسية لطائرة أو بالون أو منطاد يكون إتجاه القوة (ق) دائماً لأعلى فى حالتى الصعود و الهبوط

إجابة حاول أن تحل (١) صفحة ١٦٥

فصلت العربة الأخيرة من قطار سكة حديد و كتلتها ٢٤,٥ طناً عندما كانت سرعتها ٥٤ كم / س ، فتحركت بتقصير منتظم و توقفت بعد ١٢٥ متراً ، أوجد :

مقدار المقاومة التى أثرت على العربة المنفصلة بثقل الكيلوجرام

الحل

∵ ع. = ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٥ م / ث ، ع = صفر

، ∵ ع^٢ = ع.^{٢} + ٢ حـ ف

∴ ٠ = ٢٢٥ + ٢ حـ × ١٢٥

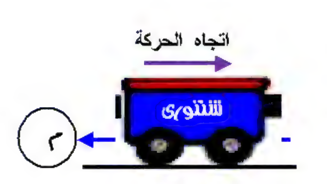
و منها : حـ = − ٠,٩ م / ث^٢

، ∵ معادلة الحركة للعربة هى : − م = ك حـ

∴ − م = ٢٤,٥ × ١٠^٣ × (− ٠,٩)

و منها : م = ٢٢٠٥٠ نيوتن

= ٢٢٠٥٠ ÷ ٩,٨ = ٢٢٥٠ ث كجم





إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ١٦٦

صندوق كتلته ١٠٠ كجم يرفع رأسياً لأعلى بحبل بعجلة منتظمة قدرها ٢٥ سم / ث^٢ أوجد قوة الشد فى الحبل مع إهمال المقاومة

الحل

∵ حـ = ٢٥ سم / ث^٢ = ٠,٢٥ م / ث^٢

، ∵ ش − ك ء = ك حـ

∴ ش − ١٠٠ × ٩,٨ = ١٠٠ × ٠,٢٥

و منها : ش = ١٠٠٥ نيوتن



إجابة تفكير ناقد صفحة ١٦٧

ارسم منحنى يمثل المسافة بين باقى القطار و العربة المنفصلة منذ لحظة انفصالها حتى تتوقف ثم من خلال المنحنى لمثال (١) بالكتاب أوجد :

(أ) متى تكون المسافة بينهما بعد ١١ متر ؟

(ب) المسافة بينهما بعد ٤٠ ثانية من انفصال العربة

" كتلة القطار = ٢٢٠ طن ، كتلة العربة المنفصلة = ٢٤ طن ، القطار يتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ٢٩,٤ م / ث "

الحل

من حل المثال نستنتج :

المسافة التى تحركتها العربة المنفصلة كدالة فى الزمن هى :

$ف_١ = ٢٩,٤\ ن - \frac{١}{٢} \times ٠,٤٩\ ن^٢ = ٢٩,٤\ ن - \frac{٢٤٥}{١٠٠٠}\ ن^٢$

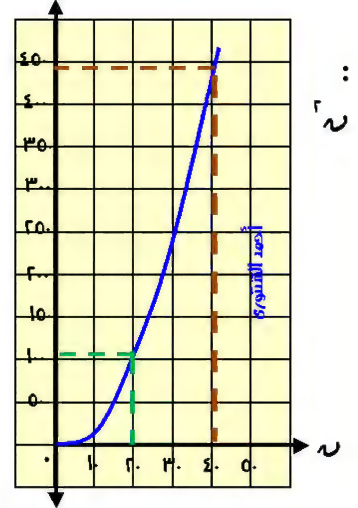
، المسافة التى تحركها باقى القطار كدالة فى الزمن هى :

$ف_٢ = ٢٩,٤\ ن + \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٥٠}\ ن^٢ = ٢٩,٤\ ن + \frac{٣}{١٠٠}\ ن^٢$

∴ المسافة بين باقى القطار و العربة المنفصلة منذ لحظة الانفصال حتى توقف العربة كدالة فى الزمن هى :

$ف = ف_٢ - ف_١ = \frac{٣}{١٠٠}\ ن^٢ + \frac{٢٤٥}{١٠٠٠}\ ن^٢ = \frac{١١}{٤٠}\ ن^٢$

الشكل المقابل يمثل منحنى المسافة بين باقى القطار و العربة المنفصلة منذ لحظة انفصالها حتى تتوقف و من خلال المنحنى نجد :



(أ) المسافة بينهما بعد ١١٠ متر تكون بعد ٢٠ ثانية من لحظة الانفصال

(ب) المسافة بينهما بعد ٤٠ ثانية من انفصال العربة = ٤٤٠ متر

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ١٦٧

منطاد كتلته ١٠٥ كجم يتحرك رأسياً لأسفل بعجلة منتظمة مقدارها ٩٨ سم / ث² أوجد مقدار قوة رفع الهواء المؤثر على المنطاد بثقل الكيلوجرام بفرض إهمال مقاومة الهواء و إذا سقط من المنطاد جسم كتلته ٣٥ كجم عندما كانت سرعة المنطاد ٤٩٠ سم / ث² ، أوجد المسافة بين المنطاد و الجسم المنفصل عنه بعد $\frac{٢٠}{٧}$ ثانية من لحظة الانفصال

الحل

حركة المنطاد (كتلته = ١٠٥ كجم) قبل سقوط الجسم :

∵ ك ء − ق = ك جـ

∴ ١٠٥ × ٩,٨ − ق = ١٠٥ × ٠,٩٨ و منها :

ق = ٩٢٦,١ نيوتن = ٩٢٦,١ ÷ ٩,٨ = ٩٤,٥ ث كجم

∴ مقدار قوة رفع الهواء المؤثرة على المنطاد = ٩٤,٥ ث كجم

حركة المنطاد بعد سقوط الجسم :

حيث : كتلة المنطاد = ١٠٥ − ٣٥ (كتلة الجسم) = ٧٠ كجم

∵ ك ء − ق = ك جـ

∴ ٧٠ × ٩,٨ − ٩٢٦,١ = ٧٠ جـ و منها : جـ = − ٣,٤٣ م / ث²

، المسافة التى يقطعها المنطاد : ∵ $ف = ع_٠\ ن + \frac{١}{٢}\ جـ\ ن^٢$

∴ $ف_١ = ٤,٩ \times \frac{٢٠}{٧} + \frac{١}{٢} \times (- ٣,٤٣) \times \frac{٤٠٠}{٤٩} =$ صفر

أى أن : المنطاد يتحرك بتقصير منتظم بعجلة منتظمة مقدارها ٣,٤٣ م / ث² إلى أن يسكن لحظياً ثم يعود إلى النقطة التى يسقط منها الجسم بعد مرور $\frac{٢٠}{٧}$ ث حيث : الخط المنحنى يمثل حركة المنطاد بعد سقوط الجسم المنفصل عنه

حركة الجسم الساقط :
يتحرك الجسم فى نفس اتجاه حركة المنطاد (لأسفل) بسرعة ابتدائية هى سرعة المنطاد لحظة سقوط هذا الجسم من المنطاد

المسافة التى يقطعها المنطاد : ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ء $ن^٢$

∴ $ف_٢$ = ٤,٩ × $\frac{٢٠}{٧}$ + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × $\frac{٤٠٠}{٤٩}$ = ٥٤ م

∴ المسافة بين المنطاد و الجسم المنفصل بعد مرور $\frac{٢٠}{٧}$ ث = $ف_٢$ + $ف_١$

= ٥٤ + ٠ = ٥٤ م

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ١٦٨

يتحرك جسم كتلته ٣ كجم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية هى :

$\overline{ق}_١$ = ٢ $\overline{س}$ + $\overline{ص}$ ، $\overline{ق}_٢$ = ٢ $\overline{س}$ − $\overline{ص}$ ،

$\overline{ق}_٣$ = ٣ $\overline{س}$ + ب $\overline{ص}$ حيث $\overline{س}$ ، $\overline{ص}$ متجها وحدة متعامدان فى مستوى القوى ، فإذا كان متجه الإزاحة يعطى كدالة فى الزمن بالعلاقة :

$\overline{ف}$ = ($ن^٢$ − ١) $\overline{س}$ + (٢ $ن^٢$ + ٣) $\overline{ص}$ عين قيمة كل من ٢ ، ب

الحل

∵ $\overline{ق}$ = $\overline{ق}_١$ + $\overline{ق}_٢$ + $\overline{ق}_٣$ = (٢ + ٥) $\overline{س}$ + ب $\overline{ص}$

، ∵ $\overline{ع}$ = $\frac{ء \overline{ف}}{ء ن}$ = ٢ ن $\overline{س}$ + ٤ ن $\overline{ص}$

، $\overline{ح}$ = $\frac{ء \overline{ع}}{ء ن}$ = ٢ $\overline{س}$ + ٤ $\overline{ص}$ ، $\overline{ق}$ = ك $\overline{ح}$

∴ (٢ + ٥) $\overline{س}$ + ب $\overline{ص}$ = ٣ × (٢ $\overline{س}$ + ٤ $\overline{ص}$)

و منها : ٢ + ٥ = ٦ ∴ ٢ = ١ ، ب = ١٢

إجابة حاول أن تحل (٥) صفحة ١٦٩

أثرت قوة ق على جسم كتلته ٣ كجم يتحرك فى خط مستقيم مبتدئاً بسرعة قدرها ٢ م / ث و كانت ق = $\frac{٣}{٢ع + ١}$ حيث : ع سرعة الجسم بعد زمن قدره ن ، متى تكون سرعة الجسم ٢ م / ث ؟

الحل

∵ ق = ك ح ∴ $\frac{٣}{٢ع + ١}$ = ٣ × $\frac{ءع}{ءن}$

∴ $\int$ ء ن = $\int$ (٢ع + ١) ء ع

∴ [ن] = [$ع^٢$ + ع] ∴ ن = ٣٦ + ٦ = ٤٢ ث

إجابة حاول أن تحل (٦) صفحة ١٦٩

قوة $\overline{ق}$ تؤثر على جسم كتلته $\frac{١}{٢}$ كجم مبتدئاً من نقطة ثابتة (و) على خط مستقيم و كانت $\overline{ق}$ = (٤ن − ١) $\overline{س}$ + ٤ $\overline{ص}$ حيث ن الزمن مقيساً بالثانية ، ق بالنيوتن أوجد عندما ن = ٢ سرعة الجسم و بعده عن نقطة (و)

الحل

∵ $\overline{ق}$ = ك $\overline{ح}$ ∴ (٤ن − ١) $\overline{س}$ + ٤ $\overline{ص}$ = $\frac{١}{٢}$ $\overline{ح}$

∴ $\overline{ح}$ = (٨ن − ٢) $\overline{س}$ + ٨ $\overline{ص}$ ، ∵ $\overline{ح}$ = $\frac{ء \overline{ع}}{ء ن}$

∴ $\int$ ء $\overline{ع}$ = $\int$ [(٨ن − ٢) $\overline{س}$ + ٨ $\overline{ص}$] ء ن

∴ $\overline{ع}$ = [(٤$ن^٢$ − ٢ن) $\overline{س}$ + ٨ ن $\overline{ص}$]

∴ $\overline{ع}$ = ١٢ $\overline{س}$ + ١٦ $\overline{ص}$ ، ع = || $\overline{ع}$ || = ٢٠ م / ث

أحمد الشتورى

، ∵ $\overleftarrow{ع} = \frac{\text{ء}\overleftarrow{ف}}{\text{ءن}}$

∴ $\int_{\cdot}^{ف} \text{ء}\overleftarrow{ف} = \int_{\cdot}^{٢} [\,(٤ن^{٢} - ٢ن)\,\overleftarrow{س} + ٨ن\,\overleftarrow{ص}\,]\,\text{ءن}$

∴ $\overleftarrow{ف} = [\,(\frac{٤}{٣}ن^{٣} - ن^{٢})\,\overleftarrow{س} + ٤ن^{٢}\,\overleftarrow{ص}\,]_{\cdot}^{٢}$

∴ $\overleftarrow{ف} = \frac{٢٠}{٣}\,\overleftarrow{س} + ١٦\,\overleftarrow{ص}$ ، ف $= \|\overleftarrow{ف}\| = \frac{٥٢}{٣}$ م

إجابة حاول أن تحل (٧) صفحة ١٧٠

كرة معدنية كتلتها ١٠٠ جم تتحرك بسرعة منتظمة ١٠ م / ث وسط غبار يلتصق بسطحها بمعدل ثابت يساوى ٠,٦ جم فى الثانية أوجد كتلة الكرة و القوة بالداين المؤثرة عليها عند أى لحظة

الحلـــ

∵ $ك = ك_{\cdot} + \frac{\text{ءك}}{\text{ءن}} \times ن$

∴ ك = (١٠٠ + ٠,٦ ن) جم   و هى كتلة الكرة عند أى لحظة

∵ $ق = \frac{\text{ء}}{\text{ءن}}(ك\,ع)$

∴ $ق = \frac{\text{ء}}{\text{ءن}}\,[\,(١٠٠ + ٠,٦\,ن) \times ١٠٠٠\,]$

$= \frac{\text{ء}}{\text{ءن}}\,(١٠^{٥} + ٦٠٠\,ن) = ٦٠٠$ داين

أى أن : القوة المؤثرة عليها عند أى لحظة = ٦٠٠ داين

حل تمارين (٢ – ٣) صفحة ١٧٠ بالكتاب المدرسى

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة فى كل مما يأتى :

(١) جسم كتلته ٥ كجم يكون وزنه : ....

(أ) $\frac{٢٥}{٤٩}$ نيوتن   (ب) ٥ نيوتن   (جـ) ٤٩ نيوتن   (د) ٤٩ ث كجم

(٢) جسم كتلته ك كجم يتحرك تحت تأثير القوة :

$\overleftarrow{ق} = ٣ك\,\overleftarrow{س} + ٤ك\,\overleftarrow{ص}$ حيث ق بالنيوتن فإن : مقدار عجلة الحركة بوحدة م / ث^{٢} = ...

(أ) ٣   (ب) ٤   (جـ) ٥   (د) ٧

(٣) جسم كتلته الوحدة يتحرك تحت تأثير القوة $\overleftarrow{ق} = ٥\,\overleftarrow{ى}$ فإذا كان متجه سرعته $\overleftarrow{ع} = (أن^{٢} + ب\,ن)\,\overleftarrow{ى}$ فإن : أ + ب = ...

(أ) صفر   (ب) $\frac{٥}{٢}$ (جـ) $\frac{٧}{٢}$ (د) ٥

(٤) جسم كتلته ٨ كجم يتحرك رأسياً لأعلى بعجلة منتظمة تحت تأثير قوة تعمل فى اتجاه الحركة مقدارها ١٢ ث كجم فإن : جـ بوحدة م / ث^{٢} = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) ٥   (د) ١٤,٧

(٥) أطلقت رصاصة كتلتها ٧ جم أفقياً من فوهة مسدس بسرعة ٢٤٥ م / ث^{٢} على حاجز رأسى مكون من الخشب فغاصت فيه ١٢,٢٥ سم قبل أن تسكن فإن : مقاومة الخشب للرصاصة علماً بأنها تحركت بتقصير = ...

(أ) ١٧,١٥ نيوتن (ب) ١٧٥ نيوتن (جـ) ١٧٥ ث كجم (د) ١٧١٥ ث كجم

(٦) إذا تحرك جسيم كتلته ك = (٢ ن + ٣) كجم يتحرك فى خط مستقيم ، و كان متجه ازاحته كدالة فى الزمن يعطى بالعلاقة :
ف⃖ = ($\frac{٣}{٢}$ ن^{٢} + ٢ ن) ى⃖ ، ف مقاسة بالمتر ، ن بالثانية
فإن مقدار القوة المؤثرة عليه بالنيوتن = ...

(أ) ٢ ن + ٣　　(ب) ١٢ ن + ٣
(جـ) ١٢ ن + ١٣　　(ء) ٦ ن + ١٣

الحل

(١) وزن الجسم = ك ء = ٥ × ٩,٨ = ٤٩ نيوتن

(٢) ∵ ق⃖ = ك ج⃖　　∴ ٣ ك س⃖ + ٤ ك ص⃖ = ك ج⃖

و منها : ج⃖ = ٣ س⃖ + ٤ ص⃖ ، ج = || ج⃖ || = ٥ م/ث^{٢}

(٣) ∵ ج⃖ = $\frac{ء ع⃖}{ء ن}$ = (٢ أ ن + ب) ى⃖ ، ∵ ق⃖ = ك ج⃖

∴ ٥ ى⃖ = (٢ أ ن + ب) ى⃖　∴ أ = ٠ ، ب = ٥　∴ أ + ب = ٥

(٤) ∵ ق − ك ء = ك ج

∴ ١٢ × ٩,٨ − ٨ × ٩,٨ = ٨ ج　　و منها : ج = ٤,٩ م/ث^{٢}

(٥) ∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ ج ف　　∴ ٠ = (٢٤٥)^{٢} + ٢ ج × ٠,١٢٢٥

و منها : ج = − ٢٤٥ × ١٠^{٣} م/ث^{٢}

، ∵ معادلة الحركة للرصاصة هى : − م = ك ج

∴ − م = ٠,٠٠٧ × (− ٢٤٥ × ١٠^{٣})

و منها : م = ١٧١٥ نيوتن = ١٧١٥ ÷ ٩,٨ = ١٧٥ ث كجم

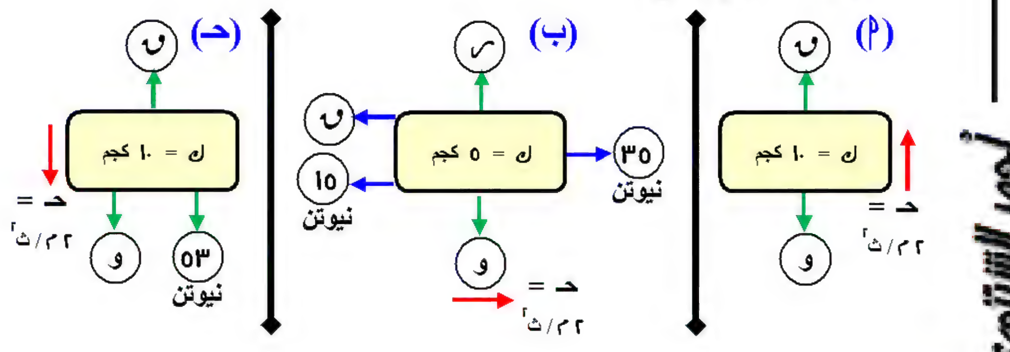
(٦) ∵ ع⃖ = $\frac{ء ف⃖}{ء ن}$ = (٣ ن + ٢) ى⃖ ، ق⃖ = $\frac{ء}{ء ن}$ (ك ع⃖)

∴ ق⃖ = $\frac{ء}{ء ن}$ [(٢ ن + ٣) (٣ ن + ٢)] ى⃖

∴ ق⃖ = $\frac{ء}{ء ن}$ (٦ ن^{٢} + ١٣ ن + ٦) ى⃖

= (١٢ ن + ١٣) ى⃖　　∴ ق = ١٢ ن + ١٣

(٧) فى كل من الحالات الآتية القوة ق تؤثر على الجسم الذى كتلته ك كجم و تكسبه عجلة حركة منتظمة موضحة بالشكل مقداراً و اتجاهاً ، أوجد ق



الحل

(أ) ∵ ق − ك ء = ك ج　　∴ ق − ١٠ × ٩,٨ = ١٠ × ٢

و منها : ق = ١١٨ نيوتن

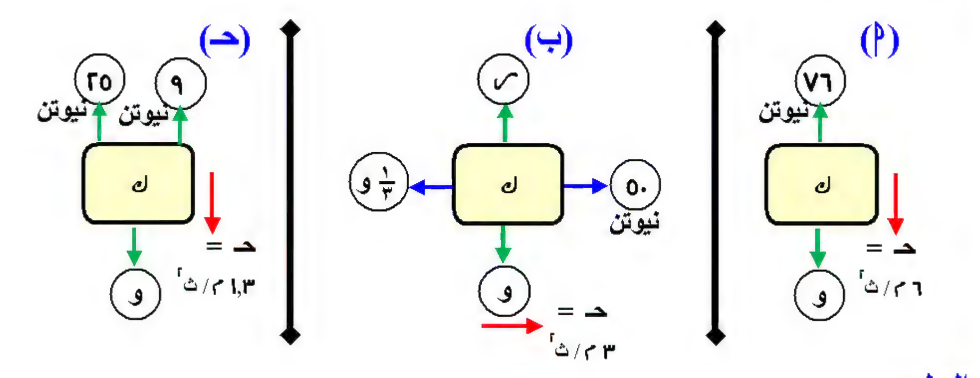
(ب) ∵ Σ ق = ك ج　　∴ ٣٥ − ق − ١٥ = ٥ × ٢

∴ ٢٠ − ق = ١٠　　و منها : ق = ١٠ نيوتن

(جـ) ∵ Σ ق = ك ج　　∴ ٥٣ − ق + ١٠ × ٩,٨ = ١٠ × ٢

∴ ١٥١ − ق = ٢٠　　و منها : ق = ١٣١ نيوتن

(٨) فى كل من الحالات الآتية القوة ق تؤثر على الجسم الذى كتلته ك كجم و تكسبه عجلة حركة منتظمة موضحة بالشكل مقداراً و اتجاهاً ، أوجد ك



الحل

(أ) ∵ ق – ء ك = ك جـ ∴ ك × ٩,٨ – ٧٦ = ك × ٦

∴ ٣,٨ ك = ٧٦ و منها : ك = ٢٠ كجم

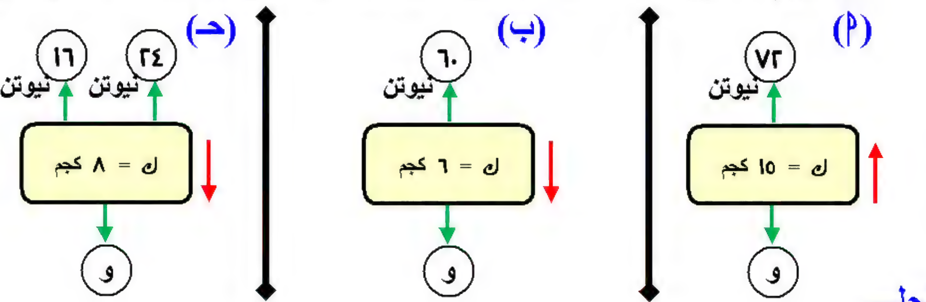
(ب) ∵ Σ ق = ك جـ ∴ ٥٠ – ½ ك × ٩,٨ = ك × ٣

∴ ١٨,٨ ك = ١٥٠ و منها : ك = $\frac{٣٧٥}{٤٧}$ ≃ ٨ كجم

(جـ) ∵ Σ ق = ك جـ ∴ ك × ٩,٨ – ٩ – ٢٥ = ك × ١,٣

∴ ٨,٥ ك = ٣٤ و منها : ك = ٤ كجم

(٩) فى كل من الحالات الآتية القوة ق تؤثر على الجسم الذى كتلته ك كجم و تكسبه عجلة منتظمة جـ مقاسة بوحدة م/ث² أوجد جـ



الحل

(أ) ∵ ق – ء ك = ك جـ ∴ ٧٢ – ١٥ × ٩,٨ = ١٥ جـ

∴ – ٧٥ = ١٥ جـ و منها : جـ = – ٥ م/ث²

(ب) ∵ ء ك – ق = ك جـ ∴ ٦ × ٩,٨ – ٦٠ = ٦ جـ

∴ – ١,٢ ك = ٦ جـ و منها : جـ = – $\frac{١}{٥}$ م/ث²

(جـ) ∵ Σ ق = ك جـ ∴ ٨ × ٩,٨ – ١٦ – ٢٤ = ٨ جـ

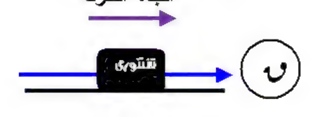
∴ ٣٨,٤ = ٨ جـ و منها : جـ = ٤,٨ م/ث²

(١٠) جسم كتلته ١٥٠ جم أثرت عليه قوة مقدارها ٤٥٠٠ داين أوجد العجلة الناتجة

الحل

∵ ق = ك جـ ∴ ٤٥٠٠ = ١٥٠ جـ و منها : جـ = ٣٠ سم/ث²

(١١) كتلة مقدارها ٢٠ كجم موضوعة على مستوى أفقى أملس أثرت عليها قوة أفقية مقدارها ق فحركتها بعجلة منتظمة مقدارها ٤٩ م/ث² أوجد ق



الحل

∵ المستوى أملس ، ق = ك جـ

∴ ق = ٢٠ × ٤٩ = ٩٨٠ نيوتن

(١٢) سيارة ساكنة كتلتها ٤,٩ طن أثرت عليها قوة فأصبحت سرعتها ٧٢ كم/س خلال دقيقة واحدة أوجد القوة التى أثرت على السيارة بثقل الكجم



الحل

∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٠ + جـ × ٦٠ و منها : جـ = $\frac{١}{٨}$ م/ث²

، ∵ ق = ك جـ ∴ ق = ٤,٩ × ١٠٠٠ × ١/٨ = ٦١٢,٥ نيوتن

∴ ق = ٦١٢,٥ ÷ ٩,٨ = ٦٢,٥ ث كجم

(١٣) إذا كانت قوة آلة قطار تساوى ٢,٥ ث طن أثرت و كانت كتلة القطار و القاطرة ٢٠٠ طن و بدأ القطار يتحرك من السكون أوجد سرعة بعد نصف دقيقة

الحل

∵ ق = ك جـ

∴ ٢,٥ × ١٠٠٠ × ٩,٨ = ٢٠٠ × ١٠٠٠ جـ و منها : جـ = ٠,١٢٢٥ م/ث²

، ∵ ع = ع. + جـ ن ∴ ع = ٠ + ٠,١٢٢٥ × ٣٠ = ٠,٣٦٧٥ م/ث

(١٤) أوجد قوة مقاومة الفرامل لحركة قطار مقدرة بثقل الكيلوجرام لكل طن من كتلته إذا كانت سرعته ٧٢ كم/س و أوقفته الفرامل بعد أن قطع ٢٥٠ متراً ، أوجد الزمن الالازم لذلك

الحل

∵ ع² = ع.² + ٢ جـ ف

∴ ٠ = (٧٢ × ٥/١٨)² + ٢ جـ × ٢٥٠ و منها : جـ = − ٠,٨ م/ث²

، و بفرض كتلة القطار = ك طن ، ∵ − م = ك جـ

∴ − م = ك × ١٠٠٠ × (− ٠,٨) ∴ م = ٨٠٠ ك نيوتن

∴ المقاومة لكل طن من الكتلة = ٨٠٠ نيوتن لكل طن

، ∵ ع = ع. + جـ ن ∴ ٠ = ٧٢ × ٥/١٨ − ٠,٨ ن ∴ ن = ٢٥ ث

(١٥) دفع رجل سيارة ساكنة كتلتها ٩٨٠ كجم بقوة ثابتة فأصبحت سرعتها ٤٥ سم / ث بعد ٥ ثوانٍ أوجد بثقل الكيلوجرام القوة التى دفع بها الرجل السيارة إذا كانت المقاومة ٥٠ ث كجم

الحل

∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ٠ = ٤٥ + جـ × ٥ و منها : جـ = ٩ سم/ث² = ٠,٠٩ م/ث²

، ∵ ق − م = ك جـ ∴ ق − ٥٠ × ٩,٨ = ٩٨٠ × ٠,٠٩

∴ ق = ٥٧٨,٢ نيوتن = ٥٧٨,٢ ÷ ٩,٨ = ٥٩ ث كجم

(١٦) أوجد القوة الأفقية التى تشد بها قاطرة قطار كتلته ٢٤٥ طناً لتزيد سرعته إلى ١٨ كم/س بعد أن قطع كيلومتر واحد على طريق أفقية إذا كانت قوة المقاومة ٤ ث كجم لكل طن

الحل

∵ ع² = ع.² + ٢ جـ ف

∴ (١٨ × ٥/١٨)² = ٠ + ٢ جـ × ١٠٠٠ و منها : جـ = ١/٨٠ م/ث²

، ∵ ق − م = ك جـ ∴ ق − ٤ × ٩,٨ × ٢٤٥ = ٢٤٥ × ١٠٠٠ × ١/٨٠

∴ ق = ١٢٦٦٦,٥ نيوتن = ١٢٦٦٦,٥ ÷ ٩,٨ = ١٢٩٢,٥ ث كجم

(١٧) أثرت قوة أفقية مقدارها ١ ث طن على سيارة كتلتها ٤ أطنان تسير على طريق أفقى ، فإذا بدأت السيارة حركتها من السكون و بلغت سرعتها ٤,٩ م/ث فى ١٠ ثوانٍ أوجد مقدار المقاومة التى أثرت على السيارة

الحل



∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ٤,٩ = ٠ + جـ × ١٠ و منها : جـ = ٠,٤٩ م/ث²

، ∵ ق − م = ك جـ ∴ ١ × ١٠³ × ٩,٨ − م = ٤ × ١٠³ × ٠,٤٩

∴ م = ٧٨٤٠ نيوتن = ٧٨٤٠ ÷ ٩,٨ = ٨٠٠ ث كجم

(١٨) جسم كتلته ٢ كجم تؤثر عليه القوى $\overrightarrow{ق_1} = ٤\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2} = -\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}$ حيث معيار ق بالنيوتن أوجد معيار $\overrightarrow{ح}$

الحل

$\because \overrightarrow{ق} = \overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2} = ٣\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق} = ك\,\overrightarrow{ح}$

$\therefore ٣\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص} = ٢\overrightarrow{ح}$ $\therefore \overrightarrow{ح} = \frac{٣}{٢}\overrightarrow{س} + \frac{٣}{٢}\overrightarrow{ص}$

، $\|\overrightarrow{ح}\| = \sqrt{\frac{٩}{٤} + \frac{٩}{٤}} = \frac{٣}{٢}\sqrt{٢}$ م/ث²

(١٩) أثرت قوة $\overrightarrow{ق}$ على جسم كتلته ٥٠٠ جم فأكسبته عجلة $\overrightarrow{ح}$ حيث $\overrightarrow{ح} = ٥\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص}$ فإذا كانت ح بوحدة م/ث²

فأوجد مقدار $\overrightarrow{ق}$ بوحدة نيوتن

الحل

$\because \overrightarrow{ق} = ك\,\overrightarrow{ح}$ $\therefore \overrightarrow{ق} = \frac{٥٠٠}{١٠٠٠} \times (٥\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص})$

$\therefore \overrightarrow{ق} = \frac{٥}{٢}\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}$ ، $\|\overrightarrow{ق}\| = \sqrt{\frac{٢٥}{٤} + ١} = \frac{١}{٢}\sqrt{٢٩}$ نيوتن

(٢٠) أوجد متجه عجلة الحركة $\overrightarrow{ح}$ التي اكتسبها جسم كتلته ٢ كجم إذا أثرت عليه القوى $\overrightarrow{ق_1} = ٢\overrightarrow{س} - ٣\overrightarrow{ص} + ٤\overrightarrow{ع}$ ، $\overrightarrow{ق_2} = \overrightarrow{س} + ٥\overrightarrow{ص} + ٢\overrightarrow{ع}$ إذا كانت ق بوحدة النيوتن

الحل

$\because \overrightarrow{ق} = \overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2} = ٣\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص} + ٦\overrightarrow{ع}$ ، $\overrightarrow{ق} = ك\,\overrightarrow{ح}$

$\therefore ٣\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص} + ٦\overrightarrow{ع} = ٢\overrightarrow{ح}$ $\therefore \overrightarrow{ح} = \frac{٣}{٢}\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص} + ٣\overrightarrow{ع}$

(٢١) القوى $\overrightarrow{ق_1} = أ\overrightarrow{س} + ب\overrightarrow{ص} + ح\overrightarrow{ع}$ ، $\overrightarrow{ق_2} = ٢\overrightarrow{س} - ٣\overrightarrow{ص} + \overrightarrow{ع}$ أثرت على جسم كتلته ٢ كجم فأكسبته عجلة $\overrightarrow{ح} = ٤\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ع}$ أوجد أ ، ب ، ح إذا كانت ق بوحدة النيوتن ، ح بوحدة م/ث²

الحل

$\because \overrightarrow{ق} = \overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2} = (أ + ٢)\overrightarrow{س} + (ب - ٣)\overrightarrow{ص} + (ح + ١)\overrightarrow{ع}$

، $\overrightarrow{ق} = ك\,\overrightarrow{ح}$

$\therefore (أ + ٢)\overrightarrow{س} + (ب - ٣)\overrightarrow{ص} + (ح + ١)\overrightarrow{ع} = ٨\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ع}$

$\therefore أ + ٢ = ٨$ $\therefore أ = ٦$ ، $ب - ٣ = ٠$ $\therefore ب = ٣$

، $ح + ١ = ٢$ $\therefore ح = ١$

(٢٢) يتحرك جسم كتلته ٣ كجم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية هي :

$\overrightarrow{ق_1} = ٢\overrightarrow{س} - ب\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2} = أ\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}$ ،

$\overrightarrow{ق_3} = ٣\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص}$ حيث $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ متجها وحدة متعامدان في مستوى القوى ، فإذا كان متجه الإزاحة يعطى كدالة في الزمن بالعلاقة : $\overrightarrow{ف} = (ن^٢ + ١)\overrightarrow{س} + (٢ن^٢ + ٣)\overrightarrow{ص}$

عين قيمة كل من أ ، ب

الحل

$\because \overrightarrow{ق} = \overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2} + \overrightarrow{ق_3} = (أ + ٥)\overrightarrow{س} + (٣ - ب)\overrightarrow{ص}$

، $\because \overrightarrow{ع} = \frac{ء\overrightarrow{ف}}{ءن} = ٢ن\overrightarrow{س} + ٤ن\overrightarrow{ص}$

، $\overrightarrow{ح} = \frac{ء\overrightarrow{ع}}{ءن} = ٢\overrightarrow{س} + ٤\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق} = ك\,\overrightarrow{ح}$

$\therefore (أ + ٥)\overrightarrow{س} + (٣ - ب)\overrightarrow{ص} = ٣ \times (٢\overrightarrow{س} + ٤\overrightarrow{ص})$

و منها : $أ + ٥ = ٦$ $\therefore أ = ١$

، $٣ - ب = ١٢$ $\therefore ب = -٩$

(٢٣) جسم كتلته ك = (٢ن + ٥) كجم و متجه موضعه

ر = (½ ن٢ + ن – ٥) ى حيث ى متجه وحدة ثابت

، ر مقاسة بالمتر ، ن بالثانية أوجد :

أولاً : متجهى السرعة و العجلة للجسم عند أى لحظة ن

ثانياً : مقدار القوة المؤثرة على الجسم عند ن = ١٠ ثانية

الحل

أولاً : ع = ءر/ءن = (ن + ١) ى ، حـ = ءع/ءن = ١ ى

ثانياً : ∵ ق = ء/ءن (ك ع)

∴ ق = ء/ءن [(٢ن + ٥) (ن + ١)] ى

= ء/ءن (٢ن٢ + ٧ن + ٥) ى

= (٤ن + ٧) ى ∴ ق = ٤ن + ٧ نيوتن

، عند : ن = ١٠ فإن : ق = ٤٧ نيوتن

(٢٤) كرة معدنية كتلتها ١٥٠ جم تتحرك بسرعة منتظمة ١٢ م/ث وسط غبار يلتصق بسطحها بمعدل ثابت يساوى ٠,٥ جم فى الثانية أوجد كتلة الكرة و القوة بالداين المؤثرة عليها عند أى لحظة

الحل

∵ ك = ك. + ءك/ءن × ن

∴ ك = (١٥٠ + ٠,٥ ن) جم و هى كتلة الكرة عند أى لحظة

∵ ق = ء/ءن (ك ع) ∴ ق = ء/ءن [(١٥٠ + ٠,٥ ن) × ١٢٠٠]

∴ ق = ء/ءن (١٨ × ١٠٤ + ٦٠٠ ن) = ٦٠٠ داين

أى أن : القوة المؤثرة عليها عند أى لحظة = ٦٠٠ داين

(٢٥) كرة معدنية كتلتها ١٠ جم تتحرك فى خط مستقيم داخل وسط محمل بالغبار الذى يلتصق بسطحها بمعدل جرام واحد لكل ثانية فإذا كانت ازاحة هذه الكرة فى نهاية فترة زمنية ن هى :

ف = (ن٢ + ٣ ن) س حيث س متجه وحدة فى اتجاه حركتها فأوجد القوة المؤثرة على الكرة عند أى لحظة زمنية ن و احسب معيارها عند ن = ٣ ثوانى إذا علم أن معيار الازاحة يقاس بالسنتيمتر

الحل

∵ ك = ك. + ءك/ءن × ن ∴ ك = (١٠ + ١ ن) جم

∵ ع = ءف/ءن = (٢ن + ٣) س ، ق = ء/ءن (ك ع)

∴ ق = ء/ءن [(١٠ + ن) (٢ن + ٣)] س

∴ ق = ء/ءن (٢ن٢ + ٢٣ ن + ٣٠) س

= (٤ن + ٢٣) س ∴ ق = ٤ن + ٢٣ داين

، عند : ن = ٣ فإن : ق = ٣٥ داين

(٢٦) يتحرك جسم متغير الكتلة فى خط مستقيم و كانت كتلته عند أى لحظة زمنية ن تساوى ك = (٤ن + ١) جرام و كان متجه ازاحته يعطى بالعلاقة ف = (ن٢ + ٢ ن) س حيث س متجه وحدة ثابت موازٍ للخط المستقيم ، ن الزمن بالثانية ، ف المسافة بالمتر أوجد :

[١] متجه كمية الحركة

[٢] معيار القوة المؤثرة على الجسم عندما ن = ٤

الحل

[١] ∵ $\overrightarrow{ع} = \frac{ء \overrightarrow{ف}}{ء ن} = (٢ن + ٢)\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{م} = ك \overrightarrow{ع}$

∴ $\overrightarrow{م} = (٤ن + ١)(٢ن + ٢)\overrightarrow{س} = (٨ن^٢ + ١٠ن + ٢)\overrightarrow{س}$

[٢] ∵ $\overrightarrow{ق} = \frac{ء}{ء ن}(ك \overrightarrow{ع}) = \frac{ء}{ء ن}(\overrightarrow{م})$

∴ $\overrightarrow{ق} = \frac{ء}{ء ن}(٨ن^٢ + ١٠ن + ٢)\overrightarrow{س} = (١٦ن + ١٠)\overrightarrow{س}$

∴ ق = ٤ن + ٢٣ داين ، عند : ن = ٤

فإن : ق = ١٦ × ٤ + ١٠ = ٧٤ داين

(٢٧) أثرت قوة ق = ٣ن + ١ على جسم ساكن كتلته ٤ كجم مبتدئاً من السكون من نقطة أصل (و) على خط مستقيم

(أ) أوجد ع عندما : ن = ٢ ثانية

(ب) أوجد ف عندما : ن = ٢ ثانية علماً بأن ق بوحدة نيوتن

الحل

∵ ق = ك حـ ∴ ٣ن + ١ = ٤ حـ ∴ $حـ = (\frac{٣}{٤}ن + \frac{١}{٤})$ م/ث²

(أ) ∵ $ع = \int_{٠}^{ن} حـ \, ءن$ ∴ $ع = \int (\frac{٣}{٤}ن + \frac{١}{٤}) \, ءن$

∴ $ع = [(\frac{٣}{٨}ن^٢ + \frac{١}{٤}ن)]_{٠}^{٢} = \frac{٣}{٢} + \frac{١}{٢} = ٢$ م/ث

(ب) ∵ $ف = \int_{٠}^{ن} ع \, ءن$ ∴ $ف = \int_{٠}^{٢} (\frac{٣}{٨}ن^٢ + \frac{١}{٤}ن) \, ءن$

∴ $ف = [(\frac{١}{٨}ن^٣ + \frac{١}{٨}ن^٢)]_{٠}^{٢} = ١ + \frac{١}{٢} = ١,٥$ م

(٢٨) أوجد أقل عجلة ينزلق بها رجل كتلته ٧٥ كجم على حبل النجاة من الحريق إذا كان الحبل لا يتحمل شداً يزيد عن ٥٠ ث كجم ثم أوجد سرعة الرجل بعد أن يهبط ٣٠ متراً علماً بأن العجلة منتظمة

الحل



∵ ك ء − ش = ك حـ

∴ ٧٥ × ٩,٨ − ٥٠ × ٩,٨ = ٥٠ حـ

و منها : $حـ = \frac{٤٩}{١٥} = ٣\frac{٤}{١٥}$ م/ث²

، ∵ الحبل لا يتحمل شداً يزيد عن ٥٠ ث كجم

∴ $حـ \leq ٣\frac{٤}{١٥}$ م/ث²

، أقل عجلة ينزلق بها الرجل = $٣\frac{٤}{١٥}$ م/ث²

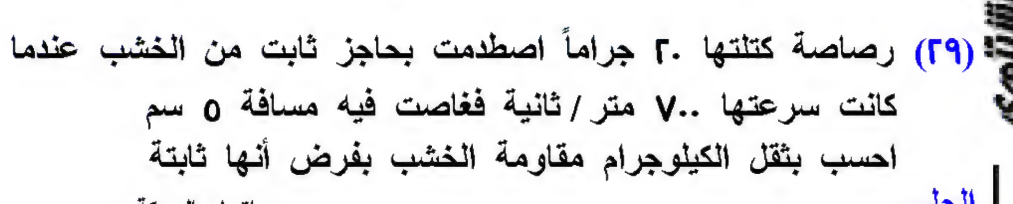
، ∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ حـ ف$

∴ $ع^٢ = ٠ + ٢ × \frac{٤٩}{١٥} × ٣٠$ و منها : ع = ١٤ م/ث

ش

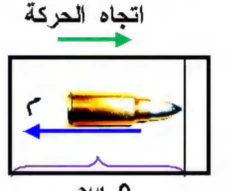
اتجاه الحركة

ك ء



(٢٩) رصاصة كتلتها ٢٠ جراماً اصطدمت بحاجز ثابت من الخشب عندما كانت سرعتها ٧٠٠ متر / ثانية فغاصت فيه مسافة ٥ سم احسب بثقل الكيلوجرام مقاومة الخشب بفرض أنها ثابتة

الحل



∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ حـ ف$

∴ $٠ = (٧٠٠)^٢ + ٢ × حـ × ٠,٠٥$

و منها : $حـ = -٤٩ × ١٠^٥$ م/ث²

، ∵ − م = ك حـ ∴ $- م = \frac{٢٠}{١٠٠٠} × (-٤٩ × ١٠^٥)$

∴ $م = ٩٨ × ١٠^٣ = ٩٨ × ١٠^٣ ÷ ٩,٨ = ١٠^٤$ ث كجم

(٣٠) سقط جسم كتلته ٢ كجم من ارتفاع ١٠ أمتار نحو أرض رملية فغاص فيها مسافة ٥ سم
احسب بثقل الكيلوجرام مقاومة الرمل بفرض أنها ثابتة

الحل

حركة الجسم فى مرحلة السقوط :

∵ ع٢ = ع٠٢ + ٢ ء ف

∴ ع٢ = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ١٠

و منها : ع = ١٤ م/ث

، و هى السرعة التى يبدأ الغوص بها فى الرمل

حركة الجسم داخل الرمل :

∵ ع٢ = ع٠٢ + ٢ جـ ف

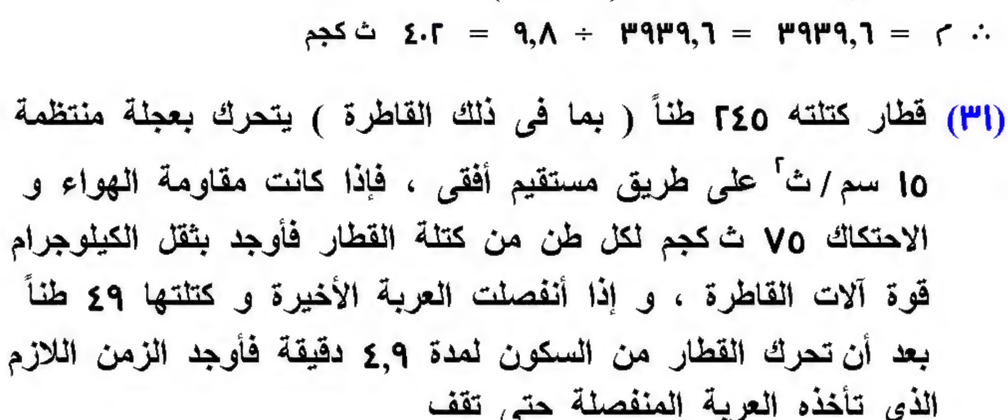
∴ ٠ = (١٤)٢ + ٢ × جـ × ٠,٠٥

و منها : جـ = − ١٩٦٠ م/ث٢

، ∵ ك ء − م = ك جـ

∴ ٢ × ٩,٨ − م = ٢ × (− ١٩٦٠)

∴ م = ٣٩٣٩,٦ = ٣٩٣٩,٦ ÷ ٩,٨ = ٤٠٢ ث كجم



(٣١) قطار كتلته ٢٤٥ طناً (بما فى ذلك القاطرة) يتحرك بعجلة منتظمة ١٥ سم / ث٢ على طريق مستقيم أفقى ، فإذا كانت مقاومة الهواء و الاحتكاك ٧٥ ث كجم لكل طن من كتلة القطار فأوجد بثقل الكيلوجرام قوة آلات القاطرة ، و إذا أنفصلت العربة الأخيرة و كتلتها ٤٩ طناً بعد أن تحرك القطار من السكون لمدة ٤,٩ دقيقة فأوجد الزمن اللازم الذى تأخذه العربة المنفصلة حتى تقف

الحل

حركة القطار قبل انفصال العربة :

∵ ق − م = ك جـ

∴ ق − ٧٥ × ٢٤٥ × ٩,٨ = ٢٤٥ × ١٠٣ × ٠,١٥

∴ ق = ٢١٦٨٢٥ نيوتن = ٢١٦٨٢٥ ÷ ٩,٨ = ٢٢١٢٥ ث كجم

، ∵ ع = ع٠ + جـ ن

∴ ع = ٠ + ٠,١٥ × ٤,٩ × ٦٠ = ٤٤,١ م/ث

و هى السرعة الابتدائية للعربة المنفصلة

حركة العربة المنفصلة :

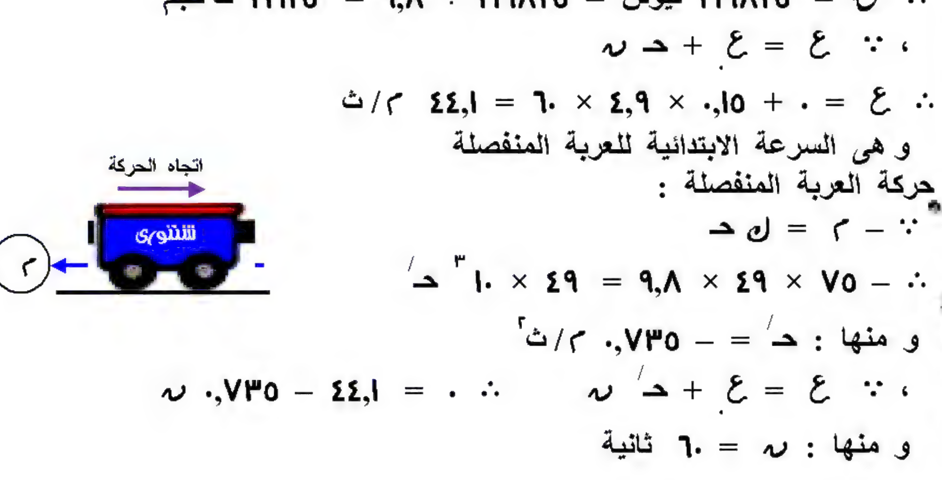
∵ − م = ك جـ

∴ − ٧٥ × ٤٩ × ٩,٨ = ٤٩ × ١٠٣ جـ/

و منها : جـ/ = − ٠,٧٣٥ م/ث٢

، ∵ ع = ع٠ + جـ/ ن　　∴ ٠ = ٤٤,١ − ٠,٧٣٥ ن

و منها : ن = ٦٠ ثانية



أحمد الشتوى

٢ – ٤   القانون الثالث لنيوتن

لكل فعل رد فعل مساوٍ له فى المقدار و مضاد له فى الاتجاه

الضغط و رد الفعل :

إذا وضع جسم ساكن كتلته ك على مستوى أفقى فإن الجسم يؤثر على المستوى بقوة ضغط (ض) تسمى " الفعل " رأسياً لأسفل و تساوى فى هذه الحالة وزن الجسم و تنشأ عن ذلك قوة رد فعل المستوى (ر) رأسياً لأعلى و تسمى " رد الفعل " و تساوى تماماً ضغط الجسم على المستوى (ض = ر) طبقاً للقانون الثالث لنيوتن و القوتان متساويتان فى المقدار متضادتان فى الاتجاه و خط عملهما واحد

ر
ض

ملاحظات :

(١) لاحظ الفرق بين :

١) القوتان (ض " الفعل " ، ر " رد الفعل ") لا تؤثران على نفس الجسم فقوة الفعل (ض) تؤثر على المستوى بينما قوة رد الفعل (ر) تؤثر على الجسم لذا لا تسببان اتزاناً

٢) فى الشكل المقابل :

القوتان (ر ، و) تؤثران على نفس الجسم و طبقاً لشروط الاتزان فإن : (ر = و) و هما قوتان متساويتان فى المقدار و متضادتان فى الاتجاه و خط عملهما واحد

ر
و

(٢) يتغير ضغط الجسم على المستوى كلما تحرك المستوى صعوداً أو هبوطاً ، و يعرف الضغط فى هذه الحالة بالوزن الظاهرى

أحمد الشتوى

حركة المصاعد :

تعتبر حركة المصاعد من أشهر تطبيقات الفعل و رد الفعل فعندما يقف شخص كتلته ك داخل مصعد كتلته ك′ فإن هناك مجموعة من القوى المؤثرة على كل منهما



القوى المؤثرة على شخص داخل المصعد :

يؤثر على الشخص داخل المصعد قوتان هى :

(١) وزن الشخص = ك ء

و يؤثر رأسياً لأسفل مهما كان اتجاه حركة المصعد

(٢) رد فعل المصعد على الشخص = ر

و يؤثر رأسياً لأعلى مهما كان اتجاه حركة المصعد

ر
ك ء

معادلة حركة الشخص :

[١] عندما يكون المصعد ساكناً أو متحركاً حركة منتظمة (سرعة ثابتة " منتظمة " لأعلى أو لأسفل)

فإن معادلة الشخص هى : ك ء = ر

[٢] عندما يكون المصعد صاعداً بعجلة منتظمة (حـ)

فإن معادلة الشخص هى : ك حـ = ر – ك ء

[٣] عندما يكون المصعد هابطاً بعجلة منتظمة (حـ)

فإن معادلة الشخص هى : ك حـ = ك ء – ر

إجابة تفكير ناقد صفحة ١٧٥

ماذا تتوقع أن يكون رد فعل المصعد على الرجل إذا سقط بعجلة مساوية لعجلة الجاذبية ؟

الحل

∵ المصعد هابط بعجلة مساوية لعجلة الجاذبية   ∴ ك ء = ك ء – ر

∴ ر = صفر   أى أن : رد فعل المصعد على الرجل ينعدم فى هذه الحالة

القوى المؤثرة على المصعد فقط و الشخص بداخله :

يؤثر على المصعد ثلاث قوى عندما يكون الشخص بداخله هى :

(١) وزن المصعد فقط = ل/ ء

و يؤثر رأسياً لأسفل مهما كان اتجاه حركة المصعد

(٢) ضغط الشخص على أرضية المصعد = ض

و يؤثر رأسياً لأسفل مهما كان اتجاه حركة المصعد

(٣) الشد فى الحبل الذى يحمل المصعد = شـ

و يؤثر رأسياً لأعلى مهما كان اتجاه حركة المصعد

معادلة حركة المصعد :

[١] عندما يكون المصعد صاعداً بعجلة منتظمة (حـ)

فإن معادلة الشخص هى : ل/ حـ = شـ – ض – ل/ ء

[٢] عندما يكون المصعد هابطاً بعجلة منتظمة (حـ)

فإن معادلة الشخص هى : ل/ حـ = ل/ ء + ض – شـ



القوى المؤثرة على المصعد و الشخص معاً :

يؤثر على المصعد و الشخص معاً قوتان هما :

(١) وزن المجموعة (المصعد و المصعد)

= (ل + ل/) ء

و يؤثر رأسياً لأسفل مهما كان اتجاه حركة المصعد

(٢) الشد فى الحبل الذى يحمل المصعد = شـ

و يؤثر رأسياً لأعلى مهما كان اتجاه حركة المصعد

ملاحظة :

ضغط الرجل على أرضية المصعد يساوى و يضاد رد فعل المصعد على الرجل

معادلة حركة المجموعة :

[١] عندما يكون المصعد صاعداً بعجلة منتظمة (حـ)

فإن معادلة الشخص هى :

(ل + ل/) حـ = شـ – (ل + ل/) ء

[٣] عندما يكون المصعد هابطاً بعجلة منتظمة (حـ)

فإن معادلة الشخص هى :

(ل + ل/) حـ = (ل + ل/) ء – شـ



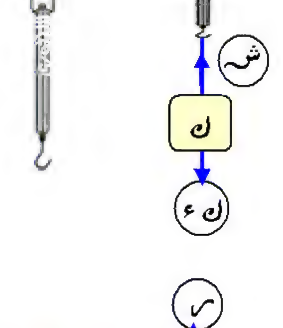
أنواع الموازين :

(١) الميزان المعتاد ذو الكفتين :

هو الوحيد الذى يقيس الوزن الحقيقى فى كل الظروف و الأجواء

أى أن : قراءة الميزان = ل ء

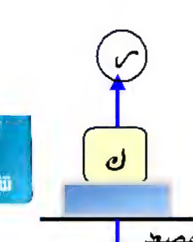
(٢) ميزان الزنبرك :



عندما يعلق جسم كتلته ل فى سلك ميزان زنبرك مثبت فى سقف مصعد فإن قراءة الميزان تعبر عن الشد الحادث فى سلك الميزان

أى أن : قراءة الميزان = شـ

(٣) ميزان الضغط :




عندما يوضع جسم كتلته ل على ميزان ضغط مثبت فى أرضية مصعد فإن قراءة الميزان تعبر عن ضغط الجسم على الميزان

أى أن : قراءة الميزان = ر

ملاحظات :

(١) الوزن الحقيقى (ك ء) هو الوزن الذى يسجله الميزان المعتاد أو ميزان (الزنبرك أو الضغط) أثناء السكون أو الحركة المنتظمة

(٢) الوزن الظاهرى هو الوزن الذى يسجله ميزان (الزنبرك أو الضغط) (قراءة الميزان) أثناء الحركة بعجلة منتظمة

(٣) إذا كانت : قراءة الميزان > الوزن الحقيقى

" ر > ك ء ، شـ > ك ء " فإن المصعد :

١) صاعداً بعجلة تزايدية ، و اتجاه الحركة يكون لأعلى ، و اتجاه العجلة يكون لأعلى

٢) هابطاً بعجلة تقصيرية ، و اتجاه الحركة يكون لأسفل ، و اتجاه العجلة يكون لأعلى

(٤) إذا كانت : قراءة الميزان < الوزن الحقيقى

" ر < ك ء ، شـ < ك ء " فإن المصعد :

١) صاعداً بعجلة تقصيرية ، و اتجاه الحركة يكون لأعلى ، و اتجاه العجلة يكون لأسفل

٢) هابطاً بعجلة تزايدية ، و اتجاه الحركة يكون لأسفل ، و اتجاه العجلة يكون لأسفل

(٥) إذا كانت : قراءة الميزان = الوزن الحقيقى

" ر = ك ء ، شـ = ك ء " فإن المصعد يكون ساكناً أو متحركاً بسرعة منتظمة

(٦) إذا تحرك مصعد لأعلى بعجلة منتظمة و تحرك لأسفل بالعجلة نفسها فإن : قراءة الميزان فى حالة الصعود + قراءة الميزان فى حالة الهبوط = ضعف الوزن الحقيقى

إجابة حاول أن تحل (١) صفحة ١٧٧

شخص كتلته ٦٠ كجم يقف داخل مصعد ، أحسب بثقل الكيلوجرام ضغط الرجل على أرضية المصعد فى كل من الحالات الآتية :

١) إذا كان المصعد ساكناً

٢) إذا كان المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم / ث^2

٣) إذا كان المصعد يتحرك لأسفل بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم / ث^2

الحل

١) ∵ المصعد ساكناً ∴ ر = ك ء ∴ ر = ض = ٦٠ ث كجم

٢) ∵ المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم / ث^2

∴ ك حـ = ر − ك ء

∴ ٦٠ × ٠,٤٩ = ر − ٦٠ × ٩,٨

∴ ر = ٦٠ × ٠,٤٩ + ٦٠ × ٩,٨

∴ ر = ض = ٦١٧,٤ نيوتن = ٦١٧,٤ ÷ ٩,٨ = ٦٣ ث كجم

٣) ∵ المصعد يتحرك لأسفل بعجلة تزايدية قدرها ٤٩ سم / ث^2

∴ ك حـ = ك ء − ر

∴ ٦٠ × ٠,٤٩ = ٦٠ × ٩,٨ − ر

∴ ر = ٦٠ × ٩,٨ − ٦٠ × ٠,٤٩

∴ ر = ض = ٥٥٨,٦ نيوتن = ٥٥٨,٦ ÷ ٩,٨ = ٥٧ ث كجم

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ١٧٨

جسم وزنه الحقيقى ٢٤٠ ث كجم معلق فى سلك ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد ، و وزنه الظاهرى ٢٧٦ ث كجم كما يعينه الميزان بين أن عجلة الحركة للمصعد لها قيمتان ، فأوجدهما و عين اتجاه الحركة

الحل

∵ شـ = ٢٧٦ ث جم ، ك ء = ٢٤٠ ث جم ∴ شـ > ك ء

∴ المصعد يتحرك صاعداً بعجلة تزايدية (حـ)

أو هابطاً بعجلة تقصيرية (حـ)

أى أن : عجلة الحركة للمصعد قيمتان

∴ ك حـ = شـ − ك ء

∴ ٢٤٠ حـ = ٢٧٦ × ٩,٨ − ٢٤٠ × ٩,٨

و منها : حـ = ١,٤٧ م / ث^2 و اتجاه الحركة لأعلى

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ١٧٩

رجل كتلته ٧٠ كجم يقف على أرضية مصعد كهربى كتلته ٤٢٠ كجم فإذا تحرك المصعد رأسياً لأعلى بعجلة مقدارها ٧٠ سم / ث^2 أوجد بثقل الكيلوجرام مقدار الشد فى الحبل الذى يحمل المصعد و ضغط الرجل على أرضية المصعد

الحل

حركة المجموعة :

∵ كتلة المصعد بما فيه = ك + ك/ = ٧٠ + ٤٢٠ = ٤٩٠ كجم

∴ (ك + ك/) حـ = شـ − (ك + ك/) ء

∴ ٤٩٠ × ٠,٧ = شـ − ٤٩٠ × ٩,٨

∴ شـ = ٤٩٠ × ٠,٧ + ٤٩٠ × ٩,٨

= ٥١٤٥ نيوتن = ٥١٤٥ ÷ ٩,٨ = ٥٢٥ ث كجم

حركة الرجل :

∵ كتلة الرجل = ك = ٧٠ كجم

∴ ك حـ = ر − ك ء ∴ ٧٠ × ٠,٧ = ر − ٧٠ × ٩,٨

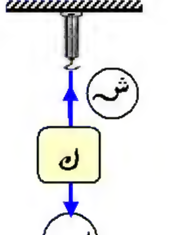
∴ ر = ض = ٧٠ × ٠,٧ + ٧٠ × ٩,٨

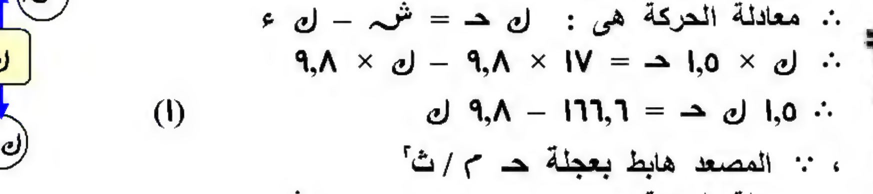
= ٧٣٥ نيوتن = ٧٣٥ ÷ ٩,٨ = ٧٥ ث كجم

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ١٨٠

علق جسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل القراءة ١٧ ث كجم عندما المصعد صاعداً لأعلى بعجلة ١,٥ حـ م / ث^2 ، و سجل القراءة ١٦ ث كجم عندما المصعد هابطاً بتقصير منتظم مقداره حـ م / ث^2 ، أوجد كتلة الجسم و مقدار حـ

الحل



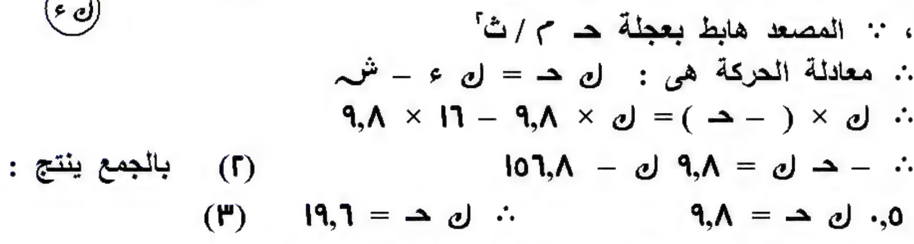


∵ المصعد صاعد بعجلة ١,٥ حـ م / ث^2

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = شـ − ك ء

∴ ك × ١,٥ حـ = ١٧ × ٩,٨ − ك × ٩,٨

∴ ١,٥ ك حـ = ١٦٦,٦ − ٩,٨ ك (١)



، ∵ المصعد هابط بعجلة حـ م / ث^2

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = ك ء − شـ

∴ ك × (− حـ) = ك × ٩,٨ − ١٦ × ٩,٨

∴ − ك حـ = ٩,٨ ك − ١٥٦,٨ (٢) بالجمع ينتج :

٠,٥ ك حـ = ٩,٨ ∴ ك حـ = ١٩,٦ (٣)

بالتعويض فى (٢) ينتج : − ١٩,٦ = ٩,٨ ك − ١٥٦,٨

∴ ٩,٨ ك = ١٣٧,٢ و منها : ك = ١٤ كجم

بالتعويض فى (٣) ينتج : ١٤ حـ = ١٩,٦

و منها : حـ = ١,٤ م / ث^2

حل تمارين (٢ – ٤) صفحة ١٨٠ بالكتاب المدرسى

أكمل كلاً مما يأتى :

(١) جسم كتلته ٧٠ كجم موضوع على ميزان ضغط على أرضية مصعد متحرك بعجلة منتظمة ١,٤ م / ث^2 لأسفل
فإن قراءة الميزان = ... ث كجم

(٢) علق جسم فى خطاف ميزان زنبركى معلق فى سقف مصعد فسجل القراءة ٣٩٠ ث جم عندما كان صاعداً لأعلى :
إذا كات عجلة الحركة – ٧٠ سم / ث^2 فإن كتلة الجسم = ... جم
إذا كانت كتلة الجسم ٣٥٠ جم فإن عجلة الحركة = ... سم / ث^2

(٣) شخص يقف على ميزان ضغط مثبت فى أرضية مصعد فسجل القراءة ٧٥ ث كجم عندما كان متحركاً لأعلى بعجلة حـ م / ث^2 ، سجل القراءة ٦٩ ث كجم عندما كان متحركاً لأسفل بالعجلة نفسها
فإن وزن الشخص الحقيقى = ... ث كجم

(٤) يقف طفل على ميزان ضغط داخل مصعد متحرك لأسفل بعجلة ١,٤ م / ث^2
إذا كانت قراءة الميزان ٣٠ ث كجم فإن وزن الطفل = ... ث كجم
إذا كان وزن الطفل ٤٩ ث كجم فإن قراءة الميزان = ... ث كجم

الحل

(١) ∵ المصعد يتحرك لأسفل ∴ ك حـ = ك ء – ر
∴ ٧٠ × ١,٤ = ٧٠ × ٩,٨ – ر
∴ ر = ٧٠ × ٩,٨ – ٧٠ × ١,٤ = ٥٨٨ نيوتن
= ٥٨٨ ÷ ٩,٨ = ٦٠ نيوتن

(٢) ∵ المصعد يتحرك لأعلى ∴ ك حـ = ش – ك ء
و عندما : حـ = – ٧٠ سم / ث^2 فإن :
ك × (– ٧٠) = ٣٩٠ × ٩٨٠ – ك × ٩٨٠
∴ ٩١٠ ك = ٣٨٢٢٠٠ ∴ ك = ٤٢٠ جم
و عندما : ك = ٣٥٠ جم فإن :
٣٥٠ حـ = ٣٩٠ × ٩٨٠ – ٣٥٠ × ٩٨٠
∴ ٣٥٠ حـ = ٣٩٢٠٠ ∴ حـ = ١١٢ سم / ث^2

(٣) ∵ المصعد يتحرك لأعلى بعجلة حـ م / ث^2
∴ ك حـ = ر – ك ء
∴ ك حـ = ٧٥ × ٩,٨ – ك × ٩,٨ (١)
، المصعد يتحرك لأسفل بعجلة حـ م / ث^2
∴ ك حـ = ك ء – ر
∴ ك حـ = ك × ٩,٨ – ٦٩ × ٩,٨ (٢)
بطرح (٢) من (١) ينتج : ٠ = – ٢ ك × ٩,٨ + ١٤٤ × ٩,٨
٢ ك × ٩,٨ = ١٤٤ × ٩,٨ ∴ ك = ٧٢ كجم
∴ وزن الشخص الحقيقى = ٧٢ ث كجم

حل آخر

∵ المصعد يتحرك لأعلى ثم يتحرك لأسفل بنفس العجلة
∴ ضعف وزن الشخص الحقيقى = قراءة الميزان فى حالة الصعود + قراءة الميزان فى حالة الهبوط
∴ ٢ × وزن الشخص الحقيقى = ٧٥ + ٦٩
∴ وزن الشخص الحقيقى = ٧٢ ث كجم



(٤) ∵ المصعد يتحرك لأسفل ∴ ك حـ = ك ء – ر
عندما تكون : قراءة الميزان ٣٠ ث كجم فإن :
ك × ١,٤ = ك × ٩,٨ – ٣٠ × ٩,٨

∴ ٨,٤ ك = ٣٠ × ٩,٨   ∴ ك = ٣٥ كجم

عندما يكون : وزن الطفل ٤٩ ث كجم فإن :

٤٩ × ١,٤ = ٤٩ × ٩,٨ − ك

∴ ر = ٤٩ × ٩,٨ − ٤٩ × ١,٤ = ٤١١,٦ نيوتن

= ٤١١,٦ ÷ ٩,٨ = ٤٢ ث كجم

أجب عن الأسئلة الآتية :

(٥) يقف شخص كتلته ٨٠ كجم على ميزان ضغط مثبت فى أرضية

أوجد قراءة الميزان فى كل من الحالات الآتية :

(أ) إذا كان المصعد يتحرك بسرعة منتظمة

(ب) إذا كان المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تقصيرية مقدارها ٤٤,١ سم / ث^2

(حـ) إذا كان المصعد يتحرك لأسفل بعجلة تزايدية مقدارها ٢٩,٤ سم / ث^2

الحل

(أ) ∵ المصعد يتحرك بسرعة منتظمة

∴ ر = ك ء   ∴ ر = ٨٠ ث كجم

(ب) ∵ المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تقصيرية

∴ ك حـ = ر − ك ء

∴ ٨٠ × (− ٤٤,١ ÷ ١٠٠) = ر − ٨٠ × ٩,٨

∴ ر = ٨٠ × ٩,٨ − ٨٠ × ٠,٤٤١

∴ ر = ٧٤٨,٧٢ نيوتن = ٧٤٨,٧٢ ÷ ٩,٨ = ٧٦,٤ ث كجم

أى أن : قراءة الميزان = ٧٦,٤ ث كجم

(حـ) ∵ المصعد يتحرك لأسفل بعجلة تزايدية

∴ ك حـ = ك ء − ر

∴ ٨٠ × (٢٩,٤ ÷ ١٠٠) = ٨٠ × ٩,٨ − ر

∴ ر = ٨٠ × ٩,٨ − ٨٠ × ٠,٢٩٤

∴ ر = ٦٧٠,٤٨ نيوتن = ٦٧٠,٤٨ ÷ ٩,٨ = ٧٧,٦ ث كجم

أى أن : قراءة الميزان = ٧٧,٦ ث كجم

(٦) جسم كتلته ك معلق فى سلك ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد

أوجد ك فى كل من الحالات الآتية :

(أ) إذا كان المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تزايدية مقدارها ٩٨ سم / ث^2 ، و قراءة الميزان ٤٤ ث جم

(ب) إذا كان المصعد يتحرك لأسفل بعجلة تزايدية مقدارها ١٤٠ سم / ث^2 ، و قراءة الميزان ٢١٠ ث جم

(حـ) إذا كان المصعد ساكن ، و قراءة الميزان ١٠٠ ث جم

الحل

(أ) ∵ المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تزايدية

∴ ك حـ = شـ − ك ء

∴ ك × ٩٨ = ٤٤ × ٩٨٠ − ك × ٩٨٠

∴ ٩٨ ك + ٩٨٠ ك = ٤٤ × ٩٨٠

∴ ١٠٧٨ ك = ٤٣١٢٠   ∴ ك = ٤٠ جم

(ب) ∵ المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تزايدية

∴ ك حـ = ك ء − شـ

∴ ك × ١٤٠ = ك × ٩٨٠ − ٢١٠ × ٩٨٠

∴ ٩٨٠ ك − ١٤٠ ك = ٢١٠ × ٩٨٠

∴ ٨٤٠ ك = ٢٠٥٨٠٠   ∴ ك = ٢٤٥ جم

(حـ) ∵ المصعد ساكن

∴ شـ = ك ء

∴ ١٠٠ × ٩٨٠ = ك × ٩٨٠   ∴ ك = ١٠٠ جم

(٧) مصعد كهربائى يتحرك رأسياً لأعلى حركة تقصيرية بعجلة منتظمة حـ م / ث² مثبت فى سقفه ميزان زنبركى يحمل جسماً كتلته ٣٥ كجم فإذا كان الوزن الظاهرى الذى يبينه الميزان قدره ٣٠ ث كجم فأوجد قيمة حـ

الحل

∵ المصعد يتحرك لأعلى بعجلة تقصيرية

∴ ك حـ = ش − ك ء

∴ ٣٥ × (− حـ) = ٣٠ × ٩,٨ − ٣٥ × ٩,٨

∴ − ٣٥ حـ = − ٤٩ و منها : حـ = ١,٤ م / ث²

(٨) وضع جسم على ميزان ضغط مثبت فى أرضية مصعد فسجل القراءة ١٤ ث كجم عندما كان المصعد ساكناً أوجد بثقل الكجم قراءة الميزان يتحرك رأسياً لأعلى بعجلة منتظمة قدرها ٧٠ سم / ث²

الحل

عندما يكون المصعد ساكناً فإن : ر = ك ء

∴ ١٤ × ٩,٨ = ك × ٩,٨ ∴ ك = ١٤ كجم

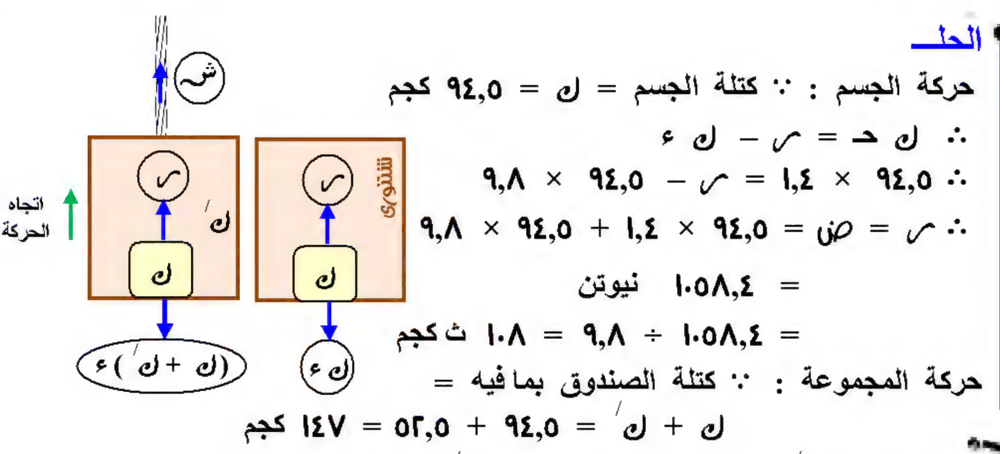
عندما يتحرك المصعد لأعلى فإن : ك حـ = ر − ك ء

∴ ١٤ × ٠,٧ = ر − ١٤ × ٩,٨

∴ ر = ١٤ × ٠,٧ + ١٤ × ٩,٨

∴ ر = ١٤٧ نيوتن = ١٤٧ ÷ ٩,٨ = ١٥ ث كجم

(٩) جسم كتلته ٩٤,٥ كجم وضع فى صندوق كتلته ٥٢,٥ كجم ثم رفع رأسياً بواسطة حبل متحرك بعجلة قدرها ١,٤ م / ث² ، أوجد مقدار ضغط الجسم على قاعدة الصندوق ، و مقدار الشد فى الحبل الذى يحمل الصندوق و إذا قطع الحبل فأوجد ضغط الجسم على قاعدة الصندوق عندئذ



الحل

حركة الجسم : ∵ كتلة الجسم = ك = ٩٤,٥ كجم

∴ ك حـ = ر − ك ء

∴ ٩٤,٥ × ١,٤ = ر − ٩٤,٥ × ٩,٨

∴ ر = ض = ٩٤,٥ × ١,٤ + ٩٤,٥ × ٩,٨

= ١٠٥٨,٤ نيوتن

= ١٠٥٨,٤ ÷ ٩,٨ = ١٠٨ ث كجم

حركة المجموعة : ∵ كتلة الصندوق بما فيه = ك + ك' = ٩٤,٥ + ٥٢,٥ = ١٤٧ كجم

∴ (ك + ك') حـ = ش − (ك + ك') ء

∴ ١٤٧ × ١,٤ = ش − ١٤٧ × ٩,٨

∴ ش = ١٤٧ × ١,٤ + ١٤٧ × ٩,٨

= ١٦٤٦,٤ نيوتن = ١٦٤٦,٤ ÷ ٩,٨ = ١٦٨ ث كجم

عند قطع الحبل : تكون الحركة لأسفل بعجلة مساوية لعجلة الجاذبية

∴ ك ء = ك ء − ر ∴ ر = ض = صفر

(١٠) مصعد كهربى وزنه ٣٥٠ ث كجم يهبط رأسياً إلى أسفل بعجلة تقصيرية مقدارها ٤٩ سم / ث² و به رجل وزنه ٧٠ ث كجم أوجد مقدار كل من ضغط الرجل على أرضية المصعد و الشدفى الحبل الذى يحمل المصعد بثقل الكجم

الحل

حركة الرجل :

∵ كتلة الرجل = ك = ٧٠ كجم

∴ ك حـ = ك ء − ر

∴ ٧٠ × (− ٠,٤٩) = ٧٠ × ٩,٨ − ر

∴ ر = ض = ٧٠ × ٩,٨ + ٧٠ × ٠,٤٩

= ٧٢٠,٣ نيوتن = ٧٢٠,٣ ÷ ٩,٨ = ٧٣,٥ ث كجم

حركة المجموعة :

∵ كتلة المصعد بما فيه = ك + ك/ = ٣٥٠ + ٧٠ = ٤٢٠ كجم

∴ (ك + ك/) جـ = (ك + ك/) ء − ش

∴ ٤٢٠ × (− ٠,٤٩) = ٤٩٠ × ٩,٨ − ش

∴ ش = ٤٢٠ × ٠,٤٩ + ٤٢٠ × ٩,٨

= ٤٣٢١,٨ نيوتن = ٤٣٢١,٨ ÷ ٩,٨ = ٤٤١ ث كجم

(١١) علق جسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل القراءة ٧ ث كجم عندما المصعد ساكناً ثم سجل القراءة ٨ ث كجم عندما تحرك المصعد رأسياً بعجلة منتظمة أوجد مقدار و اتجاه العجلة التى التى يتحرك بها المصعد

الحل

عندما يكون المصعد ساكناً فإن : ر = ك ء

∴ ٧ × ٩,٨ = ك × ٩,٨ ∴ ك = ٧ كجم

، ∵ قراءة الميزان عندما يتحرك بعجلة منتظمة = ٨ كجم

∴ ش = ٨ كجم ∴ ش > ك ء

∴ اتجاه الحركة لأعلى ، و بفرض أن عجلة الحركة = بعجلة جـ م / ث²

∴ ك جـ = ش − ك ء

∴ ٧ × جـ = ٨ × ٩,٨ − ٧ × ٩,٨

∴ ٧ جـ = ٩,٨ و منها : جـ = ١,٤ م / ث²

(١٢) علق جسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل القراءة ١٦ ث جم عندما المصعد صاعداً بعجلة مقدارها جـ سم / ث² ، و سجل القراءة ١١ ث جم عندما المصعد صاعداً بعجلة مقدارها ١,٥ جـ سم / ث² أوجد كتلة الجسم و العجلة جـ و أحسب أيضاً قراءة الميزان عندما يكون المصعد هابطاً بتقصير منتظم قدره ½ جـ سم / ث²

الحل

∵ المصعد صاعد بعجلة جـ م / ث²

∴ معادلة الحركة هى : ك جـ = ش − ك ء

∴ ك جـ = ١٦ × ٩٨٠ − ك × ٩٨٠

∴ ك جـ = ١٥٦٨٠ − ٩٨٠ ك (١)

، ∵ المصعد هابط بعجلة ١,٥ جـ م / ث²

∴ معادلة الحركة هى : ك جـ = ك ء − ش

∴ ك × ١,٥ جـ = ك × ٩٨٠ − ١١ × ٩٨٠

∴ ١,٥ ك جـ = ٩٨٠ ك − ١٠٧٨٠ (٢) بالجمع ينتج :

٢,٥ ك جـ = ٩,٨ ∴ ك جـ = ١٩٦٠ (٣)

بالتعويض فى (١) ينتج : ١٩٦٠ = ١٥٦٨٠ − ٩٨٠ ك

∴ ٩٨٠ ك = ١٣٧٢٠ و منها : ك = ١٤ كجم

بالتعويض فى (٣) ينتج : ١٤ جـ = ١٩٦٠

و منها : جـ = ١٤٠ سم / ث²

عندما يكون المصعد هابطاً بتقصير منتظم :

∴ ك جـ = ك ء − ش

∴ ١٤ × (− ٧٠) = ١٤ × ٩٨٠ − ش

∴ ش = ١٤ × ٩٨٠ + ١٤ × ٧٠ = ١٤٧٠٠ نيوتن

= ١٤٧٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٥ ث جم

٢ – ٥ حركة جسم على مستوى مائل أملس

إذا فرض أن جسم كتلته ك يتحرك على مستوٍ أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ تحت تأثير قوة مقدارها ق تعمل فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى إلى أعلى

فإن : الشكل المقابل يبين القوى الواقع تحت تأثيرها الجسم

و تكون لدينا ثلاث حالات تعتمد على المقارنة بين ق ، ك ء جا θ بنفس الوحدة

الحالة الأولى :

إذا كانت : ق > ك ء جا θ

فإن : الجسم يتحرك بعجلة منتظمة حـ لأعلى المستوى

و تكون معادلة حركته هى :

ك حـ = ق – ك ء جا θ

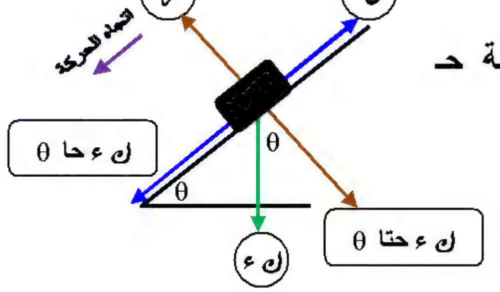
ملاحظة :

إذا أبطل مفعول القوة ق (الجسم يتحرك تحت تأثير وزنه فقط) بعد مرور زمن ىر من بداية الحركة

فإن : الجسم يتحرك لأعلى المستوى (نفس اتجاهه السابق) و لكن بعجلة تقصيرية حَـ حيث : حَـ = – ء جا θ

و يصل الجسم حتماً إلى سكون لحظى ثم يغير اتجاه حركته لأسفل بعجلة تزايدية قدرها ء جا θ

الحالة الثانية :



إذا كانت : ق < ك ء جا θ

فإن : الجسم يتحرك بعجلة منتظمة حـ لأسفل المستوى

و تكون معادلة حركته هى :

ك حـ = ك ء جا θ – ق

الحالة الثالثة :

إذا كانت : ق = ك ء جا θ

فإن : الجسم يظل محتفظاً بحالة السكون على المستوى

أما إذا أكتسب الجسم سرعة منتظمة مقدارها ع فى اتجاه المستوى لأعلى أو لأسفل

فإن : الجسم يتحرك على المستوى فى اتجاه $\overleftarrow{ع}$ بسرعة منتظمة طبقاً للقانون الأول لنيوتن

ملاحظة :

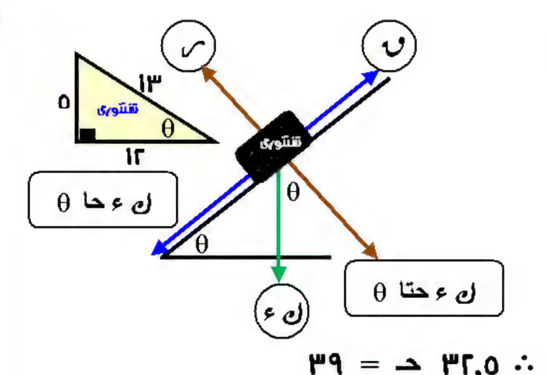
فى كل الحالات السابقة يكون : ر = ك ء جتا θ

إجابة حاول أن تحل (ا) صفحة ١٨٤

جسم كتلته ٣٢,٥ كجم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ حيث جتا θ = $\frac{١٢}{١٣}$ ، أثرت عليه قوة مقدارها ٨٣,٥ نيوتن فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى

أوجد مقدار و اتجاه عجلة الحركة ثم أوجد سرعة الجسم بعد ٨ ثوانى من بدء الحركة

الحل



∵ ك ء حا θ = ٣٢,٥ × ٩,٨ × $\frac{٥}{١٣}$

= ١٢٢,٥ نيوتن

، ∵ ق = ٨٣,٥ نيوتن

∴ ق < ك ء حا θ

∴ الجسم يتحرك لأسفل المستوى بعجلة منتظمة حـ حيث :

ك حـ = ك ء حا θ − ق

∴ ٣٢,٥ حـ = ١٢٢,٥ − ٨٣,٥ ∴ ٣٢,٥ حـ = ٣٩

و منها : حـ = ١,٢ م / ث٢ لأسفل المستوى

، ∵ ع = ع. + حـ ن ∴ ع = ٠ + ١,٢ × ٨ = ٩,٦ م / ث

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ١٨٤

يتحرك جسم كتلته ٢ كجم على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠° تحت تأثير قوة مقدارها ١ ث كجم موجهة نحو المستوى و تصنع مع الأفقى زاوية قياسها ٣٠° لأعلى

أوجد مقدار قوة رد فعل المستوى على الجسم و كذلك عجلة الحركة

الحل

∵ ق حتا ٣٠° = ١ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= ٤,٩ √٣ نيوتن

، ك ء حا ٦٠° = ٢ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= ٩,٨ √٣ نيوتن

∴ ق حتا ٣٠° < ك ء حا ٦٠°

∴ الجسم يتحرك لأسفل المستوى بعجلة منتظمة حـ حيث : ك حـ = ك ء حا ٦٠° − ق حتا ٣٠°

∴ ٢ حـ = ٩,٨ √٣ − ٤,٩ √٣ ∴ ٢ حـ = ٤,٩ √٣

∴ حـ = ٢,٤٥ √٣ م / ث٢ لأسفل المستوى

، ر = ق حا ٣٠° + ك ء حتا ٦٠° = ١ × ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$ + ٢ × ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$

= ١٤,٧ نيوتن = ١٤,٧ ÷ ٩,٨ = ١,٥ ث كجم

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ١٨٥

يتحرك جسم كتلته ٢٠٠ كجم أعلى مستوى أملس يميل على بزاوية قياسها ٣٠° تحت تأثير قوة مقدارها ق نيوتن فى اتجاه خط أكبر ميل لأعلى بعجلة مقدارها ٢ م / ث٢ ، و إذا نقصت هذه القوة إلى النصف فأوجد مقدار و اتجاه العجلة التى يتحرك بها هذا الجسم على نفس المستوى

الحل

معادلة الحركة فى الحالة الأولى : ك حـ = ق − ك ء حا ٣٠°

∴ ٢٠٠ × ٢ = ق − ٢٠٠ × ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$ و منها : ق = ١٣٨٠ نيوتن

معادلة الحركة فى الحالة الثانية : ك حـ′ = ك ء حا ٣٠° − $\frac{١}{٢}$ ق

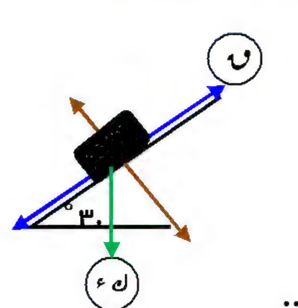
∴ ٢٠٠ × حـ′ = ٢٠٠ × ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٢}$ × ١٣٨٠

و منها : حـ′ = ١,٤٥ م / ث٢ لأسفل المستوى

حل تمارين (٢ – ٥) صفحة ١٨٥ بالكتاب المدرسى

أكمل كلاً مما يأتى :

(١) فى الشكل المرسوم :



الجسم الموضوع على المستوى الأملس كتلته ٢ كجم بدأ حركته من السكون تحت تأثير القوة ق التى مقدارها ١,٥ ث كجم

(أ) عجلة الحركة = ... م / ث^٢ و اتجاهها ....

(ب) سرعة الجسم بعد ٤ ثوانٍ من بعد الحركة = ... م

(حـ) رد فعل المستوى = ... ث كجم

(٢) فى الشكل المرسوم :

الجسم الموضوع على المستوى الأملس ك كتلته ١٢ كجم بدأ حركته من السكون تحت تأثير القوة ق التى مقدارها ٨ ث كجم

(أ) عجلة الحركة = ... م / ث^٢ و اتجاهها ....

(ب) المسافة التى يقطعها الجسم فى ٣ ثوانٍ من بعد الحركة = ... م

(حـ) رد فعل المستوى = ... ث كجم

الحل

(١) (أ) ∵ ك ء حا ٣٠° = ٢ × ٩,٨ × ١/٢ = ٩,٨ نيوتن

، ق = ١,٥ × ٩,٨ = ١٤,٧ نيوتن

∴ ق > ك ء حا ٣٠°

∴ الجسم يتحرك لأعلى المستوى بعجلة منتظمة حـ حيث :

ك حـ = ق – ك ء حا ٣٠°

∴ ٢ حـ = ١٤,٧ – ٩,٨ ∴ ٢ حـ = ٤,٩

∴ حـ = ٢,٤٥ م / ث^٢ لأعلى المستوى

(ب) ع = ع. + حـ ن ∴ ع = ٠ + ٢,٤٥ × ٤ = ٩,٨ م / ث

(حـ) ر = ك ء حتا ٣٠° = ٢ × ٩,٨ × √٣ / ٢ = ٩,٨ √٣ نيوتن

= ٩,٨ √٣ ÷ ٩,٨ = √٣ ث كجم

(٢) (أ) ∵ ك ء حا θ = ١٢ × ٩,٨ × ٣/٥

= ٧٠,٥٦ نيوتن

، ق حتا θ = ٨ × ٩,٨ × ٤/٥

= ٦٢,٧٢ نيوتن

∴ ق حتا θ < ك ء حا θ

∴ الجسم يتحرك لأسفل المستوى بعجلة منتظمة حـ حيث : ك حـ = ك ء حا θ – ق حتا θ

∴ ١٢ حـ = ٧٠,٥٦ – ٦٢,٧٢ ∴ ١٢ حـ = ٧,٨٤

∴ حـ = ٤٩/٧٥ م / ث^٢ لأسفل المستوى

(حـ) ر = ك ء حتا θ + ق حا θ = ١٢ × ٩,٨ × ٤/٥ + ٨ × ٩,٨ × ٣/٥

= ١٤١,١٢ نيوتن = ١٤١,١٢ ÷ ٩,٨ = ١٤,٤ ث كجم

أختر الاجابة الصحيحة :

(٣) يسير راكب دراجة كتلته هو و الدراجة ٨٥ كجم بعجلة منتظمة ٠,٥ م / ث^٢ فإن القوة التى يستخدمها لاحداث العجلة هى ....





(أ) ٤٢,٥ ث كجم (ب) ٤٢,٥ نيوتن

(حـ) ١٧٠ ث كجم (ء) ١٧٠ نيوتن

(٤) تسير سيارة على طريق مهمل المقاومات بعجلة مقدارها ١,٤٧ م / ث^{٢} فإذا كانت قوة المحرك ١٥٠ ث كجم فإن كتلة السيارة = ...

(أ) ١٠٢ كجم (ب) ١٠٠ كجم

(حـ) ١٠٠٠ كجم (ء) ٢٢٠,٥ كجم

(٥) إذا تحرك جسم على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية θ تحت تأثير وزنه فقط فإن عجلة حركته = ...

(أ) ء (ب) ء حتا θ

(حـ) ء حا θ (ء) صفر

(٦) إذا تحرك جسم على مستوى مائل أملس يميل تحت تأثير وزنه فقط فإن عجلته تتوقف على ....

(أ) كتلته (ب) وزنه

(حـ) زاوية ميل المستوى (ء) رد فعل المستوى

الحل

(٣) ∵ الدراجة تسير على مستوى أفقى ∴ ك حـ = ق

∴ ق = ٨٥ × ٠,٥ = ٤٢,٥ نيوتن

(٤) ∵ الدراجة تسير على مستوى أفقى ∴ ك حـ = ق

∴ ١٥٠ × ٩,٨ = ك × ١,٤٧ و منها : ك = ١٠٠٠ كجم

(٥) ∵ الجسم يتحرك تحت تأثير وزنه فقط ∴ حـ = ء حا θ

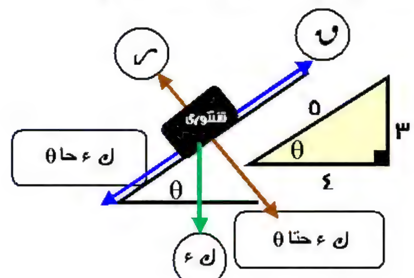
(٦) ∵ الجسم يتحرك تحت تأثير وزنه فقط ∴ حـ = ء حا θ

حيث : θ زاوية ميل المستوى على الأفقى

∴ العجلة تتوقف على زاوية ميل المستوى لأن : ء ثابتة " عجلة الجاذبية "

(٧) وضع جسم كتلته ١٠ كجم على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٣}{٥}$ ، أثرت قوة مقدارها ٨٠ نيوتن فى اتجاه خط أكبر ميل لأعلى أوجد مقدار و اتجاه العجلة الناشئة و مقدار رد الفعل العمودى

الحل



∵ الجسم يتحرك لأعلى المستوى

∴ ك حـ = ق − ك ء حا θ

∴ ١٠ حـ = ٨٠ − ١٠ × ٩,٨ × $\frac{٣}{٥}$

∴ ١٠ حـ = ٢١,٢ ∴ حـ = ٢,١٢ م / ث^{٢}

، ر = ك ء حتا θ = ١٠ × ٩,٨ × $\frac{٤}{٥}$

= ٧٨,٤ نيوتن = ٧٨,٤ ÷ ٩,٨ = ٨ ث كجم

(٨) وضع جسم كتلته ١ كجم على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ، أثرت قوة مقدارها ١٠ نيوتن فى اتجاه خط أكبر ميل لأعلى أوجد عجلة الحركة و مقدار رد الفعل المستوى على الجسم

الحل



∵ الجسم يتحرك لأعلى المستوى

∴ ك حـ = ق − ك ء حا ٣٠°

∴ ١ حـ = ١٠ − ١ × ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$

∴ حـ = ٥,١ م / ث^{٢}

، ر = ك ء حتا ٣٠° = ١ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= ٤,٩ $\sqrt{٣}$ نيوتن = ٤,٩ $\sqrt{٣}$ ÷ ٩,٨ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ث كجم

(٩) وضع جسم كتلته ١٦ كجم على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٤٥° ، أثرت قوة أفقية نحو المستوى مقدارها ٢٤ نيوتن ، و يقع خط عملها فى المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل للمستوى أوجد عجلة الحركة و مقدار رد الفعل المستوى

الحل

∵ ك ء حا ٤٥° = ١٦ × ٩,٨ × $\frac{1}{\sqrt{2}}$

= ٧٨,٧ $\sqrt{2}$ نيوتن

، ق حتا ٤٥° = ٢٤ × $\frac{1}{\sqrt{2}}$

= ١٢ $\sqrt{2}$ نيوتن

∴ ق حتا ٤٥° < ك ء حا ٤٥°

∴ الجسم يتحرك لأسفل المستوى بعجلة منتظمة جـ حيث :

ك جـ = ك ء حا ٤٥° − ق حتا ٤٥°

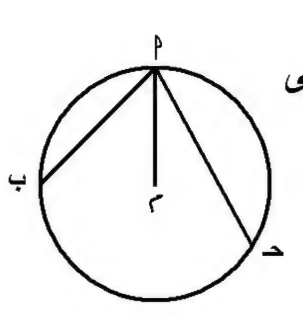
∴ ١٦ جـ = ٧٨,٧ $\sqrt{2}$ − ١٢ $\sqrt{2}$

∴ جـ = ٤,١٥ $\sqrt{2}$ م / ث² لأسفل المستوى

، ر = ك ء حتا ٤٥° + ق حا ٤٥° = ١٦ × ٩,٨ × $\frac{1}{\sqrt{2}}$ + ٢٤ × $\frac{1}{\sqrt{2}}$

= ٩٠,٤ $\sqrt{2}$ نيوتن = ٩٠,٤ $\sqrt{2}$ ÷ ٩,٨ = ٩,٢ $\sqrt{2}$ ث كجم

(١٠) فى الشكل المقابل : $\overline{\text{أ م}}$ نصف قطر رأسى $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ وتران يمثلان طريقين أملسين فى الدائرة حيث أ جـ > أ ب ، انزلقت خرزتان من السكون من نقطة أ احدهما على الوتر $\overline{\text{أ ب}}$ فوصلت ب بعد زمن $ن_1$ ، و الأخرى على الوتر $\overline{\text{أ جـ}}$ فوصلت ب بعد زمن $ن_2$



أوجد قيمة النسبة $ن_1 : ن_2$

الحل

من هندسة الشكل :

ق(∠أ ب ء) = ق(∠أ جـ ء) = ٩٠°

∴ (أ ب)² = أ هـ × أ ء

، (أ جـ)² = أ ى × أ ء

حركة الخرزة التى تنزلق على $\overline{\text{أ ب}}$

∵ الخرزة تتحرك لأسفل تحت تأثير وزنها فقط

∴ عجلة حركتها = ء حا θ_1 ، ∵ ف = ع. ن + ½ جـ ن²

∴ أ ب = ٠ + ½ ء حا θ_1 $ن_1^2$ = ½ ء × $\frac{\text{أ هـ}}{\text{أ ب}}$ × $ن_1^2$

∴ $ن_1^2$ = $\frac{\text{٢ (أ ب)}^2}{\text{ء × أ هـ}}$ = $\frac{\text{أ هـ × أ ء}}{\text{ء × أ هـ}}$ = $\frac{\text{٢ × ٢ نق}}{\text{ء}}$ = $\frac{\text{٤ نق}}{\text{ء}}$ (١)

حركة الخرزة التى تنزلق على $\overline{\text{أ جـ}}$

∵ الخرزة تتحرك لأسفل تحت تأثير وزنها فقط

∴ عجلة حركتها = ء حا θ_2 ، ∵ ف = ع. ن + ½ جـ ن²

∴ أ جـ = ٠ + ½ ء حا θ_2 $ن_2^2$ = ½ ء × $\frac{\text{أ ى}}{\text{أ جـ}}$ × $ن_2^2$

∴ $ن_2^2$ = $\frac{\text{٢ (أ جـ)}^2}{\text{ء × أ ى}}$ = $\frac{\text{أ ى × أ ء}}{\text{ء × أ ى}}$ = $\frac{\text{٢ × ٢ نق}}{\text{ء}}$ = $\frac{\text{٤ نق}}{\text{ء}}$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج : $ن_1^2 : ن_2^2$ = ١ : ١

∴ $ن_1 : ن_2$ = ١ : ١

٢ – ٦　حركة جسم على مستوى خشن

تذكر :

عند محاولة تحريك جسم على مستوى خشن تظهر قوى الاحتكاك كقوة مقاومة تعمل فى الاتجاه المضاد للاتجاه الذى يميل الجسم إلى الحركة فيه ، و تظل مساوية تماماً للقوة المماسية التى تعمل على تحريك الجسم و كلما زادت القوة المماسية التى تعمل على تحريك الجسم تزداد قوة الاحتكاك حتى تظل مساوية لها ، إلى أن تصل إلى حد لا تتعداه و تصل إلى أقصى قيمة لها و عندئذ يصبح الجسم على وشك الحركة

و تسمى قوة الاحتكاك فى هذه الحالة بقوة الاحتكاك السكونى ($ح_س$) و يكون معاما الاحتكاك فى هذه الحالة هو معامل الاحتكاك السكونى ($م_س$) و يكون : $ح_س = م_س\, ر$

حيث : $ر$ هى قوة رد الفعل العمودى

فإذا ازدادت القوة المماسية التى تعمل على تحريك الجسم و استطاعت تحريك الجسم تغيرت قوة الاحتكاك عندئذ و نقصت قيمتها حال حركة الجسم ، و تسمى قوة الاحتكاك فى هذه الحالة بقوة الاحتكاك الحركى ($ح_ك$) ، و يكون معاما الاحتكاك فى هذه الحالة هو معامل الاحتكاك الحركى ($م_ك$) و يكون : ($ح_ك$) = $م_ك\, ر$

حيث : $ر$ هى قوة رد الفعل العمودى

ملاحظات :

(١) قوة الاحتكاك النهائى للأجسام الساكنة أكبر من قوة الاحتكاك للأجسام المتحركة أى أن : $ح_س > ح_ك$ و بالتالى يكون : $م_س > م_ك$

(٢) فى حالة الأجسام المنزلقة بالفعل تكون قوة الاحتكاك هى قوة الاحتكاك الحركى ($ح_ك$) حيث : $ح_ك = م_ك\, ر$

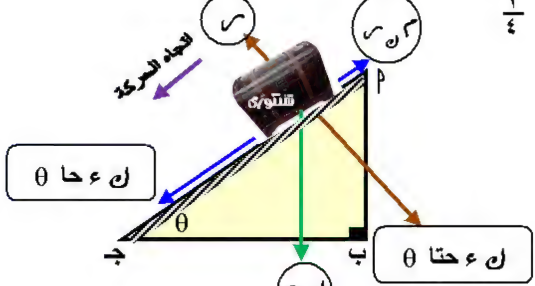
(٣) فى حالة الأجسام التى على الحركة تكون قوة الاحتكاك هى قوة الاحتكاك السكونى ($ح_س$) حيث : $ح_س = م_س\, ر$

(٤) فى حالة الأجسام المتزنة تكون قوة الاحتكاك $\le$ قوة الاحتكاك السكونى أى : $ح \le ح_س$

(٥) أقل قوة تحافظ على الجسم متحركاً هى القوة التى تجعله متحركاً بسرعة منتظمة أى : جـ = صفر

إجابة حاول أن تحل (١) صفحة ١٨٨

تنقل الصناديق فى أحد المصانع بانزلاقها على مستوى مائل طوله ١٥ متراً و ارتفاعه ٩ أمتار ، أوجد سرعة الصندوق الذى بدأ حركته من السكون عند قمة المستوى و ذلك عند قاعدة المستوى إذا كان المستوى خشناً و معامل الاحتكاك الحركى يساوى $\frac{١}{٤}$



الحل

من هندسة الشكل : ب جـ = ١٢ م

∴ جا θ = $\frac{٩}{١٥} = \frac{٣}{٥}$ ،

جتا θ = $\frac{١٢}{١٥} = \frac{٤}{٥}$

∵ المستوى خشن ، $م_ك = \frac{١}{٤}$

، الصندوق ينزلق على المستوى ∴ ر = ك ء جتا θ = ك ء × $\frac{٤}{٥}$

، ك جـ = ك ء جا θ − $م_ك$ ر

∴ ك جـ = ك × ٩,٨ × $\frac{٣}{٥}$ − $\frac{١}{٤}$ × ك × ٩,٨ × $\frac{٤}{٥}$

∴ جـ = ٥,٨٨ − ١,٩٦ = ٣,٩٢ م / ث² ، ∵ ع² = ع٠² + ٢ جـ ف

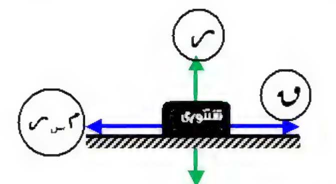
∴ ع² = ٠ + ٢ × ٣,٩٢ × ١٥ و منها : ع = ١٠,٨٤ م / ث

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ١٨٩

فى المثال السابق أحسب مقدار القوة ق إذا كانت القوة المؤثرة على الجسم أفقية

" جسم كتلته ١٢ كجم موضوع على مستوى أفقى خشن ، م س = √٣ / ٣ ، م ك = √٣ / ٤ ، ح = ٤٩√٣ / ٢٠ م / ث٢ "

الحل



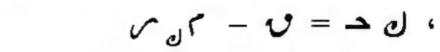
أولاً : القوة التى تجعل الجسم على وشك الحركة

ر = ك ء = ١٢ ث كجم

، ق = م س ر = √٣ / ٣ × ١٢ = ٤√٣ ث كجم

أولاً : القوة التى تحرك الجسم بعجلة

ر = ك ء = ١٢ × ٩,٨ = ١١٧,٦ نيوتن



، ك ح = ق − م ك ر

∴ ١٢ × ٤٩√٣ / ٢٠ = ق − √٣ / ٤ × ١١٧,٦

∴ ق = ٢٩,٤√٣ + ٢٩,٤√٣

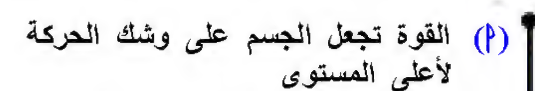
= ٥٨,٨√٣ نيوتن

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ١٩٠

فى المثال السابق أحسب مقدار القوة ق إذا كانت القوة أفقية فى جميع الحالات

" جسم وزنه ٨٠٠ نيوتن موضوع على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٢٥° ، م س = ٠,٣٥ ، م ك = ٠,٢٥ "

الحل



(أ) القوة تجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى المستوى

ر = ك ء حتا ٢٥° + ق حا ٢٥°

، ق حتا ٢٥° = م س ر + ك ء حا ٢٥°

∴ ق حتا ٢٥° = ٠,٣٥ × (ك ء حتا ٢٥° + ق حا ٢٥°) + ك ء حا ٢٥°

∴ ق × (حتا ٢٥° − ٠,٣٥ حا ٢٥°) = ٠,٣٥ × ٨٠٠ حتا ٢٥° + ٨٠٠ حا ٢٥°

∴ ق × ٠,٧٦ = ٥٩١,٨٦   و منها : ق = ٧٧٨,٧٦ نيوتن

= ٨٠٠ × ٩,٨ حتا ٢٥° + ق حا ٢٥°

(ب) أقل قوة تحرك الجسم لأعلى المستوى



ر = ك ء حتا ٢٥° + ق حا ٢٥°

، ق حتا ٢٥° = م ك ر + ك ء حا ٢٥°

∴ ق حتا ٢٥° = ٠,٢٥ × (ك ء حتا ٢٥° + ق حا ٢٥°) + ك ء حا ٢٥°

∴ ق × (حتا ٢٥° − ٠,٢٥ حا ٢٥°) = ٠,٢٥ × ٨٠٠ حتا ٢٥° + ٨٠٠ حا ٢٥°

∴ ق × ٠,٨ = ٥١٩,٣٦   و منها : ق = ٦٤٩,٢ نيوتن

(ب) أقل قوة تمنع الجسم من الانزلاق هى القوة التى تجعله على وشك الحركة لأسفل

ر = ك ء حتا ٢٥° + ق حا ٢٥°

، ق حتا ٢٥° + م س ر = ك ء حا ٢٥°

بالتعويض ينتج :

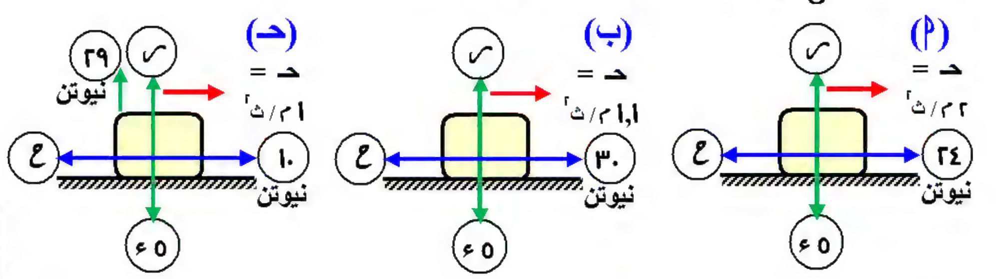
ق × (حتا ٢٥° + ٠,٣٥ حا ٢٥°) = ٨٠٠ حا ٢٥° − ٠,٣٥ × ٨٠٠ حتا ٢٥°

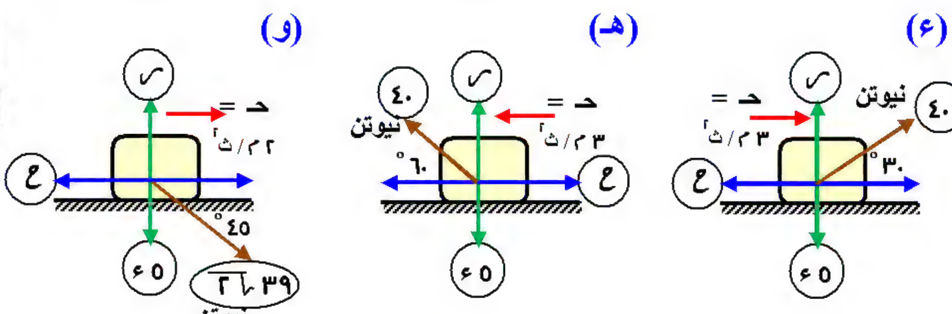
∴ ق × ١,٠٥٤ = ٨٤,٣٣   و منها : ق = ٨ نيوتن

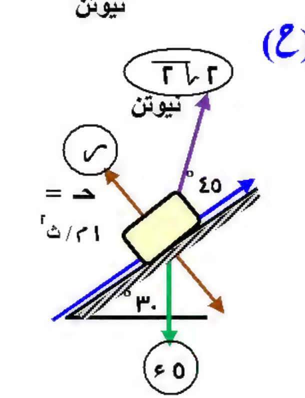
أحمد الشتورى

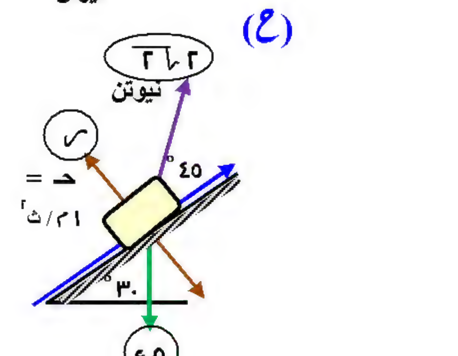
حل تمارين (٢ – ٦) صفحة ١٨٠ بالكتاب المدرسى

(١) فى كل من الأشكال الآتية جسم كتلته ٥ كجم موضوع على مستوى أفقى خشن ، معامل الاحتكاك الحركى بينه و بين الجسم $م_ك$ =
أحسب $م_ك$ فى كل حالة ، ع قوة الاحتكاك









الحل

(أ) ر = ك ء = ٥ × ٩٫٨ = ٤٩ نيوتن ، ك حـ = ق − $م_ك$ ر

∴ ٥ × ٢ = ٢٤ − $م_ك$ × ٤٩ ∴ ٤٩ $م_ك$ = ١٤ ∴ $م_ك$ = $\frac{٢}{٧}$

، ع = $ع_ك$ = $م_ك$ ر = $\frac{٢}{٧}$ × ٤٩ = ٧ نيوتن

(ب) ر = ك ء = ٥ × ٩٫٨ = ٤٩ نيوتن ، ك حـ = ق − $م_ك$ ر

∴ ٥ × ١٫١ = ٣٠ − $م_ك$ × ٤٩ ∴ ٤٩ $م_ك$ = ٢٤٫٥ ∴ $م_ك$ = $\frac{١}{٢}$

، ع = $ع_ك$ = $م_ك$ ر = $\frac{١}{٢}$ × ٤٩ = ٢٤٫٥ نيوتن

(حـ) ر + ٢٩ = ك ء ∴ ر + ٢٩ = ٥ × ٩٫٨ ∴ ر = ٢٠ نيوتن

، ك حـ = ق − $م_ك$ ر ∴ ٥ × ١ = ١٠ − $م_ك$ × ٢٠

∴ ٢٠ $م_ك$ = ٥ ∴ $م_ك$ = $\frac{١}{٤}$

، ع = $ع_ك$ = $م_ك$ ر = $\frac{١}{٤}$ × ٢٠ = ٥ نيوتن

(ء) ر + ٤٠ جا ٣٠° = ك ء

∴ ر + ٤٠ × $\frac{١}{٢}$ = ٥ × ٩٫٨

∴ ر = ٢٩ نيوتن

، ك حـ = ق − $م_ك$ ر

∴ ٥ × ٣ = ٤٠ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ − $م_ك$ × ٢٩

∴ ٢٩ $م_ك$ = ٢٠ $\sqrt{٣}$ − ١٥ و منها : $م_ك$ ≃ ٠٫٧

، ع = $ع_ك$ = $م_ك$ ر = ٠٫٧ × ٢٩ ≃ ٢٠٫٣ نيوتن

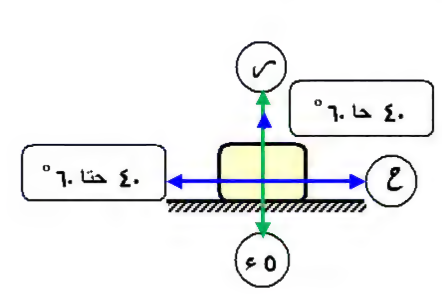
(هـ) ر + ٤٠ جا ٦٠° = ك ء

∴ ر + ٤٠ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = ٥ × ٩٫٨

∴ ر = ٤٩ − ٢٠ $\sqrt{٣}$

≃ ١٤٫٤ نيوتن

، ك حـ = ق − $م_ك$ ر



∴ ٥ × ٣ = ٤٠ × $\frac{1}{2}$ − م ر × ١٤,٤

∴ ١٤,٤ م ر = ٢٠ − ١٥ و منها : م ر ≃ ٠,٣٥

، ع = ع ر = م ر ر = ٠,٣٥ × ١٤,٤ ≃ ٥ نيوتن



(و) ر = ٣٩ √٢ حا ٤٥° + ك ء

∴ ر + ٣٩ √٢ × $\frac{1}{\sqrt{2}}$ + ٥ × ٩,٨

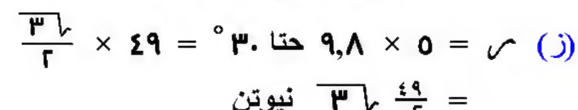
∴ ر = ٨٨ نيوتن

، ك حـ = ق − م ر ر

∴ ٥ × ٢ = ٣٩ √٢ × $\frac{1}{\sqrt{2}}$ − م ر × ٨٨

∴ ٨٨ م ر = ٣٩ − ١٠ و منها : م ر ≃ ٠,٣٣

، ع = ع ر = م ر ر = ٠,٣٣ × ٨٨ ≃ ٢٩ نيوتن



(ز) ر = ٥ × ٩,٨ حتا ٣٠° = ٤٩ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$

= $\frac{49}{2}$ √٣ نيوتن

، ك حـ = ق − م ر ر

∴ ٥ × ٢ = ٥ × ٩,٨ حا ٣٠°

− م ر × $\frac{49}{2}$ √٣

∴ $\frac{49}{2}$ √٣ م ر = ٥ × ٩,٨ × $\frac{1}{2}$ − ١٠ و منها : م ر ≃ ٠,٣٤

، ع = ع ر = م ر ر = ٠,٣٤ × $\frac{49}{2}$ √٣ ≃ ١٤,٤ نيوتن

(ح) ر + ٢√٢ حا ٤٥° =

٥ × ٩,٨ حا ٣٠°

∴ ر = ٤٩ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ − ٢√٢ × $\frac{1}{\sqrt{2}}$

∴ ر ≃ ٤٠,٤ نيوتن

، ∵ ٢√٢ حتا ٤٥° = ٢√٢ × $\frac{1}{\sqrt{2}}$ = ٢ نيوتن ،

٥ × ٩,٨ حا ٣٠° = ٥ × ٩,٨ × $\frac{1}{2}$ = ٢٤,٥ نيوتن

∴ ٢√٢ حتا ٤٥° < ٥ × ٩,٨ حا ٣٠° ∴ الجسم ينزلق على المستوى

، و تكون قوة الاحتكاك فى اتجاه خط أكبر ميل لأعلى

∴ ك حـ = ٥ × ٩,٨ حا ٣٠° − ٢√٢ حتا ٤٥° − م ر ر

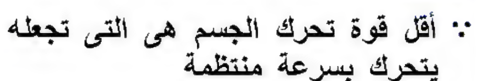
∴ ٥ × ١ = ٢٤,٥ − ٢ − م ر × ٤٠,٤

∴ ٤٠,٤ م ر = ٢٤,٥ − ٢ − ٥ و منها : م ر ≃ ٠,٤٣

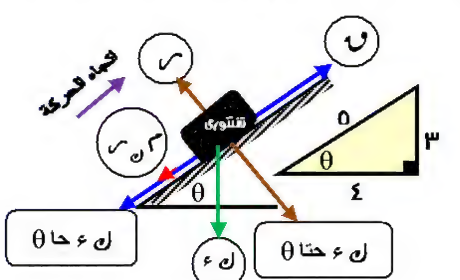
، ع = ع ر = م ر ر = ٠,٤٣ × ٤٠,٤ ≃ ١٧,٥ نيوتن

(٢) يراد سحب جسم كتلته ١ طن على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ حيث ظا θ = $\frac{3}{4}$ بواسطة قوة توازى المستوى فى اتجاه خط أكبر ميل لأعلى أوجد معامل الاحتكاك الحركى بين الجسم و المستوى إذا كانت أقل قوة تحرك الجسم على المستوى مقدارها ١٤٠٠ ث كجم

الحل



∵ أقل قوة تحرك الجسم هى التى تجعله يتحرك بسرعة منتظمة



، ر = ك ء حتا θ

= ١٠٠٠ × ٩,٨ × $\frac{4}{5}$

= ٧٨٤٠ نيوتن

∴ ق = ك ء حا θ + م ر ر

∴ ١٤٠٠ × ٩,٨ = ١٠٠٠ × ٩,٨ × $\frac{3}{5}$ + م ر × ٧٨٤٠

∴ ٧٨٤٠ م ر = ١٣٧٢٠ − ٥٨٨٠

∴ ٧٨٤٠ م ر = ٧٨٤٠ ∴ م ر = ١

(٣) جسم كتلته ٢ كجم موضوع على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك الحركى بين الجسم و المستوى $\frac{١}{٢}$ أوجد القوة الأفقية التى تجعله يتحرك بعجلة منتظمة حـ حيث :

(أ) حـ = ٥ م / ث٢ (ب) حـ = ١ م / ث٢

الحل

(أ) ∵ الجسم يتحرك بعجلة منتظمة

∴ ر = ٢ × ٩,٨ = ١٩,٦ نيوتن

، ك حـ = ق − مك ر

∴ ٢ × ٥ = ق − $\frac{١}{٢}$ × ١٩,٦

∴ ق = ١٠ + ٩,٨ = ١٩,٨ نيوتن

(ب) ∵ الجسم يتحرك بعجلة منتظمة ∴ ر = ٢ × ٩,٨ = ١٩,٦ نيوتن

، ك حـ = ق − مك ر ∴ ٢ × ١ = ق − $\frac{١}{٢}$ × ١٩,٦

∴ ق = ٢ + ٩,٨ = ١١,٨ نيوتن

(٤) جسم وزنه ١٠ ث كجم موضوع على مستوى أفقى خشن ، أثرت عليه قوة قدرها ٣٧ نيوتن فحركته على المستوى الأفقى بعجلة منتظمة قدرها $\frac{٥}{٤}$ م / ث٢ أوجد معامل الاحتكاك الحركى بين الجسم و المستوى

الحل

∵ الجسم يتحرك بعجلة منتظمة

∴ ر = ١٠ × ٩,٨ = ٩٨ نيوتن

، ك حـ = ق − مك ر

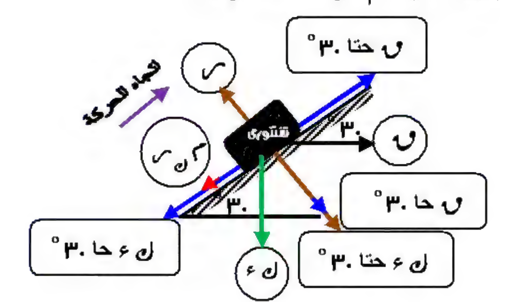
∴ ١٠ × $\frac{٥}{٤}$ = ٣٧ − مك × ٩٨

∴ ٩٨ مك = ٣٧ − ١٢,٥ و منها : مك = $\frac{١}{٤}$

(٥) جسم كتلته ٢ كجم موضوع على مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ، أثرت عليه قوة أفقية مقدارها ٢٠ نيوتن نحو المستوى فتحرك الجسم بسرعة منتظمة

أوجد معامل الاحتكاك الحركى بين الجسم و المستوى

الحل



∵ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة

، ك ء حا ٣٠° = ٢ × ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$

= ٩,٨ نيوتن

، ق حتا ٣٠° = ٢٠ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= ١٧,٣ نيوتن

∴ ق حتا ٣٠° > ك ء حا ٣٠°

، يكون اتجاه الحركة لأعلى ، قوة الاحتكاك لأسفل

∴ ق حتا ٣٠° = ك ء حا ٣٠° + مك ر

∴ ١٧,٣ = ٩,٨ + مك × (ق حا ٣٠° + ك ء حتا ٣٠°)

∴ ١٧,٣ = ٩,٨ + مك × (٢٠ × $\frac{١}{٢}$ + ٢ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$)

∴ ٢٦,٩٧ مك = ١٧,٣ − ٩,٨

و منها : مك ≃ ٠,٢٨

(٦) ينزلق جسم على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٤٥° فإذا كان معامل الاحتكاك الحركى بين الجسم و المستوى يساوى $\frac{٣}{٤}$

أثبت أن الزمن الذى يقطع فيه الجسم أى مسافة يساوى ضعف الزمن الذى يقطع فيه نفس المسافة لو أن المستوى كان أملساً و بفرض أن الجسم بدأ الانزلاق من السكون فى الحالتين

الحل



بفرض أن : كتلة الجسم = ك وحدة كتلة

ر = ك ء حتا ٤٥° وحدة قوة

إذا كان المستوى خشن :

بفرض أن : الجسم يتحرك مسافة قدرها ف

فى زمن قدره ن$_{1}$ بعجلة حـ

ك حـ = ك ء حا ٤٥° − م$_{ك}$ ر

∴ ك حـ = ك ء حا ٤٥° − $\frac{3}{4}$ × ك ء حتا ٤٥°

∴ حـ = ء × $\frac{1}{\sqrt{2}}$ − $\frac{3}{4}$ × ء × $\frac{1}{\sqrt{2}}$

∴ حـ = $\frac{1}{4}$ ء × $\frac{1}{\sqrt{2}}$ = $\frac{1}{8}\sqrt{2}$ ء وحدة عجلة

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ حـ ن^{2}

∴ ف = ٠ + $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{8}\sqrt{2}$ ء × ن$_{1}^{2}$ = $\frac{1}{16}\sqrt{2}$ ء ن$_{1}^{2}$ (١)

إذا كان المستوى خشن :

بفرض أن : الجسم يتحرك مسافة قدرها ف

فى زمن قدره ن$_{2}$ بعجلة حـ/

∴ حـ/ = ء حا ٤٥° = ء × $\frac{1}{\sqrt{2}}$

= $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ ء وحدة عجلة

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ حـ ن^{2}

∴ ف = ٠ + $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ ء × ن$_{2}^{2}$ = $\frac{1}{4}\sqrt{2}$ ء ن$_{2}^{2}$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج : $\frac{1}{16}\sqrt{2}$ ء ن$_{1}^{2}$ = $\frac{1}{4}\sqrt{2}$ ء ن$_{2}^{2}$

∴ ن$_{1}^{2}$ = ٤ ن$_{2}^{2}$ ∴ ن$_{1}$ = ٢ ن$_{2}$

أى أن : الزمن الذى يقطع فيه الجسم أى مسافة على المستوى الخشن ضعف الزمن الذى يقطع فيه نفس المسافة لو أن المستوى كان أملساً

٢ – ٧ البكرات البسيطة

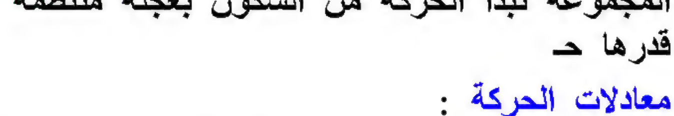


تمهيد :

تستخدم البكرات فى أغراض عدة منها :
تقليل القوة اللازمة لرفع جسم و تسهيل الحركة
و تغيير اتجاه القوة
و منها ما هو ثابت ، و منها ما هو متحرك
و عندما تكون البكرة صغيرة ملساء يكون الشد على جانبى البكرة متساو

حركة مجموعة مكونة من جسمين يتدليان رأسياً من طرفى خيط يمر على بكرة ملساء :

إذا ربط جسمان كتلتاهما ك$_{1}$ ، ك$_{2}$ فى طرفى خيط خفيف غير مرن يمر على بكرة صغيرة ملساء و يتدليان رأسياً ، و كانت ك$_{1}$ > ك$_{2}$ فإن :



المجموعة تبدأ الحركة من السكون بعجلة منتظمة قدرها حـ

معادلات الحركة :

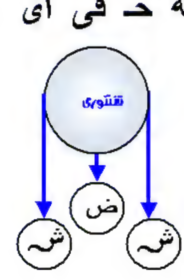
ك$_{1}$ حـ = ك$_{1}$ ء − شـ ، ك$_{2}$ حـ = شـ − ك$_{2}$ ء

حساب عجلة حركة المجموعة و الشد فى الخيط :

و بجمع المعادلتين تنتج قيمة حـ ، و بالتعويض عن قيمة حـ فى أى من المعادلتين تنتج قيمة شـ



الضغط على البكرة :



عند تعليق الكتلتين من طرفى الخيط المار على البكرة يصبح الخيط مشدوداً و نتيجة لذلك تتولد قوة ضغط على محور البكرة و يكون : ض = ٢ شـ

عند قطع الخيط :

إذا قطع الخيط الواصل بين الكتلتين بعد زمن قدره ن ثانية فإن كلا الكتلتين تتحرك فى الاتجاه السابق نفسه قبل قطع الخيط و يكون :

(١) الكتلة الأكبر (ك$_1$) تتحرك رأسياً لأسفل بسرعة ابتدائية ع (هى نفس السرعة لحظة قطع الخيط) و تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية (ء = ٩,٨ م / ث^2)

(٢) الكتلة الأصغر (ك$_2$) تتحرك رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية ع (هى نفس السرعة لحظة قطع الخيط) و تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية (ء = – ٩,٨ م / ث^2) ثم تسقط بعد ذلك سقوطاً حراً

ملاحظة :

إذا بدأت المجموعة الحركة و الكتلتين فى مستوى أفقى واحد ، و كانت المسافة المقطوعة بعد زمن قدره ن ثانية تساوى ف وحدة طول فإن : المسافة الرأسية بين الكتلتين عند نفس الزمن تساوى ٢ ف وحدة طول

حيث : تهبط الكتلة (ك$_1$) رأسياً لأسفل مسافة ف ، و فى نفس الوقت تصعد (ك$_2$) تتحرك رأسياً لأعلى نفس المسافة ف

الشد فى الخيط بين الكتلتين :

فى الشكل السابق :

إذا كانت الكتلتان ك$_1$ ، ك$_2$ بخيط آخر

تكون الشدود كما هى موضحة بالشكل المقابل

و تكون معادلات الحركة هى :

ك$_1$ حـ = ك$_1$ ء + ش$'$ – ش ،

ك$_2$ حـ = ك$_2$ ء – ش$'$

حالة مشابهة (١) :

فى الحالة المرسومة بالشكل المقابل :

فإن معادلات الحركة هى :

(ك$_1$ + ك$_3$) حـ = (ك$_1$ + ك$_3$) ء + ش

، ك$_2$ حـ = ش – ك$_2$ ء

عند انفصال الكتلة الاضافية :

إذا فصلت الكتلة الاضافية ك$_3$ بعد زمن قدره ن ثانية فإن المجموعة تتحرك فى اتجاهها السابق و لكن بعجلة تقصيرية حـ$'$ إلى أن تسكن لحظياً ، ثم تغير اتجاهها و تكون معادلات الحركة هى :

ك$_1$ حـ$'$ = ك$_1$ ء – ش$'$ ، ك$_2$ حـ$'$ = ش$'$ – ك$_1$ ء

و المجموعة (ك$_1$ ، ك$_2$) تتحرك بسرعة ابتدائية هى السرعة التى اكتسبتها لحظة الانفصال و تصل إلى سكون لحظى ، ثم تغير اتجاهها و ترتد لتكون الكتلة ك$_2$ هى القائدة

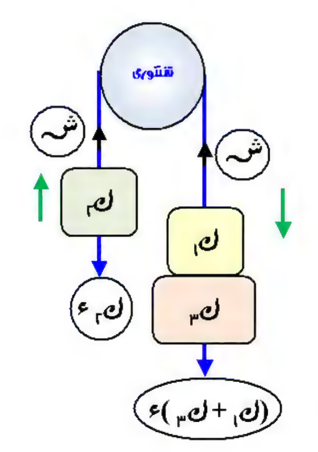
حالة مشابهة (٢) :

إذا كانت : ك$_1$ = ك$_2$ = ك

أى أن الكتلتين متساويتان و فى هذه الحالة تتحرك المجموعة

أما إذا كتلة قدرها ك$_3$ إلى أحدى الكتلتين كما بالشكل المقابل

فإن : المجموعة تتحرك فى اتجاه الكتلتين (ك$_1$ + ك$_3$) و تكون معادلات الحركة هى :



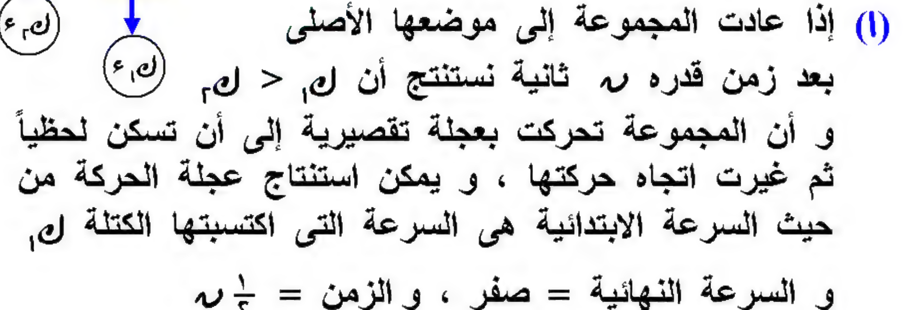
(ك$_{1}$ + ك$_{3}$) جـ = (ك$_{1}$ + ك$_{3}$) ء + شَ

، ك$_{2}$ جـ = شَ − ك$_{2}$ ء

عند انفصال الكتلة الاضافية :

إذا فصلت الكتلة الاضافية ك$_{3}$ بعد زمن قدره ىر ثانية فإن المجموعة تتحرك فى اتجاهها السابق بسرعة منتظمة هى السرعة التى اكتسبتها خلال ىر ثانية (السرعة لحظة انفصال الكتلة ك$_{3}$)

حالة مشابهة (٣) :



إذا علقت الكتلتان ك$_{1}$ ، ك$_{2}$ فى طرفى الخيط و غير معلوم أياً من الكتلتين أكبر و اكتسبت الكتلة ك$_{1}$ سرعة مقدارها ع لأسفل و تحركت المجموعة فهناك ثلاث حالات :

(١) إذا عادت المجموعة إلى موضعها الأصلى بعد زمن قدره ىر ثانية نستنتج أن ك$_{1}$ < ك$_{2}$ و أن المجموعة تحركت بعجلة تقصيرية إلى أن تسكن لحظياً ثم غيرت اتجاه حركتها ، و يمكن استنتاج عجلة الحركة من حيث السرعة الابتدائية هى السرعة التى اكتسبتها الكتلة ك$_{1}$

و السرعة النهائية = صفر ، و الزمن = $\frac{1}{2}$ ىر

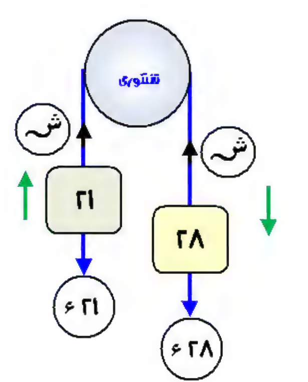
(٢) إذا تحركت المجموعة حركة منتظمة بسرعة ثابتة هى السرعة التى اكتسبتها الكتلة ك$_{1}$ ، و نستنتج أن الكتلتين متساويتين ك$_{1}$ = ك$_{2}$ و أن الحركة تتبع القانون الأول لنيوتن

(٣) إذا تحركت المجموعة بعجلة منتظمة تزايدية نستنتج أن ك$_{1}$ > ك$_{2}$ و يمكن دراسة الحركة من معادلات الحركة

إجابة حاول أن تحل (١) صفحة ١٩٥

علق جسمان كتلتاهما ٢١ جم ، ٢٨ جم من طرفى خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء ، فإذا تحركت المجموعة من السكون فأوجد عجلة المجموعة و مقدار الشد فى الخيط و سرعة المجموعة بعد ثانيتن من بدء الحركة

الحل



معادلات الحركة :

٢٨ جـ = ٢٨ × ٩٨٠ − شَ (١)

٢١ جـ = شَ − ٢١ × ٩٨٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٤٩ جـ = ٧ × ٩٨٠

∴ جـ = ١٤٠ سم / ث^{2}

، بالتعويض فى (٢) ينتج :

٢١ × ١٤٠ = شَ − ٢١ × ٩٨٠

∴ شَ = ٢١ × (٩٨٠ + ١٤٠) = ٢٣٥٢٠ داين

و بعد ٢ ث : ∵ ع = ع. + جـ ىر

∴ ع = ٠ + ١٤٠ × ٢ = ٢٨٠ سم / ث

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ١٩٦

خيط خفيف يمر على بكرة مثبتة ملساء و يتدلى من أحد طرفيه جسم كتلته ٩٠ جم و من الطرف الآخر جسم كتلته ٧٠ جم و بدأت المجموعة حركتها من السكون عندما كانت الكتله ٩٠ جم على ارتفاع ٢٤٥ سم من سطح الأرض أوجد :

(أ) الزمن الذى يمضى حتى تصل الكتلة ٩٠ جم إلى سطح الأرض

(ب) الزمن الذى يمضى بعد ذلك حتى يصبح الخيط مشدوداً مرة أخرى

الحل

معادلات الحركة :

٩٠ جـ = ٩٠ × ٩٨٠ − شـ (١)

٧٠ جـ = شـ − ٧٠ × ٩٨٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ١٦٠ جـ = ٢٠ × ٩٨٠

∴ جـ = ١٢٢,٥ سم / ث²

(أ) ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن²

∴ ٢٤٥ = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ١٢٢,٥ ن²

∴ ن² = ٤ ∴ ن = ٢ ث

أى أن : الكتلة ٩٠ جم تصل إلى سطح الأرض بعد ٢ ث

عند لحظة وصول الكتلة ٩٠ جم إلى سطح الأرض

∵ ع = ع. + جـ ن ∴ ع = ٠ + ١٢٢,٥ × ٢ = ٢٤٥ سم / ث

∴ ع. للكتلة ٧٠ جم = ٢٤٥ سم / ث ثم تتحرك رأسياً لأعلى بعجلة الجاذبية الأرضية حتى تسكن لحظياً ، ∵ ع = ع. − ء ن ∴ ٠ = ٢٤٥ − ٩٨٠ ن

∴ ن = $\frac{١}{٤}$ ث ثم تعود الكتلة ٧٠ جم إلى الحركة لأسفل لتقطع نفس المسافة فى نفس الزمن لكى يصبح الخيط مشدوداً مرة أخرى

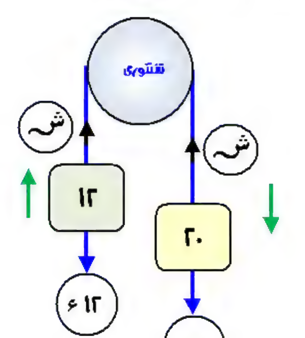
(ب) الزمن الذى يمضى حتى يصبح الخيط مشدوداً مرة أخرى = ٢ ن₁

= ١٢ × $\frac{١}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$ ث

رأسياً لأعلى بعجلة الجاذبية الأرضية حتى تسكن لحظياً و تكتسب سرعة ابتدائية

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ١٩٧

يمر خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة و يحمل من طرفيه كتلتين ٢٠ جم ، ١٢ جم تتدليان رأسياً ، أوجد عجلة حركة المجموعة و الشد فى الخيط ، و إذا كانت المجموعة قد بدأت حركتها من السكون و قطع الخيط بعد مرور ثانيتين من لحظة بدء الحركة عين أقصى ارتفاع تصل إليه الكتلة ١٢ جم عن موضعها الأصلى عند بدء الحركة



الحل

معادلات الحركة :

٢٠ جـ = ٢٠ × ٩٨٠ − شـ (١)

١٢ جـ = شـ − ١٢ × ٩٨٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٣٢ جـ = ٨ × ٩٨٠

∴ جـ = ٢٤٥ سم / ث²

، بالتعويض فى (٢) ينتج :

١٢ × ٢٤٥ = شـ − ١٢ × ٩٨٠

∴ شـ = ١٢ × (٩٨٠ + ٢٤٥) = ١٤٧٠٠ داين

عند لحظة قطع الخيط بعد ٢ ث : ∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ع = ٠ + ٢٤٥ × ٢ = ٤٩٠ سم / ث ∴ ع. للكتلة ١٢ جم = ٤٩٠ سم / ث

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن² ∴ ف₁ = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٢٤٥ × ٤ = ٤٩٠ سم

و هى المسافة التى تحركتها الكتلة ١٢ جم رأسياً لأعلى

بعد قطع الخيط : تتحرك الكتلة ١٢ جم رأسياً لأعلى بعجلة الجاذبية الأرضية و تصل لأقصى ارتفاع (ف₂) ، عند أقصى ارتفاع : ∵ ع² = ع.² + ٢ جـ ف

∴ ٠ = (٤٩٠)² + ٢ × ٩٨٠ ف₂ ∴ ف₂ = ١٢٢,٥ سم

∴ أقصى ارتفاع تصل إليه الكتلة ١٢ جم من موضعها الأصلى عند بدء الحركة

= ف₁ + ف₂ = ٤٩٠ + ١٢٢,٥ = ٦١٢,٥ سم

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ١٩٨

خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة و يحمل فى طرفيه ثقلتين ٣٣٥ جم ، ٢٠ جم متصلين بخيط بحيث الثقل ٢٠ جم أسفل الثقل ٣٣٥ جم و فى الطرف الآخر ثقل قدره ٣٣٥ جم احسب العجلة

المشتركة إذا تحركت المجموعة من سكون ، و إذا قطع الخيط الذى يحمل الثقل ٢٠ جم بعد أن قطعت المجموعة مسافة ٤٥ سم و كان الثقل ٢٣٥ جم الهابط على مسافة ٩٠ سم من سطح الأرض عندئذ فاحسب الزمن الذى يأخذه هذا الثقل حتى يصل إلى سطح الأرض

الحل

معادلات الحركة :

٢٥٥ حـ = ٢٥٥ × ٩٨٠ − شَ (١)

٢٣٥ حـ = شَ − ٢٣٥ × ٩٨٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٤٩٠ حـ = ٢٠ × ٩٨٠

∴ حـ = ٤٠ سم / ث^2

بعد قطع مسافة ٤٥ سم

∵ ع^2 = ع.^{2} + ٢ حـ ف

∴ ع^2 = ٠ + ٢ × ٤٠ × ٤٥ = ٣٦٠٠

∴ ع = ٦٠ سم / ث

عند قطع الخيط الذى يحمل الثقل ٢٠ جم

يصبح الثقلان متساويين فتتحرك المجموعة بسرعة منتظمة قدرها ٦٠ سم / ث

، و بعد أن يكون الثقل ٢٣٥ جم الهابط على مسافة ٩٠ سم من سطح الأرض

فإن : ن = $\frac{٩٠}{٦٠}$ = $\frac{٣}{٢}$ ث

أى أن : الزمن الذى يأخذه الثقل ٢٣٥ جم الهابط حتى يصل إلى سطح الأرض = $\frac{٣}{٢}$ ث

حركة مجموعة مكونة من جسمين يتحرك احدهما على نضد أفقى و الآخر يتحرك رأسياً لأسفل :

إذا ربط جسمان كتلتاهما ك$_1$ ، ك$_2$ فى طرفى خيط خفيف غير مرن يمر على بكرة صغيرة ملساء بحيث كان الجسم ك$_2$ موضوع على مستوى أفقى و الجسم ك$_1$ يتدلى رأسياً

أولاً : المستوى الأفقى أملس

معادلات الحركة :

ك$_1$ حـ = ك$_1$ ء − شَ ، ك$_2$ حـ = شَ

حساب عجلة حركة المجموعة و الشد فى الخيط :

و بجمع المعادلتين تنتج قيمة حـ ، و بالتعويض عن قيمة حـ فى أى من المعادلتين تنتج قيمة شَ

ملاحظة :

رد فعل المستوى الأفقى : ر = ك$_2$ ء

الضغط على البكرة :

عند تعليق الكتلتين من طرفى الخيط المار على البكرة يصبح الخيط مشدوداً و نتيجة لذلك تتولد قوة ضغط على محور البكرة تساوى محصلة القوتين

∵ القوتان متساويتان فى المقدار و متعامدان ، و كل منهما تساوى شَ

∴ ض تنصف الزاوية المحصورة بينهما أى أنها تميل بزاوية قياسها ٤٥°

∴ ض = ٢ شَ حتا ٤٥° ∴ ض = $\sqrt{٢}$ شَ

أحمد الشتوى

عند قطع الخيط :

إذا قطع الخيط الواصل بين الكتلتين بعد زمن قدره ن ثانية فإن كلا الكتلتين تتحرك فى الاتجاه السابق نفسه قبل قطع الخيط و يكون :

(١) الكتلة ($ك_١$) تتحرك لأسفل بسرعة ابتدائية ع (هى نفس السرعة لحظة قطع الخيط) و تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية

(٢) الكتلة ($ك_٢$) تتحرك على المستوى بسرعة ابتدائية ع (هى نفس السرعة لحظة قطع الخيط)

ثانياً : المستوى الأفقى خشن

إذا كان : $م_ك$ هو معامل الاحتكاك الحركى

و حيث أن : ر = $ك_٢$ ء فإن :

معادلات الحركة :

$ك_١$ حـ = $ك_١$ ء − ش ،

$ك_٢$ حـ = ش − $م_ك$ ر

حساب عجلة حركة المجموعة و الشد فى الخيط :

و بجمع المعادلتين تنتج قيمة حـ ، و بالتعويض عن قيمة حـ فى أى من المعادلتين تنتج قيمة ش

عند قطع الخيط :

إذا قطع الخيط الواصل بين الكتلتين بعد زمن قدره ن ثانية فإن كلا الكتلتين تتحرك فى الاتجاه السابق نفسه قبل قطع الخيط و يكون :

(١) الكتلة ($ك_١$) تتحرك لأسفل بسرعة ابتدائية ع (هى نفس السرعة لحظة قطع الخيط) و تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية

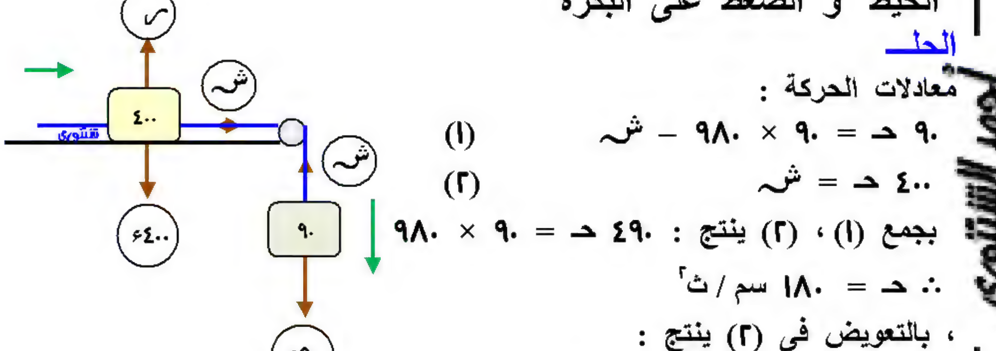
(٢) الكتلة ($ك_٢$) تتحرك على المستوى بسرعة ابتدائية ع (هى نفس السرعة لحظة قطع الخيط) و بتقصير منتظم إلى أن تسكن

و تستنتج عجلة الحركة التقصيرية من معادلة الحركة :

$ك_٢$ حـَ = − $م_ك$ ر

إجابة حاول أن تحل (٥) صفحة ٢٠٠

جسم كتلته ٤٠٠ جم موضوع على مستوى نضد أملس ثم وصل بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء عند حافة النضد و حمل فى طرفه جسماً آخر كتلته ٩٠ جم يتدلى رأسياً ، أوجد العجلة المشتركة و الشد فى الخيط و الضغط على البكرة



الحل

معادلات الحركة :

٩٠ حـ = ٩٠ × ٩٨٠ − ش　　(١)

٤٠٠ حـ = ش　　(٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٤٩٠ حـ = ٩٠ × ٩٨٠

∴ حـ = ١٨٠ سم / ث²

، بالتعويض فى (٢) ينتج :

ش = ٤٠٠ × ١٨٠ = ٧٢٠٠٠ داين

∴ ض = ش $\sqrt{٢}$ = ٧٢٠٠٠ $\sqrt{٢}$ داين

إجابة حاول أن تحل (٦) صفحة ٢٠١

وضع جسم كتلته ٦٣ جم على نضد أفقى خشن و ربط بخيط أفقى يمر على بكرة صغير ملساء مثبتة عند حافة النضد و ربط فى الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٣٥ جم على ارتفاع ٢٨٠ سم من سطح الأرض فإذا كان معامل الاحتكاك الديناميكى بين الجسم و المستوى يساوى $\frac{١}{٣}$ فأوجد السرعة التى تصل بها الكتلة ٣٥ جم إلى سطح الأرض و المسافة التى تتحركها الكتلة ٦٣ جم حتى تسكن

الحل

م = ٦٣ × ٩٨٠ داين ، م$_ك$ = $\frac{١}{٣}$

معادلات الحركة :

٣٥ حـ = ٣٥ × ٩٨٠ − ش   (١)

٦٣ حـ = ش − م$_ك$ م

∴ ٦٣ حـ = ش − $\frac{١}{٣}$ × ٦٣ × ٩٨٠

∴ ٦٣ حـ = ش − ٢١ × ٩٨٠   (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٩٨ حـ = ٥٦ × ٩٨٠

∴ حـ = ٥٦٠ سم / ث^٢

بالنسبة للكتلة ٣٥ جم :

∵ ع^٢ = ع$_٠^٢$ + ٢ حـ ف   ∴ ع^٢ = ٠ + ٢ × ٥٦٠ × ٢٨٠

∴ ع = ٢٨٠ سم / ث   " سرعتها عند سطح الأرض "

بالنسبة للكتلة ٦٣ جم :

معادلة الحركة هى : ٦٣ حـ$'$ = − م$_ك$ م   ∴ ٦٣ حـ = − $\frac{١}{٣}$ × ٦٣ × ٩٨٠

∴ حـ$'$ = − $\frac{١}{٣}$ × ٩٨٠ سم / ث^٢ ، ع$_٠$ = ٢٨٠ سم / ث

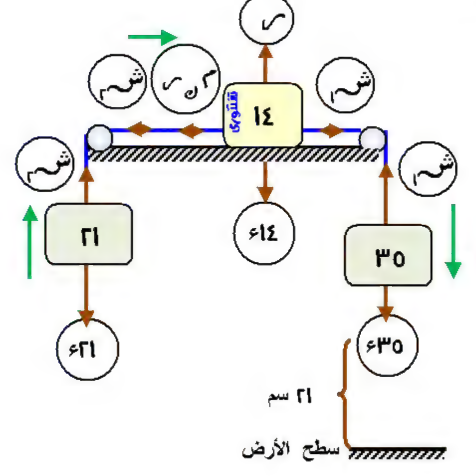
∵ ع^٢ = ع$_٠^٢$ + ٢ حـ ف   ∴ ٠ = (٢٨٠)^٢ + ٢ × (− $\frac{١}{٣}$ × ٩٨٠) ف

∴ ف = ١٢٠ سم   " المسافة التى تحركتها على النضد حتى تسكن "

إجابة حاول أن تحل (٧) صفحة ٢٠٣

وضع جسم كتلته ١٤ كجم موضوع على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك بينهما $\frac{١}{٧}$ ، ربط من جهتيه بخيطين خفيفين يمر أحدهما على بكرة ملساء عند حافة المستوى و يتدلى منه رأسياً جسم كتلته ٣٥ كجم و يمر الخيط الثانى على بكرة ملساء أخرى عند حافة المستوى المقابلة و يتدلى منه رأسياً جسم كتلته ٢١ كجم بحيث كانت البكرتان و الجسم بينهما على استقامة واحدة فإذا تحركت المجموعة من سكون و جميع اجزاء الخيط مشدودة عندما كانت الكتلة ٣٥ كجم على مسافة ٢١ سم من سطح الأرض فأوجد سرعتها عندما تصطدم بالأرض

الحل



م = ١٤ × ٩٨٠ داين ، م$_ك$ = $\frac{١}{٧}$

∵ الكتلة ٣٥ جم أكبر من الكتلة ٢١ جم

∴ الكتلة الموضوعة على النضد تتحرك

الكتلة ٣٥ جم

معادلات الحركة :

٣٥ حـ = ٣٥ × ٩٨٠ − ش$_١$ (١)

١٤ حـ = ش$_١$ − ش$_٢$ − م$_ك$ م

∴ ١٤ حـ = ش$_١$ − ش$_٢$ − $\frac{١}{٧}$ × ١٤ × ٩٨٠

∴ ١٤ حـ = ش$_١$ − ش$_٢$ − ٢ × ٩٨٠   (٢)

٢١ حـ = ش$_٢$ − ٢١ × ٩٨٠   (٣)   بجمع المعادلات الثلاث ينتج :

٧٠ حـ = ١٢ × ٩٨٠   ∴ حـ = ١٦٨ م / ث^٢

عندما تصل الكتلة ٣٥ جم إلى سطح الأرض :

∵ ع^٢ = ع$_٠^٢$ + ٢ حـ ف   ∴ ع^٢ = ٠ + ٢ × ١٦٨ × ٢١

∴ ع = ٨٤ م / ث   " سرعة اصطدام الكتلة ٣٥ جم بالأرض "

حركة مجموعة مكونة من جسمين مربوطين بخيط يمر على بكرة ملساء أحدهما على مستوى مائل و الآخر يتدلى رأسياً :

إذا ربط جسمان كتلتاهما ك$_{1}$ ، ك$_{2}$ فى طرفى خيط خفيف غير مرن يمر على بكرة صغيرة ملساء بحيث كان الجسم ك$_{2}$ موضوع على مستوى مائل يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ و الجسم ك$_{1}$ يتدلى رأسياً

فإذا كان : ك$_{1}$ > ك$_{2}$ فإن :

الجسم الموضوع على المستوى يتحرك لأعلى المستوى و تكون :

معادلات الحركة :

ك$_{1}$ جـ = ك$_{1}$ ء − شـ ، ك$_{2}$ جـ = شـ − ك$_{2}$ ء حا θ

ملاحظة :

رد فعل المستوى المائل : ر = ك$_{2}$ ء حتا θ

حساب عجلة حركة المجموعة و الشد فى الخيط :

و بجمع المعادلتين تنتج قيمة جـ ، و بالتعويض عن قيمة جـ فى أى من المعادلتين تنتج قيمة شـ

ملاحظة :

رد فعل المستوى الأفقى : ر = ك$_{1}$ ء

الضغط على البكرة :

عند تعليق الكتلتين من طرفى الخيط المار على البكرة يصبح الخيط مشدوداً و نتيجة لذلك تتولد قوة ضغط على محور البكرة تساوى محصلة القوتين

، ∵ القوتان متساويتان فى المقدار و كل منهما تساوى شـ

و بينهما زاوية قياسها ى = $٩٠^\circ - \theta$

∴ ض تنصف الزاوية المحصورة بينهما أى أنها تميل بزاوية قياسها $٤٥^\circ - \frac{١}{٢}\theta$ ∴ ض = ٢ شـ حتا $\frac{١}{٢}$ ى

∴ ض = ٢ شـ حتا ($٤٥^\circ - \frac{١}{٢}\theta$) = $\sqrt{٢ + ٢ \text{ حا } \theta}$ شـ

عند قطع الخيط :

إذا قطع الخيط الواصل بين الكتلتين بعد زمن قدره ں ثانية فإن كلا الكتلتين تتحرك فى الاتجاه السابق نفسه قبل قطع الخيط و يكون :

(١) الكتلة (ك$_{1}$) تتحرك لأسفل بسرعة ابتدائية ع (هى نفس السرعة لحظة قطع الخيط) و تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية

(٢) الكتلة (ك$_{2}$) تتحرك على المستوى المائل فى نفس اتجاه حركتها بسرعة ابتدائية ع (هى نفس السرعة لحظة قطع الخيط) و بعجلة تقصيرية حتى تسكن لحظياً ثم تغير اتجاه حركتها

المسافة الرأسية بين الكتلتين :

إذا بدأت المجموعة حركتها و كانت ك$_{1}$ ، ك$_{2}$ فى مستوى أفقى واحد و قطعت المجموعة مسافة ف وحدة طول

فإن المسافة الرأسية بين الكتلتين = ف (١ + حا θ)

حيث : θ زاوية ميل المستوى على الأفقى

ملاحظات :

(١) إذا كان المستوى خشناً تظهر قوة الاحتكاك الحركى (م$_{ك}$ ر) فى اتجاه الحركة و تتغير معادلات الحركة تبعاً لذلك

(٢) لتحديد اتجاه الحركة نقارن بين : ك$_{1}$ ، ك$_{2}$ حا θ

و هناك ثلاث حالات هى :

١) ك١ > ك٢ حا θ ∴ حـ > ٠ ،
الكتلة ك١ تتحرك رأسياً لأسفل ، ك٢ تتحرك لأعلى المستوى

٢) ك١ < ك٢ حا θ ∴ حـ < ٠ ،
الكتلة ك١ تتحرك رأسياً لأعلى ، ك٢ تتحرك لأسفل المستوى

٣) ك١ = ك٢ حا θ ∴ حـ = ٠ ،
تتحرك الكتلتان حركة منتظمة أو تظل ساكنة

إجابة حاول أن تحل (٨) صفحة ٢٠٥

مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٢/٣ وضع عليه جسم كتلته ٢١٠ جم و ربط بخيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء عند قمة المستوى ، و يحمل فى طرفه كفة ميزان كتلتها ٧٠ جم و عليها جسم كتلته ٢١٠ جم ، إذا بدأت المجموعة حركتها من السكون فأوجد الشد فى الخيط و الضغط على الكفة مقدرين بوحدة ثقل جرام ، و إذا أبعد الجسم من الكفة بعد ٧ ثوانٍ من بدء الحركة فأثبت أن المجموعة تسكن لحظياً بعد مضى ٨ ثوانٍ أخرى

الحل

∵ ٢١٠ ء حا θ = ٢١٠ ء × ٢/٣ = ١٤٠ ء

∴ ٢٨٠ ء > ٢١٠ ء حا θ

∴ الكتلة على المستوى تتحرك لأعلى

معادلات الحركة هى :

٢٨٠ حـ = ٢٨٠ × ٩٨٠ − شـ (١)

٢١٠ حـ = شـ − ٢١٠ × ٩٨٠ حا θ

∴ ٢١٠ حـ = شـ − ٢١٠ × ٩٨٠ × ٢/٣

∴ ٢١٠ حـ = شـ − ١٤٠ × ٩٨٠ (٢) بجمع (١) ، (٢) ينتج :

٤٩٠ حـ = ٧٠ × ٩٨٠ ∴ حـ = ٢٨٠ سم / ث٢

، بالتعويض فى (٢) ينتج : ٢١٠ × ٢٨٠ = شـ − ١٤٠ × ٩٨٠

∴ شـ = ٢١٠ × ٢٨٠ + ١٤٠ × ٩٨٠ = ١٩٦٠٠٠ داين

= ١٩٦٠٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٢٠٠ ث جم

بالنسبة للكتلة على الكفة : ٢١٠ حـ = ٢١٠ × ٩٨٠ − ر′

∴ ٢١٠ × ٢٨٠ = ٢١٠ × ٩٨٠ − ر′

∴ ر′ = ٢١٠ × ٩٨٠ − ٢١٠ × ٢٨٠ = ١٤٧٠٠٠ داين

∴ ض (الضغط على الكفة) = ١٤٧٠٠ داين

= ١٤٧٠٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٥٠ ث جم

عند ابعاد الجسم من الكفة :

بعد ٧ ث : ∵ ع = ع٠ + حـ ن

∴ ع = ٠ + ٢٨٠ × ٧ = ١٩٦٠ سم / ث

و هى السرعة الابتدائية للمجموعة بعد ابعاد الجسم من الكفة ،

و معادلات الحركة للمجموعة هى :

٧٠ حـ′ = ٧٠ × ٩٨٠ − شـ′ (٣)

٢١٠ حـ′ = شـ′ − ٢١٠ × ٩٨٠ حا θ

∴ ٢١٠ حـ′ = شـ′ − ٢١٠ × ٩٨٠ × ٢/٣

∴ ٢١٠ حـ′ = شـ′ − ١٤٠ × ٩٨٠ (٤) بجمع (٣) ، (٤) ينتج :

٢٨٠ حـ′ = − ٢١٠ × ٩٨٠ ∴ حـ′ = − ٢٤٥ سم / ث٢

و عندما تسكن المجموعة لحظياً : ∵ ع = ع٠ + حـ ن

∴ ٠ = ١٩٦٠ + (− ٢٤٥) × ن و منها : ن = ٨ ث

أى أن : المجموعة تسكن لحظياً بعد ٨ ث بعد ابعاد الجسم من الكفة

إجابة حاول أن تحل (٩) صفحة ٢٠٦

جسم كتلته كيلو جرام واحد موضوع على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ حيث حا θ = ٤/٥ و مربوط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء فى قمة المستوى حيث يتدلى من الطرف الآخر للخيط كفة ميزان كتلتها ٢٤٠ جم موضوع بها كتلة مقدارها ١٠٠ جم فإذا كان معامل الاحتكاك بين الجسم و المستوى يساوى ١/٣ ، و تركت المجموعة للحركة من سكون و الخيط منطبق على خط أكبر ميل للمستوى فأوجد ضغط الكتلة على الكفة ، و إذا وضعت بالكفة كتلة أخرى مقدارها ١٠٠ جم بعد ثانية واحدة من بدء الحركة فأوجد الضغط على الكفة عندئذ و المسافة التى تحركتها المجموعة فى الثوانى التالية

الحل



∵ ١ ء حا θ = ١ ء × ٤/٥ = ٠,٨ ء

∴ ٠,٥ ء < ١ ء حا θ

∴ الكتلة على المستوى تتحرك لأسفل

، ر = ١ × ٩,٨ حتا θ

= ١ × ٩,٨ × ٣/٥ = ٥,٨٨ نيوتن

معادلات الحركة هى :

٠,٥ جـ = شـ − ٠,٥ × ٩,٨ (١)

١ جـ = ١ × ٩,٨ حا θ − شـ − م ك ر

∴ ١ جـ = ١ × ٩,٨ × ٤/٥ − شـ − ١/٣ × ٥,٨٨

∴ ١ جـ = ٧,٨٤ − شـ − ١,٩٦ (٢) بجمع (١) ، (٢) ينتج :

١,٥ جـ = ٩,٨ ∴ جـ = ٤٩/٧٥ م / ث²

بالنسبة للكتلة على الكفة : ٠,١ جـ = ر′ − ٠,١ × ٩,٨

∴ ١/١٠ × ٤٩/٧٥ = ر′ − ١/١٠ × ٩٨/١٠

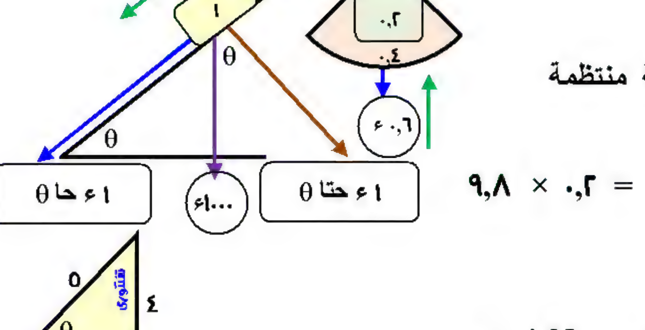
∴ ر′ = ١/١٠ × ٩٨/١٠ + ١/١٠ × ٤٩/٧٥ = ٣٩٢/٣٧٥ نيوتن

∴ ض (الضغط على الكفة) = ٣٩٢/٣٧٥ نيوتن

بعد ١ ث : ∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ع = ٠ + ٤٩/٧٥ × ١ = ٤٩/٧٥ م / ث

و هى السرعة الابتدائية بعد ابعاد الجسم للمجموعة بعد ١ ث بعد إضافة الكتلة الأخرى



∵ ١ ء حا θ = ١ ء × ٤/٥ = ٠,٨ ء

∴ ٠,٨ ء = ١ ء حا θ

∴ جـ′ = صفر

∴ المجموعة تتحرك بسرعة منتظمة

= ٤٩/٧٥ م / ث

و يكون الضغط على الكفة = ٠,٢ × ٩,٨

= ١,٩٦ نيوتن

و بعد ٣ ثوانٍ أخرى :

ف = ٤٩/٧٥ × ٣ = ٤٩/٢٥ م = ١,٩٦ م

ملاحظة :

يمكن اثبات أن " جـ′ = صفر " من معادلات الحركة :

٠,٦ جـ′ = شـ′ − ٠,٦ × ٩,٨ (٣)

١ جـ′ = = ٧,٨٤ − شـ′ − ١,٩٦ (٤)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : جـ′ = صفر

حل تمارين (٢ – ٧) صفحة ٢٠٦ بالكتاب المدرسى

أكمل ما يأتى :

(١) جسمان كتلة كل منهما ٣ كجم مربوطان فى طرفى خيط خفيف غيلا مرن يمر على بكرة صغيرة ملساء ، إذا أكتسبت المجموعة سرعة قدرها ٢ م / ث فإن :



(أ) عجلة الحركة جـ = ... م / ث^2

(ب) الشد فى الخيط = ... ث كجم

(جـ) المسافة التى قطعتها إحدى الكتلتين خلال ثانية واحدة من بدء الحركة = ... متراً

(٢) فى الشكل المقابل :

إذا تحركت المجموعة من السكون فإن :

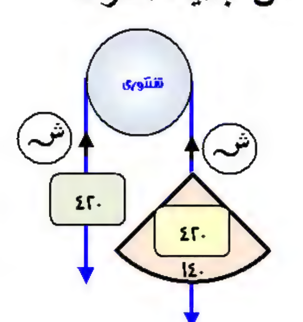
(أ) عجلة الحركة جـ = ... م / ث^2

(ب) سرعة المجموعة بعد ٢ ث = ... م / ث

(جـ) إذا أنفصلت الكتلة ٢ ك عن المجموعة بعد ٢ ثانية فإن المجموعة تتحرك بعد ذلك بعجلة = ...

(ء) المسافة التى قطعتها الكتلة ك فى ٥ ثوان من بداية الحركة = ... م

(٣) كتلتان مقدار كل منهما ٤٢٠ جم إحداهما موضوعة فى كفة ميزان كتلتها ١٤٠ جم و تحركت المجموعة من السكون فإن :



(أ) عجلة الحركة جـ = ... سم / ث^2

(ب) الشد فى الخيط = ... ث جم

(جـ) الضغط على محور البكرة = ... ث جم

(ء) الضغط على كفة الميزان = ... ث جم

(٤) فى الشكل المقابل :

جسمان كتلتاهما ك ، ٢ ك مربوطان فى طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء و تحركت المجموعة من السكون عندما كان الجسمان فى مستوى أفقى واحد



(أ) عجلة الحركة جـ = ... م / ث^2

(ب) الضغط على البكرة = ... ث كجم



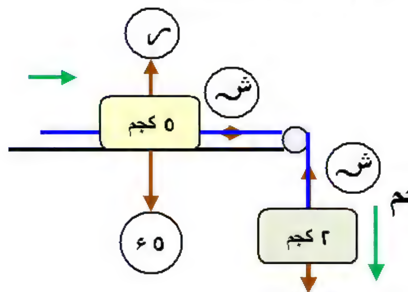
(جـ) سرعة المجموعة بعد $\frac{3}{2}$ ثانية من بدء الحركة = ... م / ث

(ء) المسافة الرأسية بين الجسمين بعد $\frac{3}{2}$ ثانية من بدء الحركة = ... متر

(هـ) إذا قطع الخيط بعد $\frac{3}{2}$ ثانية من بدء الحركة فإن الكتلة ك تصل إلى السكون اللحظى بعد زمن قدره .... ثانية

(و) إذا كانت المسافة بين الجسمين بعد زمن ن ثانية بعد قطع الخيط أصبحت ١٢,٢٥ متراً فإن : ن = ... ثانية

(٥) فى الشكل المقابل :



(أ) جـ = ... م / ث^2

(ب) ش = ... ث كجم

(جـ) الضغط على البكرة = ... ث كجم

(ء) المسافة المقطوعة بعد ٢ ث = ... متر

(هـ) سرعة المجموعة بعد ٢ ث = ... م / ث

(٦) فى الشكل المقابل :

(أ) حـ = ... م / ث²

(ب) شـ = ... ث كجم

(حـ) الضغط على البكرة = ... ث كجم

(ء) المسافة المقطوعة بعد ٢ ث



الحـل

(١) ∵ الكتلتين متساويتين ∴ المجموعة لن تتحرك

(أ) عجلة الحركة = صفر

(ب) شـ الشد فى الخيط = ٣ ث كجم

(حـ) عندما تكتسب المجموعة سرعة قدرها ٢ م / ث

∴ المجموعة تتحرك بسرعة منتظمة قدرها ٢ م / ث

∴ بعد ١ ث يكون : ف = ع × ن = ٢ × ١ = ٢ م

(٢) معادلات الحركة هى :

٣ ك حـ = ٣ ك × ٩,٨ − شـ　　(١)

ك حـ = شـ − ك × ٩,٨　　(٢)

(أ) بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٤ ك حـ = ٢ ك × ٩,٨

∴ حـ = ٤,٩ م / ث²

(ب) ∵ ع = ع. + حـ ن

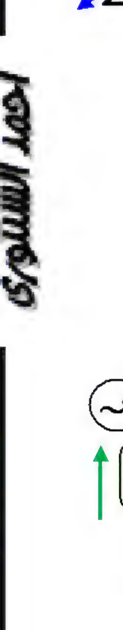
∴ ع = ٠ + ٤,٩ × ٢ = ٩,٨ م / ث

(حـ) عند إنفصال الكتلة ٢ ك بعد ٢ ث تصبح

الكتلتين متساويتين ∴ حـ = صفر

(ء) بعد ٢ ث من بدء الحركة : ∵ ف = ع. ن + ½ حـ ن²

∴ ف١ = ٠ + ½ × ٤,٩ × ٤ = ٩,٨ م



بعد ٢ ث : المجموعة تتحرك بسرعة منتظمة = ٩,٨ م / ث

∴ بعد ٣ ث من بدء الحركة يكون :

ف٢ = ع × ن = ٣ × ٩,٨ = ٢٩,٤ م

∴ بعد ٨ ث من بدء الحركة يكون :

ف = ف١ + ف٢ = ٩,٨ + ٢٩,٤ = ٣٩,٢ م

(٣) معادلات الحركة هى :

٥٦٠ حـ = ٥٦٠ × ٩٨٠ − شـ　　(١)

٤٢٠ حـ = شـ − ٤٢٠ × ٩٨٠　　(٢)

(أ) بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٩٨٠ حـ = ١٤٠ × ٩٨٠

∴ حـ = ١٤٠ سم / ث²

(ب) بالتعويض فى (٢) ينتج :

٤٢٠ × ١٤٠ = شـ − ٤٢٠ × ٩٨٠

∴ شـ = ٤٢٠ × ١٤٠ + ٤٢٠ × ٩٨٠

= ٤٧٠٤٠٠ داين = ٤٧٠٤٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٤٨٠ ث جم

(حـ) الضغط على محور البكرة : ض = ٢ شـ = ٢ × ٤٨٠ = ٩٦٠ ث جم

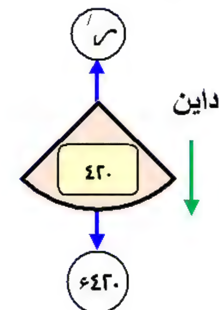
(ء) بالنسبة للكتلة على الكفة :

∵ ٤٢٠ حـ = ٤٢٠ × ٩٨٠ − ر'

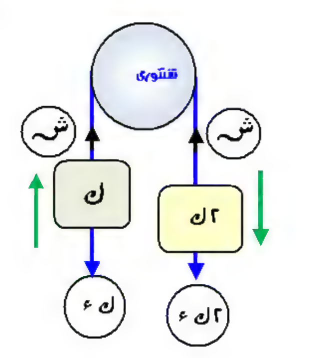
∴ ر' = ٤٢٠ × ٩٨٠ − ٤٢٠ × ١٤٠ = ٣٥٢٨٠٠ داين

∴ ض (الضغط على الكفة) = ٣٥٢٨٠٠ داين

= ٣٥٢٨٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٣٦٠ ث جم



(٤) معادلات الحركة هى :



٢ ك حـ = ٢ ك ء − ش   (١)

ك حـ = ش − ك ء   (٢)

(أ) بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٣ ك حـ = ك ء

∴ حـ = $\frac{١}{٣}$ ء م/ث^{٢} = $\frac{١}{٣}$ × ٩,٨ م/ث^{٢}

(ب) بالتعويض فى (٢) ينتج :

ك × $\frac{١}{٣}$ ء = ش − ك ء

∴ ش = $\frac{١}{٣}$ ك ء + ك ء = $\frac{٤}{٣}$ ك ء نيوتن

= $\frac{٤}{٣}$ ك ء ÷ ء = $\frac{٤}{٣}$ ك ث كجم

∴ ض = ٢ ش = ٢ × $\frac{٤}{٣}$ ك = $\frac{٨}{٣}$ ك ث كجم

(حـ) بعد $\frac{٣}{٢}$ ث : ∵ ع = ع. + حـ ن

∴ ع = ٠ + $\frac{١}{٣}$ × ٩,٨ × $\frac{٣}{٢}$ = ٤,٩ م/ث

(ء) بعد $\frac{٣}{٢}$ ث : ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن^{٢}

∴ ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٣}$ × ٩,٨ × ($\frac{٣}{٢}$)^{٢} = ٣,٦٧٥ م

∴ المسافة الرأسية بين الجسمين = ٢ × ٣,٦٧٥ م = ٧,٣٥ م

(هـ) بعد قطع الخيط فإن الكتلة ك تتحرك لأعلى بسرعة إبتدائية ٤,٩ م/ث تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية حتى تصل للسكون اللحظى

، ∵ ع = ع. − ء ن   ∴ ٠ = ٤,٩ − ٩,٨ ن   ∴ ن = $\frac{١}{٢}$ ث

(و) عند قطع الخيط بعد زمن ن ثانية :

تصعد الكتلة ٢ ك رأسياً لأعلى ، و تهبط الكتلة ٢ ك رأسياً لأسفل كلاهما تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية ، و بسرعة ابتدائية ٤,٩ م/ث

بالنسبة للكتلة ٢ ك : ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ء ن^{٢}

∴ ف$_{١}$ = ٤,٩ ن + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ ن^{٢}

بالنسبة للكتلة ك : ∵ ف = ع. ن − $\frac{١}{٢}$ ء ن^{٢}

∴ ف$_{٢}$ = ٤,٩ ن − $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ ن^{٢}

، بعد ن ث : ف$_{١}$ + ف$_{٢}$ = ١٢,٢٥ م

∴ ٤,٩ ن + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ ن^{٢} + ٤,٩ ن − $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ ن^{٢} = ١٢,٢٥

∴ ٩,٨ ن = ١٢,٢٥   و منها : ن = ١,٢٥ ث

(٥) معادلات الحركة هى :



٢ حـ = ٢ ء − ش   (١)



٥ حـ = ش   (٢)

(أ) بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٧ حـ = ٢ ء

∴ حـ = $\frac{٢}{٧}$ ء م/ث^{٢}



= ٢,٨ م/ث^{٢}



(ب) بالتعويض فى (٢) ينتج :

ش = ٥ × $\frac{٢}{٧}$ ء = $\frac{١٠}{٧}$ ء نيوتن = $\frac{١٠}{٧}$ ء ÷ ء = $\frac{١٠}{٧}$ ث كجم

(حـ) ض = $\sqrt{٢}$ ش = $\sqrt{٢}$ × $\frac{١٠}{٧}$ = $\frac{١٠}{٧}$ $\sqrt{٢}$ ث كجم

(ء) بعد ٢ ث : ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن^{٢}

∴ ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٢,٨ × (٢)^{٢} = ٥,٦ م

(هـ) بعد ٢ ث : ∵ ع = ع. + حـ ن

∴ ع = ٠ + ٢,٨ × ٢ = ٥,٦ م/ث

(٦) معادلات الحركة هى :

٤ جـ = ٤ × ٩,٨ − ش (١)

٣ جـ = ش − ٣ × ٩,٨ حا ٣٠°

∴ ٣ جـ = ش − ٣ × ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$

∴ ٣ جـ = ش − ٣ × ٤,٩ (٢)

(أ) بجمع (١) ، (٢) ينتج :

٧ جـ = ٤ × ٩,٨ − ٣ × ٤,٩

∴ ٧ جـ = ٢٤,٥ ∴ جـ = ٣,٥ م / ث²

(ب) بالتعويض فى (٢) ينتج : ٣ × ٣,٥ = ش − ٣ × ٤,٩

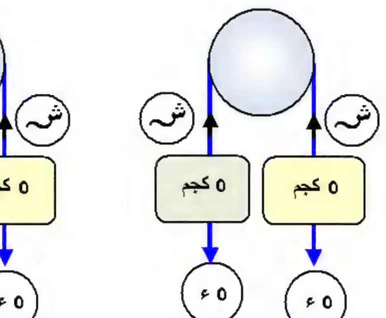
∴ ش = ١٠,٥ + ١٤,٧ = ٢٥,٢ نيوتن

(جـ) ض = ٢ ش حتا $\frac{١}{٢}$ ى = ٢ × ٢٥,٢ × حتا ٣٠°

= ٥٠,٤ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = ٢٥,٢ $\sqrt{٣}$ نيوتن

(٧) فى كل من الأشكال الآتية أوجد :

شكل (١) شكل (٢) شكل (٣)



(أ) عجلة الحركة (ب) ش الشد فى الخيط (جـ) الضغط على البكرة

الحل

فى شكل (١) : معادلات الحركة هى :

٩٠٠ جـ = ٩٠٠ × ٩٨٠ − ش (١)

٥٠٠ جـ = ش − ٥٠٠ × ٩٨٠ (٢)

(أ) بجمع (١) ، (٢) ينتج :

١٤٠٠ جـ = ٤٠٠ × ٩٨٠ ∴ جـ = ٢٨٠ سم / ث²

(ب) بالتعويض فى (٢) ينتج :

٥٠٠ × ٢٨٠ = ش − ٥٠٠ × ٩٨٠

∴ ش = ١٤٠٠٠٠ + ٤٩٠٠٠٠ = ٦٣٠٠٠٠ داين

(جـ) ض = ٢ ش = ٢ × ٦٣٠٠٠٠ = ١٢٦٠٠٠٠ داين

فى شكل (٢) :

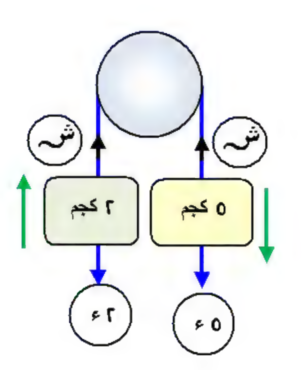
∵ الكتلتين متساويتين ∴ المجموعة لن تتحرك

(أ) عجلة الحركة = صفر

(ب) ش الشد فى الخيط = ٥ ث كجم

(جـ) ض = ٢ ش = ٢ × ٥ = ١٠ ث كجم

فى شكل (٣) : معادلات الحركة هى :



٥ جـ = ٥ × ٩,٨ − ش (١)

٢ جـ = ش − ٢ × ٩,٨ (٢)

(أ) بجمع (١) ، (٢) ينتج :

٧ جـ = ٣ × ٩,٨ ∴ جـ = ٤,٢ م / ث²

(ب) بالتعويض فى (٢) ينتج :

٢ × ٤,٢ = ش − ٢ × ٩,٨

∴ ش = ٨,٤ + ١٩,٦ = ٢٨ نيوتن

(جـ) ض = ٢ ش = ٢ × ٢٨ = ٥٦ نيوتن

(٨) ربط جسمان كتلتاهما ٥ كجم ، ٣ كجم فى نهايتى خيط خفيف يمر فوق بكرة صغيرة ملساء و حفظت المجموعة فى حالة اتزان و جزءا الخيط رأسيان إذا تركت المجموعة لتتحرك فأوجد مقدار عجلتها ، و الضغط على البكرة ، عين كذلك سرعة الجسم الذى كتلته ٥ كجم عندما يكون قد هبط ٤٠ سم

الحل

معادلات الحركة :

٥ جـ = ٥ × ٩,٨ – شـ (١)

٣ جـ = شـ – ٣ × ٩,٨ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٨ جـ = ٢ × ٩,٨

∴ جـ = ٢,٤٥ م / ث^2

بالتعويض فى (٢) ينتج :

٣ × ٢,٤٥ = شـ – ٣ × ٩,٨

∴ شـ = ٧,٣٥ + ٢٩,٤ = ٣٦,٧٥ نيوتن

= ٣٦,٧٥ ÷ ٩,٨ = ٣,٧٥ ث كجم

عندما يهبط الجسم الذى كتلته ٥ كجم مسافة ٠,٤ م :

∵ ع^2 = ع$_0^2$ + ٢ جـ ف ∴ ع^2 = ٠ + ٢ × ٢,٤٥ × ٠,٤

∴ ع = ١,٤ م / ث

(٩) علق جسمان كتلتاهما ك$_1$ ، ك$_2$ حيث ك$_1$ > ك$_2$ فى طرفى خيط يمر على بكرة ملساء ، إذا كانت المجموعة متحركة بعجلة ١٩٦ سم / ث^2 فأوجد ك$_1$: ك$_2$

الحل

معادلات الحركة :

ك$_1$ × ١٩٦ = ك$_1$ × ٩٨٠ – شـ (١)

ك$_2$ × ١٩٦ = شـ – ك$_2$ × ٩٨٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج :

(ك$_1$ + ك$_2$) × ١٩٦ = (ك$_1$ – ك$_2$) × ٩٨٠

∴ ك$_1$ + ك$_2$ = (ك$_1$ – ك$_2$) × ٥

∴ ك$_1$ + ك$_2$ = ٥ ك$_1$ – ٥ ك$_2$

∴ ٦ ك$_2$ = ٤ ك$_1$ ∴ ٣ ك$_2$ = ٢ ك$_1$

∴ ك$_1$: ك$_2$ = ٣ : ٢

(١٠) علق جسمان كتلتاهما ٣ ك ، ك جم فى نهايتى خيط خفيف يمر على بكرة ملساء و حفظت المجموعة فى حالة اتزان و جزءا الخيط رأسيان فإذا تركت المجموعة لتتحرك من سكون عندما كانت المسافة الرأسية بين الكتلتين ١٦٠ سم و الكتلة ك أسفل الكتلة ٣ ك أوجد الزمن الذى تصبح فيه الكتلتان فى مستوى أفقى واحد

الحل

معادلات الحركة :

٣ ك جـ = ٣ ك × ٩٨٠ – شـ (١)

ك جـ = شـ – ك × ٩٨٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٤ ك جـ = ٢ ك × ٩٨٠

∴ جـ = ٤٩٠ سم / ث^2

∵ المسافة الرأسية بين الكتلتين (٢ ف) = ١٦٠ سم

∴ عندما تصبح الكتلتان فى مستوى أفقى واحد فإن :

المسافة الرأسية بين الكتلتين (ف) = ٨٠ سم

، ∵ ف = ع$_0$ ن + $\frac{1}{2}$ جـ ن^2

∴ ٨٠ = ٠ + $\frac{1}{2}$ × ٤٩٠ × ن² ∴ ن² = $\frac{49}{16}$ ∴ ن = $\frac{7}{4}$ ث

(١١) علقت كفتا ميزان كتلة كل منهما ٢١٠ جم فى طرفى خيط خفيف يمر بكرة صغيرة ملساء و يتدليان رأسياً ، وضع فى إحدى الكفتين جسم كتلته ٧٠٠ جم و فى الكفة الأخرى جسم كتلته ٨٤٠ جم أوجد عجلة الحركة للمجموعة و الضغط على الكفتين

الحل

معادلات الحركة :

١٠٥٠ جـ = ١٠٥٠ × ٩٨٠ – شـ (١)

٩١٠ جـ = شـ – ٩١٠ × ٩٨٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ١٩٦٠ جـ = ١٤٠ × ٩٨٠

∴ جـ = ٧٠ سم / ث²

بالنسبة للكفة الهابطة :

∵ ٨٤٠ جـ = ٨٤٠ × ٩٨٠ – ر/

∴ ر/ = ٨٤٠ × ٩٨٠ – ٨٤٠ × ٧٠

= ٧٦٤٤٠٠ داين

∴ ض/ = ٧٦٤٤٠٠ داين

= ٧٦٤٤٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٧٨٠ ث جم

بالنسبة للكفة الصاعدة :

∵ ٧٠٠ جـ = ر// – ٧٠٠ × ٩٨٠

∴ ر// = ٧٠٠ × ٩٨٠ + ٧٠٠ × ٧٠

= ٧٣٥٠٠٠ داين

∴ ض// = ٧٣٥٠٠٠ داين

= ٧٣٥٠٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٧٥٠ ث جم

(١٢) علق جسمان كتلتاهما ٥ ك ، ٢ ك جم فى نهايتى خيط خفيف يمر على بكرة ملساء و حفظت المجموعة فى حالة اتزان و جزءا الخيط رأسيان فإذا تركت المجموعة لتتحرك من سكون فأوجد عجلة حركة المجموعة و إذا كان الضغط على محور البكرة يساوة ١١٢ نيوتن فأوجد قيمة ك

الحل

معادلات الحركة :

٥ ك جـ = ٥ ك × ٩٨٠ – شـ (١)

٢ ك جـ = شـ – ٢ ك × ٩٨٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج :

٧ ك جـ = ٣ ك × ٩٨٠

∴ جـ = ٤٢٠ سم / ث² = ٤,٢ م / ث²

بالتعويض فى (٢) ينتج :

٢ ك × ٤,٢ = شـ – ٢ ك × ٩,٨

∴ شـ = ٨,٤ ك + ١٩,٦ ك = ٢٨ ك نيوتن

∴ ض = ٢ شـ = ٢ × ٢٨ ك = ٥٦ ك نيوتن

، ∵ ض = ١١٢ نيوتن ∴ ٥٦ ك = ١١٢ و منها : ك = ٢ كجم

(١٣) جسمان كتلتاهما ٤٢٠ ، ٥٦٠ جم مربوطان فى طرفى خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء بدأت المجموعة الحركة من السكون عندما كان الجسمان فى مستوى أفقى واحد ، و بعد مرور ثانية واحدة قطع الخيط الواصل بينهما فأحسب المسافة بين الجسمين بعد مرور ثانية أخرى من قطع الخيط

الحل

معادلات الحركة :

٥٦٠ حـ = ٥٦٠ × ٩٨٠ − ش (١)

٤٢٠ حـ = ش − ٤٢٠ × ٩٨٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٩٨٠ حـ = ١٤٠ × ٩٨٠

∴ حـ = ١٤٠ سم / ث٢

عند قطع الخيط بعد ١ ث : ∵ ع = ع. + حـ ن

∴ ع = ٠ + ١٤٠ × ١ = ١٤٠ سم / ث

و هى السرعة الإبتدائية لكلا الجسمين

، ∵ ف = ع. ن + ½ حـ ن٢

∴ ف = ٠ + ½ × ١٤٠ × (١)٢ = ٧٠ سم

∴ المسافة الرأسية بين الجسمين بعد ١ ث = ف١

= ٢ ف = ٢ × ٧٠ = ١٤٠ سم

بعد قطع الخيط بثانية أخرى :

يهبط الجسم ٥٦٠ جم رأسياً لأسفل تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية

∴ ف٢ = ع. ن + ½ ء ن٢

= ١٤٠ × ١ + ½ × ٩٨٠ × (١)٢ = ٦٣٠ سم

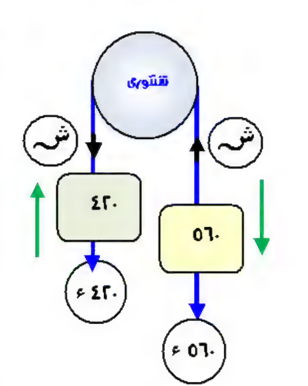
يصعد الجسم ٤٢٠ جم رأسياً لأعلى تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية

∴ ف٣ = ع. ن − ½ ء ن٢

= ١٤٠ × ١ − ½ × ٩٨٠ × (١)٢ = − ٣٥٠ سم

∴ المسافة بين الجسمين بعد مرور ثانية من قطع الخيك = ف١ + ف٢ + ف٣

= ١٤٠ + ٦٣٠ + (− ٣٥٠) = ٤٢٠ سم



(١٤) جسم كتلته ٤ كجم موضوع على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° و يتصل بخيط يمر على بكرة صغيرة ملساء عند أعلى المستوى و يتدلى من الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ك فإذا تحركت الكتلة ٤ كجم على المستوى إلى أعلى مسافة ٥٦٠ سم فى ٢ ثانية فأوجد مقدار ك علماً بأن معامل الاحتكاك الديناميكى بين الجسم و المستوى يساوى $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و أيضاً أوجد مقدار الضغط على محور البكرة

الحل

∵ الكتلة ٤ كجم تحركت على المستوى إلى أعلى مسافة ٥٦٠ سم فى ٢ ثانية

∵ ف = ع. ن + ½ حـ ن٢

∴ ٥٦٠ = ٠ + ½ حـ × (٢)٢

∴ حـ = ٢٨٠ سم / ث٢ = ٢,٨ م / ث٢

ش = ٤ × ٩,٨ × حتا ٣٠°

= ٤ × ٩,٨ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = ٢ × ٩,٨ $\sqrt{3}$

معادلات الحركة :

ك × ٢,٨ = ك × ٩,٨ − ش (١)

٤ × ٢,٨ = ش − ٤ × ٩,٨ × حا ٣٠° − مك ر

∴ ٤ × ٢,٨ = ش − ٤ × ٩,٨ × ½ − $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × ٢ × ٩,٨ $\sqrt{3}$

∴ ٤ × ٢,٨ = ش − ٢ × ٩,٨ − ٣ × ٩,٨

∴ ش = ٤ × ٢,٨ + ٢ × ٩,٨ + ٣ × ٩,٨ = ٦٠,٢ نيوتن (٢)

بالتعويض من (٢) فى (١) ينتج : ك × ٢,٨ = ك × ٩,٨ − ٦٠,٢

∴ ٩,٨ ك − ٢,٨ ك = ٦٠,٢ ∴ ٧ ك = ٦٠,٢ ∴ ك = ٨,٦ كجم

ض = ٢ ش حتا ½ ى = ٢ × ٦٠,٢ × حتا ٣٠°

= ١٢٠,٤ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = ٦٠,٢ $\sqrt{3}$ نيوتن

(١٥) جسم كتلته ٤٠٠ جم موضوع على نضد أفقي أملس ، ثم وصل بخيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة في حافة النضد و يحمل في طرفه جسماً آخر كتلته ٩٠ جم ، أوجد عجلة المجموعة و الشد في الخيط و الضغط على البكرة

الحل

راجع إجابة حاول أن تحل (٥) صفحة ٣٠

(١٦) جسمان أ ، ب كتلتاهما ٢٠٠ جم ، ٤٥ جم على الترتيب وضع الجسم أ على نضد أفقي أملس ارتفاعه ٩٠ سم و على بعد ٢٧٠ سم من حافة النضد و وصل بخيط خفيف طوله ٢٧٠ سم يمر على بكرة صغيرة مثبتة عند حافة النضد ، و وصل الجسم ب بالطرف الآخر للخيط عند حافة النضد فإذا أزيح الجسم ب بهدوء ليسقط من حافة النضد فأوجد الزمن الذي يستغرقه الجسم أ بعد ذلك ليصل إلى حافة النضد

الحل

معادلات الحركة :

٤٥ حـ = ٤٥ × ٩٨٠ − ش (١)

٢٠٠ حـ = ش (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج :

٢٤٥ حـ = ٤٥ × ٩٨٠

∴ حـ = ١٨٠ سم / $ث^2$

بالنسبة للجسم ب :

يصل الأرض بعد قطع مسافة ٩٠ سم (ارتفاع النضد)

∵ $ع^2$ = $ع_0^2$ + ٢ حـ ف ∴ $ع^2$ = ٠ + ٢ × ١٨٠ × ٩٠

∴ ع = ١٨٠ سم / ث

بالنسبة للجسم أ :

أولاً : يتحرك بعجلة المجموعة ليقطع مسافة ٩٠ سم (المسافة التي تحركها الجسم ب)

∵ ف = $ع_0$ ن + ½ حـ $ن^2$

∴ ٩٠ = ٠ + ½ × ١٨٠ $ن_1^2$ و منها : $ن_1$ = ١ ث

ثانياً : عندما يصل الجسم ب للأرض و يرتخي الخيط يتحرك بسرعة منتظمة هي السرعة التي أكتسبها الجسم ب (١٨٠ سم / ث)

و يقطع مسافة = ٢٧٠ − ٩٠ = ١٨٠ سم

∵ ف = ع ن ∴ ١٨٠ = ١٨٠ ن و منها : $ن_2$ = ١ ث

∴ الزمن الذي يستغرقه الجسم أ بعد ذلك ليصل إلى حافة النضد = $ن_1$ + $ن_2$ = ١ + ١ = ٢ ث

(١٧) وضع جسم كتلته ٢٠٠ جم على نضد أفقي خشن معامل الاحتكاك الديناميكي بينهما ½ ثم ربط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة عند حافة النضد و يتدلى من الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٢٠٠ جم على ارتفاع متر واحد من سطح الأرض ، فإذا بدأت المجموعة الحركة من سكون فأحسب :

(أ) الضغط على البكرة بالنيوتن

(ب) سرعة اصطدام الكتلة المدلاة بسطح الأرض

(حـ) المسافة التي تتحركها الكتلة الموضوعة على النضد حتى تسكن

الحل

ر = ٢٠٠ × ٩٨٠ = ١٩٦٠٠٠

معادلات الحركة :

٢٠٠ حـ = ٢٠٠ × ٩٨٠ − ش (١)

٢٠٠ حـ = شـ − مك ر

∴ ٢٠٠ حـ = شـ − $\frac{١}{٢}$ × ١٩٦٠٠٠

∴ ٢٠٠ حـ = شـ − ٩٨٠٠٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٤٠٠ حـ = ٢٠٠ × ٩٨٠ − ٩٨٠٠٠

∴ حـ = ٢٤٥ سم / ث^{٢}

بالتعويض فى (٢) ينتج : ٢٠٠ × ٢٤٥ = شـ − ٩٨٠٠٠

∴ شـ = ٢٠٠ × ٢٤٥ + ٩٨٠٠٠ = ١٤٧٠٠٠ داين

= ١٤٧٠٠٠ × ١٠$^{-٥}$ = ١,٤٧ نيوتن

(أ) الضغط على البكرة : ض = √٢ شـ = ١,٤٧ √٢ نيوتن

(ب) الكتلة المدلاة تصطدم بسطح الأرض بعد أن تقطع مسافة ١٠ سم

∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ حـ ف ∴ ع^{٢} = ٠ + ٢ × ٢٤٥ × ١٠٠

∴ ع = ٧٠ √١٠ سم / ث

(حـ) عندما تصطدم الكتلة المدلاة بسطح الأرض :

تتحرك الكتلة الموضوعة على النضد حركة تقصيرية بسرعة ابتدائية = ٧٠ √١٠ سم / ث حتى تسكن و تكون معادلة حركتها هى :

٢٠٠ حـ' = − مك ر ∴ ٢٠٠ حـ' = − $\frac{١}{٢}$ × ١٩٦٠٠٠

∴ حـ' = − ٤٩٠ سم / ث^{٢} ، ∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ حـ ف

∴ ٠ = (٧٠ √١٠)^{٢} + ٢ × (− ٤٩٠) ف

و منها : ف = ٥٠ سم

حل تمارين عامة صفحة ٢١٢ بالكتاب المدرسى

أكمل ما يأتى :

(١) جسم كتلته ٤٠ كجم يكون وزنه ....

(أ) بثقل الكيلوجرام ....

(ب) بالنيوتن ....

(٢) جسم يتحرك بسرعة قدرها ١٣٥ كم / س
فإنه يقطع فى الثانية الواحدة .... متراً

(٣) مستوى مائل طوله ٢٠٠ سم و ارتفاعه ١٥٠ سم
يكون جيب زاوية ميله على الأفقى ....

(٤) جسم كتلته ٨ أطنان يتحرك بسرعة منتظمة و كانت المقاومة التى يلاقيها لكل طن من الكتلة ٤,٥ ث كجم
فإن القوة المحركة بالنيوتن = ...

(٥) جسم كتلته ٣٥ كجم وضوع على ميزان ضغط مثبت فى أرضية مصعد يتحرك بسرعة قدرها ٤ م / ث و كانت قراءة الميزان ٣٤٣ نيوتن فإن المسافة التى يقطعها المصعد فى ٧ ثوانٍ = ... متر

(٦) ١٤٧ نيوتن = ... ث كجم

(٧) ١ ث كجم = ... نيوتن

الحل

(١) (أ) وزن الجسم = ٤٠ ث كجم

(ب) وزن الجسم = ٤٠ ÷ ٩,٨ = $\frac{٢٠٠}{٤٩}$ نيوتن

(٢) ف = ع ن = ١٣٥ × $\frac{٥}{١٨}$ × ١ = ٣٧,٥ متراً

(٣) جيب زاوية ميل المستوى على الأفقى = حا θ
$= \frac{١٥٠}{٢٠٠} = \frac{٣}{٤}$

(٤) المقاومة لكل طن (م) = ٤,٥ × ٨ = ٣٦ ث كجم
∵ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة
∴ ق = م = ٣٦ ث كجم
= ٣٦ × ٩,٨ = ٣٥٢,٨ نيوتن

(٥) ∵ ر = ٣٤٣ نيوتن
، ك ء = ٣٥ × ٩,٨ = ٣٤٣ نيوتن
∴ المصعد يتحرك بسرعة منتظمة قدرها ٤ م / ث
، ∵ ف = ع ن ∴ ف = ٤ × ٧ = ٢٨ متر
أى أن :
المسافة التى يقطعها المصعد فى ٧ ثوانٍ = ٢٨ متر

(٦) ١٤٧ نيوتن = ١٤٧ ÷ ٩,٨ = ١٥ ث كجم

(٧) ١ ث كجم = ١ × ٩,٨ = ٩,٨ نيوتن

أجب عن الأسئلة الآتية

(٨) كرة من المطاط كتلتها ٢٠٠ جم قذفت أفقياً بسرعة ٣٠ م / ث اصطدمت بحائط رأسى فارتدت بسرعة ٢٦ م / ث فأوجد التغير الحادث فى كمية حركة الكرة نتيجة للتصادم بوحدة كجم . م / ث

الحل

بفرض ى متجه وحدة فى اتجاه الكرة بعد التصادم
∴ $\overrightarrow{ع_١}$ = − ٣٠ ى ، $\overrightarrow{ع_٢}$ = ٢٦ ى
، التغير فى كمية الحركة Δ $\overrightarrow{م}$
$= \frac{٢٠٠}{١٠٠٠}$ × [٢٦ − (− ٣٠)] ى = ١١,٢ ى
∴ التغير فى كمية الحركة = ١١,٢ كجم . م / ث

(٩) سيارة كتلتها ٦ أطنان تتحرك تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع السرعة ، فإذا كانت المقاومة ٥ ث كجم لكل طن عندما كانت سرعتها ٣٦ كم / س أوجد قوة محرك السيارة إذا كانت أقصى سرعة لهذه السيارة ٤٠ م / ث

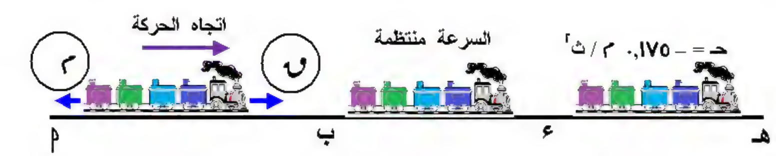
الحل

نفرض أن : المقاومة = $م_١$ = ٥ × ٦ = ٣٠٠ ث كجم
عندما تكون سرعة القطار = $ع_١$ = ٣٦ كم / س = ٣٦ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٠ م / ث
المقاومة = $م_٢$ عندما تكون سرعة القطار = $ع_٢$ = ٤٠ م / ث
∴ $ع_١^٢$ = ١٠٠ ، $ع_٢^٢$ = ١٦٠٠
تبلغ السيارة أقصى سرعة لها عندما تكون المقاومة $م_٢$ مساوية تماماً لقوة محرك السيارة فإذا كانت : $ع_٢$ أقصى سرعة للسيارة
، ∵ م ∝ $ع^٢$ ∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$ ∴ $\frac{٣٠٠}{م_٢} = \frac{١٠٠}{١٦٠٠}$
∴ $م_٢$ = ٤٨٠٠ ث كجم ∴ قوة محرك السيارة = ٤٨٠٠ ث كجم

(١٠) قطار كتلته ١٦٠ طناً بدأ من السكون من إحدى المحطات و كانت قوة المحرك تزيد بمقدار ٤ ث طن عن المقاومة الكلية لحركة القطار ، و بلغ سرعته ٤٤,١ كم / س أستمر يسير بهذه السرعة مدة من الزمن ثم ضغط الفرامل فأكسبته تقصيراً مقداره ١٧,٥ سم / $ث^٢$ ، و وقف القطار فى المحطة التالية التى تبعد ٤٩٩٨ متر عن المحطة التى تحرك منها القطار أوجد الزمن المستغرق فى قطع المسافة بين المحطتين

الحل

٦٩



المرحلة الأولى من أ إلى ب :

معادلة حركة القطار هى : ك جـ = ق − م

∴ قوة المحرك تزيد بمقدار ٤ ث طن عن المقاومة الكلية لحركة القطار

∴ ق − م = ٤ × ١٠٠٠ ث كجم = ٤ × ١٠٠٠ × ٩,٨ نيوتن

∴ ١٦٠ × ١٠٠٠ جـ = ٤ × ١٠٠٠ × ٩,٨ و منها : جـ = ٠,٢٤٥ م / ث²

، ∵ ع = ع. + جـ ن ∴ ٤٤,١ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٠ + ٠,٢٤٥ ن

∴ $ن_1$ = ٥٠ ث ، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن²

∴ $ف_1$ = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٠,٢٤٥ × (٥٠)² = ٣٠٦,٢٥ م

المرحلة الأولى من ء إلى هـ :

∵ ع = ع. + جـ ن ∴ ٠ = ٤٤,١ × $\frac{٥}{١٨}$ − ٠,١٧٥ ن

∴ $ن_2$ = ٧٠ ث ، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن²

∴ $ف_2$ = ٤٤,١ × $\frac{٥}{١٨}$ × ٧٠ + $\frac{١}{٢}$ × (−٠,١٧٥) × (٧٠)² = ٤٢٨,٧٥ م

المرحلة الأولى من ب إلى ء :

$ف_3$ = ٤٩٩٨ − ٣٠٦,٢٥ − ٤٢٨,٧٥ = ٤٢٦٣ م

، ∵ القطار يتحرك بسرعة منتظمة ، $ف_3$ = ع ن

∴ ٤٢٦٣ = ٤٤,١ × $\frac{٥}{١٨}$ ن ∴ $ن_3$ = ٣٤٨ ث

∴ الزمن المستغرق فى قطع المسافة بين المحطتين = $ن_1$ + $ن_2$ + $ن_3$

= ٥٠ + ٧٠ + ٣٤٨ = ٤٦٨ ث

(١٠) يمر خيط خفيف على بكرة صغيرة ملساء و يتدلى من أحد طرفيه جسم كتلته ٨٠٠ جم و من الطرف الآخر ميزان زنبركى كتلته ٤٠٠ جم معلق به جسم كتلته ك جم إذا تحركت المجموعة من السكون و كانت قراءة الميزان أثناء الحركة ١٦٠ ث جم فأوجد قيمة ك

الحل

∵ ش' = ١٦٠ ث جم < ٨٠٠ ث جم

∴ الكتلة ٨٠٠ جم تهبط رأسياً لأسفل و تكون :

معادلات الحركة هى :

٨٠٠ جـ = ٨٠٠ × ٩٨٠ − ش (١)

(٤٠٠ + ك) جـ = ش − (٤٠٠ + ك) × ٩٨٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج :

(١٢٠٠ + ك) جـ = (٤٠٠ + ك) × ٩٨٠

∴ ١٢٠٠ جـ + ك جـ = ٣٩٢٠٠٠ + ك × ٩٨٠ (٣)

معادلة حركة الجسم المعلق بالميزان الزنبركى هى :

ك جـ = ش' − ك × ٩٨٠

∴ ك جـ = ١٦٠ × ٩٨٠ − ك × ٩٨٠

∴ ك جـ = ١٥٦٨٠٠ − ك × ٩٨٠ (٤)

بالتعويض من (٤) فى (٣) ينتج :

١٢٠٠ جـ + ١٥٦٨٠٠ − ك × ٩٨٠ = ٣٩٢٠٠٠ + ك × ٩٨٠

∴ ١٢٠٠ جـ + ١٥٦٨٠٠ = ٣٩٢٠٠٠

١٢٠٠ جـ = ٣٩٢٠٠٠ − ١٥٦٨٠٠ ∴ جـ = ١٩٦ سم / ث²

بالتعويض فى (٣) ينتج :

١٢٠٠ × ١٩٦ + ١٩٦ × ك = ٣٩٢٠٠٠ + ك × ٩٨٠

∴ ١١٧٦ ك = ١٥٦٨٠٠ ∴ ك = ١٣٣ $\frac{١}{٣}$ جم

(١٢) جسمان كتلتاهما ١٣٠٠ ، ٦٠٠ جم موضوعان على مستوى أفقى أملس و متصلان بخيط مشدود مشدود بينهما طوله ٥٠ سم ثم ربطت الكتلة ٦٠٠ جم بخفيف آخر على استقامة الخيط الأول يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة فى حافة المستوى القريب من الكتلة الثانية و علق فى الطرف الآخر للخيط كتلة قدرها ١٠٠ جم تتدلى رأسياً
أوجد مقدار عجلة المجموعة و مقدار الشد فى كل من الخيطين ، و إذا قطع الخيط بعد مرور ٢ ثانية من بدء الحركة ، فما المسافة بين الجسمين بعد ١ ث من لحظة قطع الخيط

الحل

معادلات الحركة للمجموعة :

١٠٠ حـ = ١٠٠ × ٩٨٠ − شَ (١)

٦٠٠ حـ = شَ − شَ' (٢)

١٣٠٠ حـ = شَ' (٣)

بجمع (١) ، (٢) ، (٣) ينتج :

٢٠٠٠ حـ = ١٠٠ × ٩٨٠ ∴ حـ = ٤٩ سم / ث^2

بالتعويض فى (١) ينتج : ١٠٠ × ٤٩ = ١٠٠ × ٩٨٠ − شَ

∴ شَ = ١٠٠ × ٩٨٠ − ١٠٠ × ٤٩ = ٩٣١٠٠ داين

بالتعويض فى (٣) ينتج : شَ' = ١٣٠٠ × ٤٩ = ٦٧٢٠٠ داين

عند لحظة قطع الخيط بعد ٢ ث :

∵ ع = ع. + حـ ن ∴ ع = ٠ + ٤٩ × ٢ = ٩٨ سم / ث

بعد قطع الخيط الواصل بين الجسمين يتحرك الجسم الذى كتلته ١٣٠٠ جم على المستوى بسرعة منتظمة ٩٨ سم / ث

، ف = ع ن ∴ ف = ٩٨ × ١ = ٩٨ سم

∴ الجسم الذى كتلته ١٣٠٠ جم يتحرك على المستوى مسافة = ف$_1$ = ٩٨ سم

معادلات الحركة للجسم الذى كتلته ٦٠٠ جم ، الكتلة ١٠٠ جم :

١٠٠ حـ = ١٠٠ × ٩٨٠ − شَ (٤)

٦٠٠ حـ = شَ (٥) بجمع (٤) ، (٥) ينتج :

٧٠٠ حـ = ١٠٠ × ٩٨٠ ∴ حـ = ١٤٠ سم / ث^2

بعد قطع الخيط الواصل بين الجسمين يتحرك الجسم الذى كتلته ٦٠٠ جم على المستوى بسرعة ابتدائية ٩٨ سم / ث

، ∵ ف = ع. ن + ½ حـ ن^2

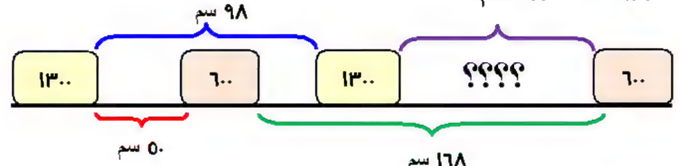
∴ ف = ٩٨ × ١ + ½ × ١٤٠ × (١)^2 = ١٦٨ سم

∴ الجسم الذى كتلته ٦٠٠ جم يتحرك على المستوى مسافة = ف$_2$ = ١٦٨ سم

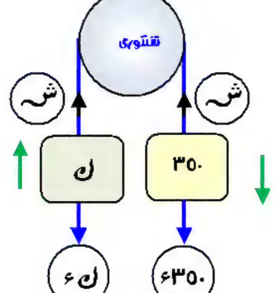
∴ المسافة بين الجسمين بعد ١ ث من لحظة قطع الخيط = ف$_2$ + ٥٠ − ف$_1$

= ١٦٨ + ٥٠ − ٩٨ = ١٢٠ سم

لاحظ الشكل المقابل



(١٣) جسمان كتلتاهما ٣٥٠ ، ك جم مربوطان فى طرفى خيط خفيف يمر على بكرة ملساء و يتدليان رأسياً ، بدأت المجموعة الحركة من سكون عندما كان الجسمان فى مستوى أفقى واحد و كان الضغط على محور البكرة ٢٠٠ ث جم أوجد ك و المسافة الرأسية بين الجسمين بعد ثانية واحدة من بدء الحركة



الحل

∵ ض = ٢ شَ = ٢٠٠ ث جم

∴ شَ = ١٠٠ ث جم

∴ ٣٥٠ ث جم > شَ

∴ الكتلة ٣٥٠ جم تهبط رأسياً لأسفل و تكون معادلات الحركة هى :

٣٥٠ حـ = ٣٥٠ × ٩٨٠ − شَ   (١)

∴ ٣٥٠ حـ = ٣٥٠ × ٩٨٠ − ١٠٠ × ٩٨٠   ∴ حـ = ٧٠٠ سم / ث٢

ك حـ = شَ − ك × ٩٨٠   (٢)

∴ ك × ٧٠٠ = ١٠٠ × ٩٨٠ − ك × ٩٨٠

∴ ١٦٨٠ك = ١٠٠ × ٩٨٠   ∴ ك = ٥٨ ١/٣ جم

بعد ١ ث :

∵ ف = ع. ن + ½ حـ ن٢

∴ ف = ٠ + ½ × ٧٠٠ × (١)٢ = ٣٥٠ سم

∴ المسافة الرأسية بين الجسمين = ٢ ف = ٢ × ٣٥٠ = ٧٠٠ سم

(١٤) علق جسمان كتلة كل منهما ك كجم من طرفى خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة رأسياً و كان جزءا الخيط يتدليان رأسياً و عند اضافة جسم كتلته ٢ كجم لأحد الجسمين أصبحت قيمة الشد فى الخيط ٨/٧ قيمته فى الحالة الأولى أوجد ك

الحل

فى الحالة الأولى :

∵ الكتلتان متساويتان   ∴ شَ′ = ك × ٩,٨

فى الحالة الثانية :

شَ = ٨/٧ شَ′ = ٨/٧ ك × ٩,٨ = ١١,٢ ك

معادلات الحركة هى :

(٢ + ك) حـ = (٢ + ك) × ١١,٢ − شَ

∴ (٢ + ك) حـ = (٢ + ك) × ٩,٨ − ١١,٢ ك   (١)

ك حـ = شَ − ك × ٩,٨   ∴ ك حـ = ١١,٢ ك − ٩,٨ ك

∴ حـ = ١١,٢ − ٩,٨   ∴ حـ = ١,٤ م / ث٢

بالتعويض فى (١) ينتج :

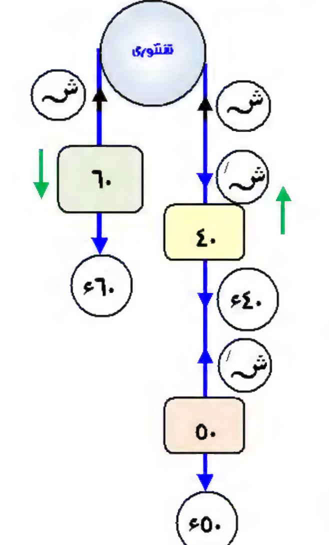
(٢ + ك) × ١,٤ = (٢ + ك) × ٩,٨ − ١١,٢ ك

∴ ٢,٨ + ١,٤ ك = ١٩,٦ + ٩,٨ ك − ١١,٢ ك

∴ ٢,٨ ك = ١٩,٦   ∴ ك = ٧ كجم

(١٥) خيط خفيف ثابت الطول يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة فى أحد طرفيه كتلة ٦٠ جم و فى الطرف الآخر جسمان كتلتاهما ٤٠ ، ٥٠ جم إذا بدأت المجموعة الحركة من سكون فأوجد عجلة الحركة و الشد فى الخيط الذى يصل بين الكتلتين ٤٠ جم ، ٥٠ جم ، و إذا أنفصل الجسم الذى كتلته ٥٠ جم بعد ثانيتين من بدء الحركة فأثبت أن المجموعة تسكن لحظياً بعد ثانيتين من لحظة الانفصال

الحل



فى الحالة الأولى :

معادلات الحركة هى :

٥٠ حـ = ٥٠ × ٩٨٠ − شَ′   (١)

٤٠ حـ = ٤٠ × ٩٨٠ + شَ′ − شَ   (٢)

٦٠ حـ = شَ − ٦٠ × ٩٨٠   (٣)

بجمع (١) ، (٢) ، (٣) ينتج :

١٥٠حـ = ٣٠ × ٩٨٠   ∴ حـ = ١٩٦ سم / ث٢

بالتعويض فى (١) ينتج :

٥٠ × ١٩٦ = ١٠٠ × ٩٨٠ − شَ′

∴ شَ′ = ٥٠ × ٩٨٠ − ٥٠ × ١٩٦ = ٣٩٢٠٠ داين

بعد ٢ ث من بدء الحركة :

∵ ع = ع. + جـ ن   ∴ ع = ٠ + ١٩٦ × ٢ = ٣٩٢ سم / ث

فى الحالة الثانية

٤٠ جـ' = ٤٠ × ٩٨٠ − ش   (١)

٦٠ جـ' = ش − ٦٠ × ٩٨٠   (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ١٠٠ جـ' = − ٢٠ × ٩٨٠

∴ جـ' = − ١٩٦ سم / ث٢

تتحرك المجموعة بسرعة ابتدائية = ٣٩٢ سم / ث

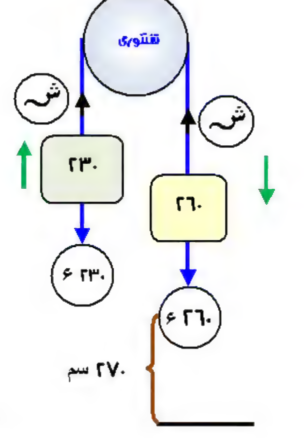
، بعد ٢ ث من لحظة الانفصال :

∵ ع = ع. + جـ ن   ∴ ع = ٣٩٢ − ١٩٦ × ٢ = صفر

أى أن : المجموعة تسكن بعد ٢ ث من لحظة الانفصال

(١٦) جسمان كتلتاهما ٢٦٠ جم ، ٢٣٠ جم مربوطان فى طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء بدأت المجموعة الحركة من سكون عندما كانت الكتلة الكبرى على ارتفاع ٢٧٠ سم من سطح الأرض ، أوجد عجلة المجموعة و الشد فى الخيط و الزمن الذى يمضى حتى تصل الكتلة الكبرى للأرض

الحل



معادلات الحركة :

٢٦٠ جـ = ٢٦٠ × ٩٨٠ − ش   (١)

٢٣٠ جـ = ش − ٢٣٠ × ٩٨٠   (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٤٩٠ جـ = ٣٠ × ٩٨٠

∴ جـ = ٦٠ سم / ث٢

بالتعويض فى (٢) ينتج :

٢٣٠ × ٦٠ = ش − ٢٣٠ × ٩٨٠

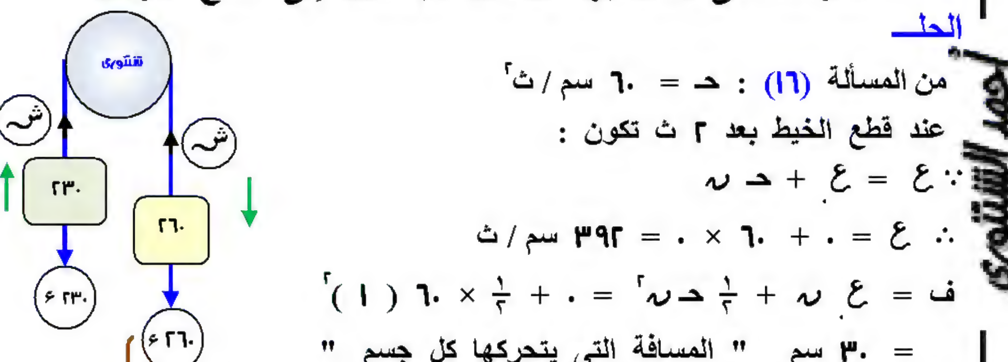
∴ ش = ٢٣٠ × ٦٠ + ٢٣٠ × ٩٨٠ = ٢٣٩٢٠٠ داين

عندما يصل الجسم الذى كتلته ٢٦٠ جم لسطح الأرض يقطع مسافة ٢٧٠ سم :

، ∵ ف = ع. ن + ½ جـ ن٢   ∴ ٢٧٠ = ٠ + ½ × ٦٠ ن٢   ∴ ن = ٣ ث

(١٧) جسمان كتلتاهما ٢٦٠ جم ، ٢٣٠ جم مربوطان فى طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء بدأت المجموعة الحركة من سكون عندما على ارتفاع ٧٠ سم من سطح الأرض فإذا بدأت المجموعة حركتها من السكون و قطع الخيط بعد ثانية واحدة من بدء الحركة فأحسب السرعة التى يصل بها كل من الجسمين إلى سطح الأرض

الحل



من المسألة (١٦) : جـ = ٦٠ سم / ث٢

عند قطع الخيط بعد ٢ ث تكون :

∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ع = ٠ + ٦٠ × ٠ = ٣٩٢ سم / ث

ف = ع. ن + ½ جـ ن٢ = ٠ + ½ × ٦٠ (١)٢

= ٣٠ سم " المسافة التى يتحركها كل جسم "

الجسم الذى كتلته ٢٦٠ جم يتحرك رأسياً لأسفل تحت تأثير عجلة الجاذبية و يقطع مسافة = ٧٠ − ٣٠ = ٤٠ سم حتى يصل لسطح الأرض

∴ ع٢ = ع.٢ + ٢ جـ ف = (٦٠)٢ + ٢ × ٩٨٠ × ٤٠ = ٨٢٠٠٠

∴ ع = ٢٠ √٢٠٥ سم / ث

الجسم الذى كتلته ٢٣٠ جم يتحرك رأسياً لأسفل تحت تأثير عجلة الجاذبية و يقطع مسافة = ٧٠ + ٣٠ = ١٠٠ سم حتى يصل لسطح الأرض

∴ ع٢ = ع.٢ + ٢ جـ ف = (٦٠)٢ + ٢ × ٩٨٠ × ١٠٠ = ١٩٩٦٠٠

∴ ع = ٢٠ √٤٩٩ سم / ث

أحمد الشنتورى

اجابة أسئلة الاختبارات الخاصة بالوحدة

الاختبار الأول

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) كمية حركة جسم كتلته ٧٠٠ جم يتحرك فى خط مستقيم مبتدئاً بسرعة مقدارها ١٥ م / ث و بعجلة منتظمة ٢,٥ م / ث^{٢} فى نفس اتجاه سرعته الابتدائية بعد مرور ١٢ ث من بدء الحركة يساوى .... كجم . م / ث

الحل

ع = ع. + جـ ن = ١٥ + ٢,٥ × ١٢ = ٤٥ م / ث

∴ ـم = ٠,٧ × ٤٥ = ٣١,٥ كجم . م / ث

(٢) جسم كتلته الوحدة يتحرك تحت تأثير القوة $\overleftarrow{ق}$ = (أ + ٣) $\overleftarrow{س}$ + ب $\overleftarrow{ص}$ فإذا كان متجه إزاحته $\overleftarrow{ف}$ = ن^{٢} $\overleftarrow{س}$ + ½ ن^{٢} $\overleftarrow{ص}$ فإن : أ = ... ، ب = ...

الحل

∵ $\overleftarrow{ف}$ = ن^{٣} $\overleftarrow{س}$ + ½ ن^{٢} $\overleftarrow{ص}$ ∴ $\overleftarrow{ع}$ = ٢ ن $\overleftarrow{س}$ + ن $\overleftarrow{ص}$

∴ $\overleftarrow{جـ}$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ + $\overleftarrow{ص}$ ، ∵ $\overleftarrow{ق}$ = ك $\overleftarrow{جـ}$

∴ (أ + ٣) $\overleftarrow{س}$ + ب $\overleftarrow{ص}$ = ١ × (٢ $\overleftarrow{س}$ + $\overleftarrow{ص}$)

و منها : أ + ٣ = ٢ ∴ أ = − ١ ، ب = ١

(٣) إذا وقف طفل كتلته ٥٠ كجم على ميزان ضغط فى داخل مصعد متحرك لأسفل بعجلة مقدارها ١,٤ م / ث^{٢} فإن قراءة الميزان = ... ث كجم

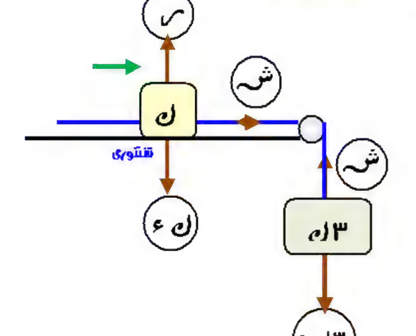
الحل

∵ المصعد يتحرك لأسفل

∴ ر = ك (ء − جـ) = ٣٥ × (٩,٨ − ١,٤) = ٢٩٤ نيوتن

= ٢٩٤ ÷ ٩,٨ = ٣٠ ث كجم

(٦) فى الشكل المقابل : البكرة صغيرة ملساء و المستوى أملس فإذا تحركت المجموعة من السكون فإن مقدار عجلة حركة المجوعة .... م / ث^{٢}



الحل

∵ المستوى أفقى أملس

∴ معادلات الحركة هى :

٣ك جـ = ٣ك ء − ش (١)

ك جـ = ش (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج :

٣ك جـ = ٤ك ء

∴ جـ = ¾ ء = ¾ × ٩,٨

السؤال الثانى :

(٢) أثرت قوة مقدارها ٢٠ نيوتن و يصنع اتجاهها زاوية حادة جيبها $\frac{٣}{٥}$ مع الرأسى إلى أسفل على جسم كتلته ٢ كجم موضوع على نضد أفقى أملس أوجد عجلة الجسم الناشئة عن هذا التأثير و كذلك مقدار رد الفعل العمودى للنضد

الحل

∵ المستوى أملس

∴ معادلات الحركة هى :

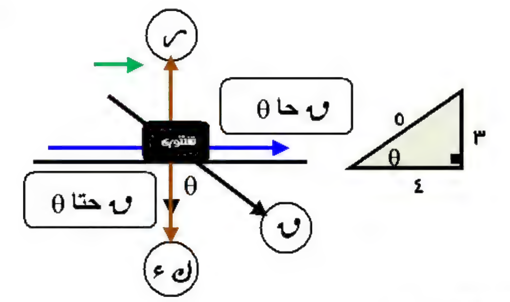
ك حـ = ق حا θ

∴ ٢ حـ = ٢٠ × $\frac{٣}{٥}$

و منها : حـ = ٦ م / ث^{٢}

، ر = ك ء + ق حتا θ

= ٢ × ٩,٨ + ٢٠ × $\frac{٤}{٥}$ = ٣٥,٦ نيوتن



السؤال الرابع :

(أ) خيط خفيف غير مرن يمر على بكرة ملساء و يتدلى من أحد طرفيه ميزان زنبركى كتلته ١٥٠ جم و معلق به جسماً كتلته ٢٥٠ جم و من الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٦٠٠ جم فإذا بدأت المجموعة الحركة من السكون أوجد الشد فى الخيط و قراءة الميزان بثقل الجرام

الحل

معادلات الحركة هى :

٦٠٠ حـ = ٦٠٠ ء − شَ　　(١)

٤٠٠ حـ = شَ − ٤٠٠ ء　　(٢)　بالجمع ينتج :

١٠٠٠ حـ = ٢٠٠ ء = ٢٠٠ × ٩٨٠

و منها : حـ = ١٩٦ سم / ث^{٢}

بالتعويض فى (٢) ينتج :

شَ = ٤٠٠ × (١٩٦ + ٩٨٠) = ٤٧٠٤٠٠ داين

∴ شَ = ٤٧٠٤٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٤٨٠ ث جم

بالنسبة للجسم الذى كتلته ٢٥٠ جم

٢٥٠ حـ = شَ' − ٢٥٠ × ٩٨٠

∴ شَ' = ٢٥٠ × ١٩٦ + ٢٥٠ × ٩٨٠ = ٢٩٤٠٠٠ نيوتن

= ٢٩٤٠٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٣٠٠ ث كجم

السؤال الخامس :

(٢) جسم كتلته ١٦ كجم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت :

ح→ = (٣ ن^{٢} − ٨ ن) ى→ حيث ى→ متجه الوحدة فى اتجاه الحركة إذا كان معيار ف→ بوحدة المتر ، ن بالثانية أوجد التغير فى كمية الحركة للجسم فى فترات الأزمنة التالية :

أولاً : [٢ ، ٤]　　ثانياً : [٥ ، ٨]

الحل

أولاً : Δ م = ك $\int_{ن_١}^{ن_٢}$ حـ ءن = ١٦ $\int_{٢}^{٤}$ (٣ ن^{٢} − ٨ ن) ءن

= ١٦ [ن^{٣} − ٤ ن^{٢}]$_{٢}^{٤}$

= ١٦ [(٦٤ − ٦٤) − (٨ − ١٦)] = ١٢٨ كجم . م / ث

ثانياً : Δ م = ك $\int_{ن_١}^{ن_٢}$ حـ ءن = ١٦ $\int_{٥}^{٨}$ (٣ ن^{٢} − ٨ ن) ءن

= ١٦ [ن^{٣} − ٤ ن^{٢}]$_{٥}^{٨}$

= ١٦ [(٥١٢ − ٢٥٦) − (١٢٥ − ١٠٠)] = ٣٦٩٦ كجم . م / ث



السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) إذا تحرك جسم كتلته الوحدة فى خط مستقيم بحيث كانت عجلة حركة تعطى بالعلاقة : حـ = ٤ ن + ٢ حيث حـ مقاسة بوحدة م / ث² ، ن بالثانية فإن التغير فى كمية حركته فى الفترة الزمنية [٢ ، ٦] يساوى .... كجم . م / ث

الحل

Δم = ك $\int_{٢}^{٦}$ حـ ء ن = ١ × $\int_{٢}^{٦}$ (٤ ن + ٢) ء ن

= ١ × [٢ ن² + ٢ ن]$_{٢}^{٦}$

= ١ × [(٧٢ + ١٢) − (٨ + ٤)] = ٧٢ كجم . م / ث

(٣) يتحرك جسم بسرعة منتظمة فى خط مستقيم تحت تأثير القوى
ق١ = ٢ أ س − ٣ ص ، ق٢ = ٦ س + ب ص ،
ق٣ = أ س + ٥ ص فإن أ = ... ، ب = ...

الحل

∵ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة ∴ ق١ + ق٢ + ق٣ = ٠

∴ (٣ أ + ٦) س + (ب + ٢) ص = ٠ و منها :

٣ أ + ٦ = ٠ ∴ أ = −٢ ، ب + ٢ = ٠ ∴ ب = −٢

(٤) فى الشكل المقابل :
المستوى أملس و البكرة ملساء
عند تحريك هذه المجموعة
فإن عجلة المجموعة = ... م / ث²

الحل

∵ المستوى أملس

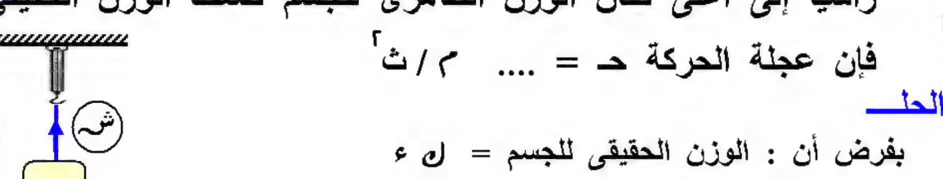
∴ معادلات الحركة هى :

ك حـ = ك ء حا ٣٠° − ش (١)

ك حـ = ش (٢) بالجمع ينتج :

٢ ك حـ = ك ء حا ٣٠°

= ك × ٩,٨ × ½ و منها : حـ = ٢,٤٥ م / ث²



(٦) علق جسم فى خطاف ميزان زنبركى مثبت بسقف و صعد يتحرك رأسياً إلى أعلى فكان الوزن الظاهرى للجسم ضعف الوزن الحقيقى فإن عجلة الحركة حـ = ... م / ث²

الحل

بفرض أن : الوزن الحقيقى للجسم = ك ء

∴ الوزن الظاهرى للجسم = ٢ ك ء

، ∵ الجسم يتحرك رأسياً إلى أعلى

∴ ك حـ = ش − ك ء ∴ ك حـ = ٢ ك ء − ك ء

∴ ك حـ = ك ء ∴ حـ = ء = ٩,٨ م / ث²

السؤال الثانى :

(٢) قاطرة كتلتها ٣٠ طن و قوة آلاتها ٥٦ ثقل طن تجر عدداً من العربات كتلة كل منها ١٠ طن لتصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° بعجلة منتظمة ٤٩ سم / ث² فإذا كانت المقاومة لحركة القاطرة و العربات ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة المتحركة أوجد عدد العربات

الحل

نفرض أن : كتلة القطار = ك طن

∵ القطار يصعد المنحدر

∴ ك حـ = ق − م − ك ء جا ٣٠°

∴ ك × ١٠^٣ × ٠,٤٩ = ٥٦ × ١٠^٣ × ٩,٨ −

١٠ × ك × ٩,٨ − ك × ١٠^٣ × ٩,٨ × ½

و منها : ٥٤٨٨ ك = ٥٤٨٨٠٠

∴ ك = ١٠٠ طن

∴ كتلة العربات = ١٠٠ − ٣٠ = ٧٠ طن ∴ عدد العربات = ٧٠/١٠ = ٧ عربات

السؤال الثالث :

(٢) وضع جسم كتلته ٣٥ جم على نضد أفقى أملس و ربط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة عند حافة النضد و يحمل طرفه الآخر جسماً كتلته ١٤ جم اوجد :

أولاً : العجلة المشتركة و الشد فى الخيط و كذلك الضغط على محور البكرة بوحدة ث جم

ثانياً : إذا قطع الخيط بعد ثانية ١½ من بدء الحركة اوجد المسافة التى التى قطعها كل من الجسمين بعد ½ ثانية من لحظة قطع الخيط

الحل

∵ النضد أملس ∴ معادلات الحركة هى :

١٤ حـ = ١٤ × ٩٨٠ − ش (١)

٣٥ حـ = ش (٢) بالجمع ينتج :

٤٩ حـ = ١٤ × ٩٨٠

و منها : حـ = ٢٨٠ سم / ث^٢ بالتعويض فى (٢) ينتج :

ش = ٣٥ × ٢٨٠ = ٩٨٠٠ داين = ٩٨٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٠ ث جم

، ض = ش √٢ = ١٠ √٢ ث جم

عند لحظة قطع الخيط :

ع = ع. + حـ ن = ٠ + ٢٨٠ × ١,٥ = ٤٢٠ سم / ث

بالنسبة للجسم الذى كتلته ٣٥ جم :

يتحرك على النضد فى نفس اتجاه حركته الأولى بسرعة منتظمة (لأن النضد أملس) قدرها ٤٢٠ سم / ث

∴ ف = ع ن = ٤٢٠ × ½ = ٢١٠ سم / ث

بالنسبة للجسم الذى كتلته ١٤ جم :

يتحرك رأسياً لأسفل بسرعة إبتدائية قدرها ٤٢٠ سم / ث

و بعجلة ء = ٩٨٠ سم / ث^٢

∴ ف = ع. ن + ½ ء ن^٢ = ٤٢٠ × ½ + ½ × ٩٨٠ × (½)^٢

= ٣٣٢,٥ سم

الاختبار الثالث

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(٢) جسم كتلته ٣٠٠ جم يحرك فى خط مستقيم متجه إزاحته

$\overrightarrow{ف}$ = (ن² + ن + ١) $\overrightarrow{ى}$ حيث || $\overrightarrow{ف}$ || بالسم ، ن بالثانية

فإن معيار القوة المؤثرة عليه = ... داين

الحل

∵ $\overrightarrow{ف}$ = (ن² + ن + ١) $\overrightarrow{ى}$　　∴ $\overrightarrow{ع}$ = (٢ ن + ١) $\overrightarrow{ى}$

، $\overrightarrow{ح}$ = (٢) $\overrightarrow{ى}$　　، ∵ $\overrightarrow{ق}$ = ك $\overrightarrow{ح}$

∴ $\overrightarrow{ق}$ = ٣٠٠ × ٢ = ٦٠٠ $\overrightarrow{ى}$　　∴ || $\overrightarrow{ق}$ || = ٦٠٠ داين

(٣) جسم وزنه الحقيقى ٢٨ نيوتن ، وزنه الظاهرى ٣٢ نيوتن كما يعينه ميزان زنبركى داخل مصعد يتحرك بتقصير منتظم فإن اتجاه حركته يكون .... و اتجاه العجلة يكون ....

الحل

∵ الوزن الظاهرى > الوزن الحقيقى　، و المصعد يتحرك بتقصير منتظم

∴ اتجاه الحركة يكون لأسفل　، اتجاه العجلة يكون لأعلى

(٤) المسافة الرأسية بين جسمين مربوطين فى نهاية خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة و يتدليان رأسياً هى ١٠٠ سم بعد ٢ ثانية من بدء الحركة فإن سرعة كل منهما حيئذ = ... سم / ث

الحل

∵ المسافة الرأسية بين الجسمين = ١٠٠ سم بعد ٢ ث من بدء الحركة

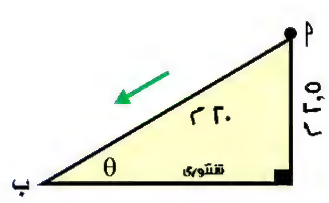
∴ كل جسم يقطع مسافة = ١٠٠ ÷ ٢ = ٥٠ سم بعد ٢ ث

، ∵ ف = ع. ن + ½ ح ن²　　∴ ٥٠ = ٠ + ½ ح × ٤

∴ ح = ٢٥ م / ث²　　∴ ع = ع. + ح ن = ٠ + ٢٥ × ٢ = ٥٠ سم / ث

(٥) فى الشكل المقابل :

مستوى مائل أملس طوله ٢٠ متر و ارتفاعه ٢,٥ متر وضع جسم عند قمة المستوى و ترك ليهبط على المستوى فإنه يصل إلى قاعدة المستوى بسرعة .... م / ث



الحل

∵ المستوى أملس :

∴ ح = ء جا θ = ٩,٨ × $\frac{٢٥}{٢٠٠}$ = ١,٢٢٥ م / ث²

∴ ع² = ع.² + ٢ ح ف = ٠ + ٢ × ١,٢٢٥ × ٢٠ = ٤٩

∴ ع = ٧ م / ث　　" سرعة الجسم عند قاعدة المستوى "

السؤال الثالث :

(١) جسم كتلته ١٧٠ جم موضوع على مستوى مائل خشن يميل على بزاوية جيبها $\frac{٨}{١٧}$ ربط بخيط يمر على بكرة ملساء عند قمة المستوى و يتدلى من الطرف الخالص للخيط ثقل ما ، فإذا كان أقل ثقل يلزم تعليقه من هذا الطرف للخيط لحفظ توازن الجسم على المستوى هو ٧٠ ث جم أوجد مقاومة المستوى بثقل الجرام و إذا علق من الطرف الخالص للخيط ثقل قدره ١٩٤ ث جم أوجد عجلة المجموعة بفرض ثبوت المقاومة فى الحالتين

الحل

في الحالة الأولى : ∵ المجموعة متزنة

∴ معادلات الاتزان هى :

ش = ٧٠ × ٩٨٠ (١)

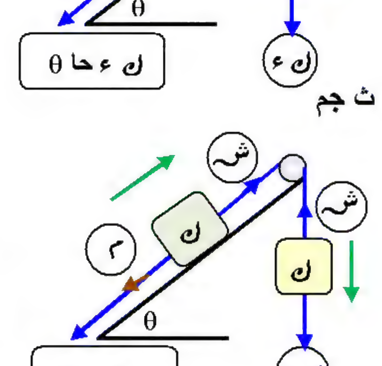
، ش + م = ١٧٠ × ٩٨٠ × $\frac{٨}{١٧}$ (٢)

بالتعويض من (١) فى (٢) ينتج :

٧٠ × ٩٨٠ + م = ١٧٠ × ٩٨٠ × $\frac{٨}{١٧}$

و منها ينتج :

م = ٩٨٠٠ داين = ٩٨٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٠ ث جم



في الحالة الثانية :

معادلات الحركة هى :

١٩٤ حـ = ١٩٤ × ٩٨٠ − ش (٣)

١٧٠ حـ = ش − ١٠ × ٩٨٠ − ١٧٠ × ٩٨٠ × $\frac{٨}{١٧}$ (٤)

بالجمع ينتج : ٣٦٤ حـ = ١٠١٩٢٠

و منها : حـ = ٢٨٠ سم / ث^٢

السؤال الخامس :

(أ) يتحرك جسم متغير الكتلة فى خط مستقيم و كانت كتلته عند أى لحظة زمنية ن هى ك = (٤ ن + ١) جرام و كان متجه إزاحته يعطى بالعلاقة $\overleftarrow{ف}$ = (ن^٢ − ٢ ن) ى حيث || $\overleftarrow{ف}$ || بالسم ، ن بالثانية أوجد كمية حركته فى الفترة الزمنية [٣ ، ٥]

الحل

∵ $\overleftarrow{ف}$ = (ن^٢ − ٢ ن) ى ∴ $\overleftarrow{ع}$ = (٢ ن − ٢) ى

أى أن : ع = ٢ ن − ٢ ، ∵ ك = ٤ ن + ١

∴ هـ = (٢ ن − ٢) (٤ ن + ١) = ٨ ن^٢ − ٦ ن − ٢

∴ هـ$_٣$ = ٥٢ جم . سم / ث ، هـ$_٥$ = ١٦٨ جم . سم / ث

∴ كمية الحركة فى [٣ ، ٥] = هـ$_٥$ − هـ$_٣$ = ١٦٨ − ٥٢ = ١١٦ جم . سم / ث

(٢) لتعيين مقدار عجلة الجاذبية فى مكان ما علق جسم كتلته ١,٥ كجم فى خطاف ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجلت قراءة الميزان ١٦,٥ نيوتن عندما كان صاعداً بعجلة حـ م / ث^٢ و سجل ١٢,٧٥ نيوتن عندما كان هابطاً بعجلة حـ م / ث^٢ أحسب عجلة الجاذبية فى ذلك المكان و كذلك عجلة المصعد

الحل

بفرض أن : عجلة الجاذبية فى المكان = ء م / ث^٢

∵ المصعد صاعد بعجلة حـ م / ث^٢

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = ش − ك ء

∴ ١,٥ حـ = ١٦,٥ − ١,٥ ء (١)

، ∵ المصعد هابط بعجلة حـ م / ث^٢

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = ك ء − ش

∴ ١,٥ حـ = ١,٥ ء − ١٢,٧٥ (٢) بالطرح ينتج :

٣ ء = ٢٩,٢٥ و منها : ء = ٩,٧٥ م / ث^٢

، بالتعويض فى (١) ينتج : ١,٥ حـ = ١٦,٥ − ١,٥ × ٩,٧٥

و منها : حـ = ١,٢٥ م / ث^٢

الاختبار الرابع

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(أ) يتحرك جسم كتلته ٥ وحدات تحت تأثير القوة

$\overrightarrow{ق}$ = (أ + ١) $\overrightarrow{س}$ + (ب − ٢) $\overrightarrow{ص}$ و كان متجه إزاحته

يعطى من العلاقة $\overrightarrow{ف}$ = ن^2 $\overrightarrow{س}$ + (½ ن^2 + ٣ ن) $\overrightarrow{ص}$

فإن : أ = ... ، ب = ...

الحل

∵ $\overrightarrow{ف}$ = ن^2 $\overrightarrow{س}$ + (½ ن^2 + ٣ ن) $\overrightarrow{ص}$

∴ $\overrightarrow{ع}$ = ٢ ن $\overrightarrow{س}$ + (ن + ٣) $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{جـ}$ = ٢ $\overrightarrow{س}$ + $\overrightarrow{ص}$

، $\overrightarrow{ق}$ = ك $\overrightarrow{جـ}$ = ١٠ $\overrightarrow{س}$ + ٥ $\overrightarrow{ص}$

∴ (أ + ١) $\overrightarrow{س}$ + (ب − ٢) $\overrightarrow{ص}$ = ١٠ $\overrightarrow{س}$ + ٥ $\overrightarrow{ص}$

و منها : أ + ١ = ١٠ ∴ أ = ٩

، ب − ٢ = ٥ و منها : ب = ٧

(٢) فى الشكل المقابل :

مستوى أفقى أملس فإن :

الضغط على البكرة = ... ث جم

الحل

∵ المستوى أملس ∴ معادلات الحركة هى :

٢٠٠ جـ = ٢٠٠ × ٩٨٠ − ش (١)

٨٠٠ جـ = ش (٢) بالجمع ينتج :

١٠٠٠ جـ = ٢٠٠ × ٩٨٠

و منها : جـ = ١٩٦ سم / ث^2

بالتعويض فى (٢) ينتج :

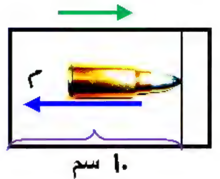
ش = ٨٠٠ × ١٩٦ = ١٥٦٨٠٠ داين

= ١٥٦٨٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٦٠ ث جم

، ض = ش $\sqrt{2}$ = ١٦٠ $\sqrt{2}$ ث جم

(٣) رصاصة كتلتها ٩٨ جم تتحرك أفقياً بسرعة ٧٢٠ كم / س غاصت فى حاجز رأسى مسافة ١٠ سم قبل أن تسكن فإن متوسط مقاومة الحاجز = ... ث كجم

الحل



∵ ع. = ٧٢٠ × $\frac{5}{18}$ = ٢٠٠ م / ث

، ع = ٠ ، ف = ٠,١ م

∵ ع^2 = ع.^{2} + ٢ جـ ف

∴ ٠ = (٢٠٠)^2 + ٢ جـ × ٠,١ ∴ جـ = − ٢ × ١٠^5 م / ث^2

معادلة حركة الرصاصة :

ك جـ = − م ∴ $\frac{98}{1000}$ × (− ٢ × ١٠^5) = − م

∴ م = ١٩٦٠٠ نيوتن = ١٩٦٠٠ ÷ ٩,٨ = ٢٠٠٠ ث كجم

السؤال الثانى :

(٢) كفتا ميزان كتلة كل منهما ٣٥ جم متصلتان بخيط خفيف غير مرن يمرن على بكرة صغيرة ملساء وضع فى إحدى الكفتين جسم كتلته ٢٨٠ جم و فى الكفة الثانية جسم كتلته ك جم فإذا هبطت الكفة التى بها الكتلة ٢٨٠ جم مسافة ٥٦٠ سم من السكون فى ٢ ثانية أوجد :

أولاً : عجلة حركة المجموعة

ثانياً : الشد فى الخيط و كذلك قيمة ك

ثالثاً : الضغط على كل من الكفتين

الحل

∵ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ حـ ن²

∴ ٥٦٠ = ٠ + $\frac{1}{2}$ حـ × ٤

و منها : حـ = ٢٨٠ سم / ث²

معادلات الحركة هى :

٣١٥ حـ = ٣١٥ × ٩٨٠ − ش (١)

∴ ٣١٥ × ٢٨٠ = ٣١٥ × ٩٨٠ − ش

و منها : ش = ٣١٥ × ٧٠٠ = ٢٢٠٥٠٠ داين

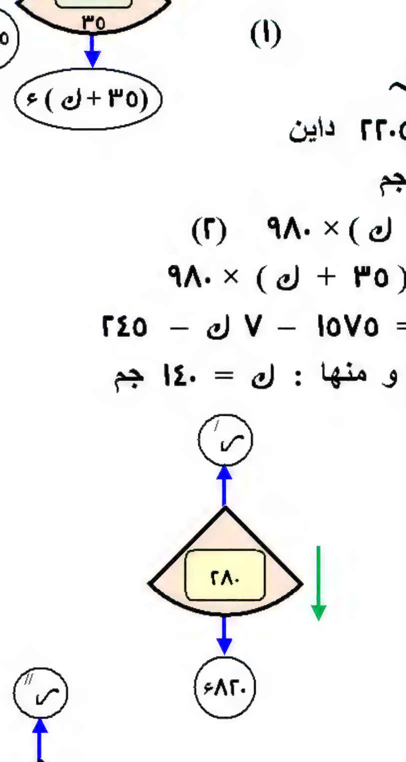
= ٢٢٠٥٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٢٢٥ ث جم

، (٣٥ + ك) حـ = ش − (٣٥ + ك) × ٩٨٠ (٢)

∴ (٣٥ + ك) × ٢٨٠ = ٢٢٠٥٠٠ − (٣٥ + ك) × ٩٨٠

بالقسمة ÷ ١٤٠ ينتج : ٢ ك + ٧٠ = ١٥٧٥ − ٧ ك − ٢٤٥

∴ ٩ ك = ١٢٦٠ و منها : ك = ١٤٠ جم



بالنسبة للكفة الهابطة :

∵ ٢٨٠ حـ = ٢٨٠ × ٩٨٠ − ر′

∴ ر′ = ٢٨٠ × ٩٨٠ − ٢٨٠ × ٢٨٠

= ١٩٦٠٠٠ داين

= ١٩٦٠٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٢٠٠ ث جم

∴ ض′ = ٢٠٠ ث جم

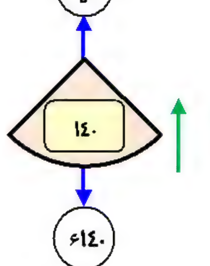
بالنسبة للكفة الصاعدة :

∵ ١٤٠ حـ = ر″ − ١٤٠ × ٩٨٠

∴ ر″ = ١٤٠ × ٩٨٠ + ١٤٠ × ٢٨٠

= ١٧٦٤٠٠ داين = ١٧٦٤٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٨٠ ث جم

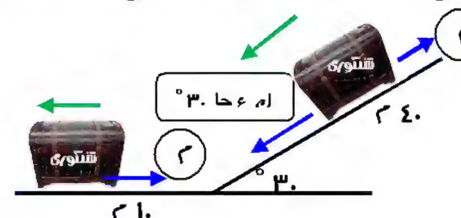
∴ ض″ = ١٨٠ داين



السؤال الثالث :

(٢) تنقل الصناديق فى أحد المصانع بانزلاقها على مستوى مائل ينتهى بمستوى أفقى فإذا كان طول المستوى ٤٠ متر و زاوية ميله على الأفقى ٣٠° و المقاومة لكل من المستويين تعادل $\frac{1}{5}$ وزن الجسم أوجد سرعة الصندوق عند نهاية المسار بفرض أن سرعته لا تتغير بانتقاله إلى المستوى الأفقى إذا طول الجزء الأفقى ١٠ أمتار

الحل



يفرض أن : كتلة الصندوق = ك كجم

على المستوى المائل :

معادلة حركة الصندوق هى :

ك حـ = ك ء جا ٣٠° − م

∴ ك حـ = ك × ٩,٨ × $\frac{1}{2}$ − $\frac{1}{5}$ ك × ٩,٨ و منها : حـ = ٢,٩٤ م/ث²

، ∵ ع² = ع.² + ٢ حـ ف

∴ ع² = ٠ + ٢ × ٢,٩٤ × ٤٠ = ٢٣٥,٢

(ع عند نهاية المستوى المائل = ع. عند بداية المستوى الأفقى)

على المستوى الأفقى :

معادلة حركة الصندوق هى : ك حـ′ = − م

∴ ك حـ′ = − $\frac{1}{5}$ ك × ٩,٨ × ١٠ و منها : حـ′ = − ١,٩٦ م/ث²

، ∵ ع² = ع.² + ٢ حـ ف

∴ ع² = ٠ + ٢ × (− ١,٩٦) × ١٠ = ١٩٦ ∴ ع = ١٤ م/ث

السؤال الرابع :

(٢) علق جسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل القراءة ٨٠ ث كجم عندما كان المصعد صاعداً بعجلة منتظمة جـ م / ث٢ و سجل القراءة ٦٠ ث كجم عندما كان المصعد صاعداً بتقصير منتظم بعجلة منتظمة جـ م / ث٢ أوجد كتلة الجسم و قيمة جـ

الحل

بفرض أن : كتلة الجسم = ك كجم

∵ المصعد صاعد بعجلة جـ م / ث٢

∴ معادلة الحركة هى : ك جـ = شـ − ك ء

∴ ك جـ = ٨٠ × ٩,٨ − ك × ٩,٨　　(١)

، ∵ المصعد صاعد بتقصير منتظم بعجلة جـ م / ث٢

∴ معادلة الحركة هى : ك جـ = ك ء − شـ

∴ ك جـ = ك × ٩,٨ − ٦٠ × ٩,٨　　(٢)　بالطرح ينتج :

٢ ك × ٩,٨ = ١٤٠ × ٩,٨　　و منها : ك = ٧٠ كجم

، بالتعويض فى (١) ينتج : ٧٠ جـ = ٨٠ × ٩,٨ − ٧٠ × ٩,٨

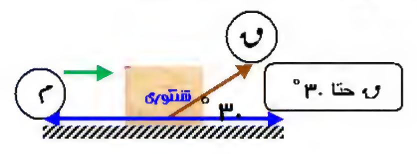
و منها : جـ = ١,٤ م / ث٢

الاختبار الخامس

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) يجذب حصان كتلة خشبية على أرض أفقية بقوة مقدارها ١٠٠ ث كجم و تميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° فإذا تحركت الكتلة بسرعة منتظمة فإن مقدار مقاومة الأرض لحركتها = ... ث كجم

الحل



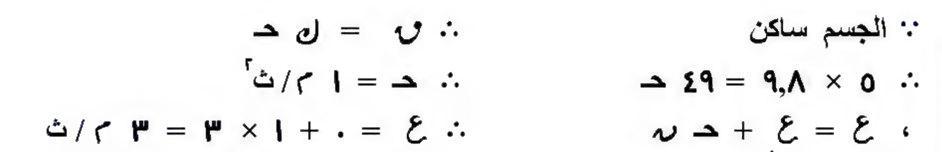
∵ الكتلة تتحرك بسرعة منتظمة

∴ م = ق حتا ٣٠° = ١٠٠ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$

= ٥٠ $\sqrt{3}$ ث كجم

(٢) اثرت قوة مقدارها ٥ ث كجم على جسم ساكن كتلته ٤٩ كجم لمدة ٣ ثوانى فإن سرعة الجسم فى نهاية هذه المدة = ... م / ث

الحل



∵ الجسم ساكن　　∴ ق = ك جـ

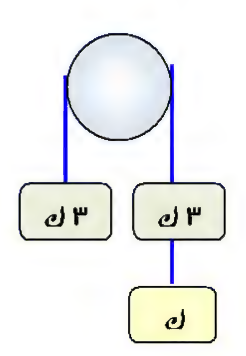
∴ ٥ × ٩,٨ = ٤٩ جـ　　∴ جـ = ١ م / ث٢

، ع = ع. + جـ ن　　∴ ع = ٠ + ١ × ٣ = ٣ م / ث



(٣) فى الشكل المقابل :

٣ ك ، ٣ ك كتلتان معلقتان من طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء و معلق باحدى الكتلتين كتلة إضافية ك و تركت المجموعة للحركة من السكون فإن سرعة المجموعة بعد ٢ ثانية = ... سم / ث



الحل

معادلات الحركة هى :

٤ ك حـ = ٤ ك ء – شـ (١)

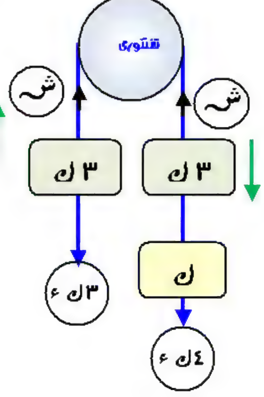
٣ ك حـ = شـ – ٣ ك ء (٢) بالجمع ينتج :

٧ ك حـ = ك ء

و منها : حـ = ١/٧ × ٩٨٠ = ١٤٠ سم / ث^٢

، ع = ع. + حـ ن = ٠ + ١٤٠ × ٢

= ٢٨٠ سم / ث



٦) تتحرك كرة كتلتها ٣٠٠ جم أفقياً اصطدمت بحائط رأسى عندما كانت سرعتها ٦٠ م / ث فإذا ارتدت بعد أن فقدت ٢/٣ مقدار سرعتها فإن التغير فى كمية حركتها نتيجة اصطدامها بالحائط = ... جم . سم / ث

الحل

باعتبار اتجاه حركة الكرة بعد التصادم هو الاتجاه الموجب

∴ ع١ (القياس الجبرى لسرعة الكرة قبل التصادم)

= – ٦٠ م / ث = – ٦٠٠٠ سم / ث

، ع٢ (القياس الجبرى لسرعة الكرة قبل التصادم)

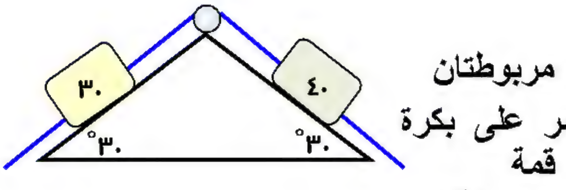
= (٦٠٠٠ – ٢/٣ × ٦٠٠٠) = ٢٠٠٠ سم / ث

∴ Δ هـ = ك (ع٢ – ع١) = ٣٠٠ × (٢٠٠٠ + ٦٠٠٠)

= ٢٤ × ١٠^٥ جم . سم / ث

السؤال الثانى :

(٢) فى الشكل المقابل :



كتلتان ٤٠ جم ، ٣٠ جم مربوطتان فى نهايتى خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة عند قمة مستويين متقابلين مائلين على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° كما هو مبين بالشكل حفظت المجموعة فى حالة توازن عندما كان الجسمان على خط أفقى واحد و جزء من الخيط مشدودين فإذا تركت المجموعة تتحرك من سكون أوجد العجلة و المسافة الأفقية بين الجسمين بعد ثانية واحدة من بدء الحركة

الحل



معادلات الحركة هى :

٤٠ حـ = ٤٠ ء حا ٣٠° – شـ (١)

٣٠ حـ = شـ – ٣٠ ء حا ٣٠°

بالجمع ينتج :

٧٠ حـ = ١٠ ء حا ٣٠°

و منها : حـ = ١٠ × ٩٨٠ × ١/٢ = ٧٠ سم / ث^٢

بعد ١ ث : ف = ع. ن + ١/٢ حـ ن^٢ = ٠ – ١/٢ × ٧٠ × (١)^٢ = ٣٥ سم

أى أن : كل كتلة تتحرك على المستوى مسافة ٣٥ سم

∴ المسافة الرأسية لكل كتلة = ٣٥ حا ٣٠° = ٣٥ × ١/٢ = ١٧,٥ سم

∴ المسافة الرأسية بين الكتلتين = ٢ × ١٧,٥ = ٣٥ سم

السؤال الثالث :

(٢) درع وقائى مصنوع من طبقتين ملتحمتين منتظمتى السمك من الحديد و النحاس فإذا كان سمك الحديد ١ سم و سمك النحاس ٣ سم و كان الدرع فى مستوى رأسى عندما أطلقت عليه رصاصتين متساويتين فى الكتلة فى اتجاهين متضادين و عموديتين على مستوى الدرع و بسرعة واحدة فاخترقت الأولى الحديد و سكنت بعد أن دخلت فى النحاس $\frac{5}{4}$ سم بينما اخترقت الثانية النحاس و سكنت فى الحديد $\frac{3}{4}$ سم اثبت أن مقاومة الحديد = ٧ أمثال مقاومة النحاس

الحل

نفرض أن :

كتلة كل من الرصاصتين = ك جم ،

مقاومة الحديد = م_1 ث جم ،

مقاومة النحاس = م_2 ث جم ،

السرعة الإبتدائية لكل من الرصاصتين = ع_0 سم / ث

بالنسبة للرصاصة الأولى :

فى طبقة الحديد : $\because \text{ع}^2 = \text{ع}_0^2 + 2\,\text{جـ}\,\text{ف}$

$\therefore \text{ع}^2 = \text{ع}_0^2 + 2\,\text{جـ} \times 1 = \text{ع}_0^2 + 2\,\text{جـ}_1$ " جـ_1 = العجلة بالحديد "

و هى سرعتها الابتدائية لاختراقها النحاس

$\therefore \text{جـ}_1 = \frac{1}{2}(\text{ع}^2 - \text{ع}_0^2)$ (١)

، معادلة الحركة بالحديد هى : $\text{ك}\,\text{جـ}_1 = -\text{م}_1$

$\therefore \text{ك} \times \frac{1}{2}(\text{ع}^2 - \text{ع}_0^2) = -\text{م}_1$

$\therefore \text{ك}\,\text{ع}^2 - \text{ك}\,\text{ع}_0^2 = -2\,\text{م}_1$ (٢)

فى طبقة النحاس : $\because \text{ع}^2 = \text{ع}_0^2 + 2\,\text{جـ}\,\text{ف}$

$\therefore 0 = \text{ع}_0^2 + 2\,\text{جـ}_1 + 2\,\text{جـ}_2 \times \frac{5}{4}$ " جـ_2 = العجلة بالنحاس "

بالتعويض من (١) ينتج :

$0 = \text{ع}_0^2 + 2 \times \frac{1}{2}(\text{ع}^2 - \text{ع}_0^2) + \text{جـ}_2 \times \frac{5}{2}$

$\therefore 0 = \text{ع}_0^2 + \text{ع}^2 - \text{ع}_0^2 + \frac{5}{2}\,\text{جـ}_2$

$\therefore \text{ع}^2 = -\frac{5}{2}\,\text{جـ}_2$ $\therefore \text{جـ}_2 = -\frac{2}{5}\,\text{ع}^2$

، معادلة الحركة بالنحاس هى : $\text{ك}\,\text{جـ}_2 = -\text{م}_2$

$\therefore \text{ك} \times (-\frac{2}{5}\,\text{ع}^2) = -\text{م}_2$ $\therefore \text{ك}\,\text{ع}^2 = \frac{5}{2}\,\text{م}_2$ (٣)

بالنسبة للرصاصة الثانية :

فى طبقة النحاس : $\because \text{ع}^2 = \text{ع}_0^2 + 2\,\text{جـ}\,\text{ف}$

$\therefore \text{ع}'^2 = \text{ع}_0^2 + 2\,\text{جـ} \times 3 = \text{ع}_0^2 + 6\,\text{جـ}_3$ " جـ_3 = العجلة بالنحاس "

و هى سرعتها الابتدائية لاختراقها الحديد

$\therefore \text{جـ}_3 = \frac{1}{6}(\text{ع}'^2 - \text{ع}_0^2)$ (٤)

، معادلة الحركة بالنحاس هى : $\text{ك}\,\text{جـ}_3 = -\text{م}_2$

$\therefore \text{ك} \times \frac{1}{6}(\text{ع}'^2 - \text{ع}_0^2) = -\text{م}_2$

$\therefore \text{ك}\,\text{ع}'^2 - \text{ك}\,\text{ع}_0^2 = -6\,\text{م}_2$ (٥)

فى طبقة الحديد : $\because \text{ع}^2 = \text{ع}_0^2 + 2\,\text{جـ}\,\text{ف}$

$\therefore 0 = \text{ع}_0^2 + 6\,\text{جـ}_3 + 2\,\text{جـ}_4 \times \frac{3}{4}$ " جـ_4 = العجلة بالحديد "

بالتعويض من (٤) ينتج :



$٠ = ع_{.}^{٢} + ٦ \times \frac{١}{٦} (ع'^{٢} - ع_{.}^{٢}) + ح_{٢} \times \frac{٣}{٢}$

$\therefore ٠ = ع_{.}^{٢} + ع'^{٢} - ع_{.}^{٢} + \frac{٣}{٢} ح_{٤}$

$\therefore ع'^{٢} = - \frac{٣}{٢} ح_{٤}$ $\quad \therefore ح_{٤} = - \frac{٢}{٣} ع'^{٢}$

، معادلة الحركة بالحديد هى : $ك ح_{٤} = - م_{١}$

$\therefore ك \times (- \frac{٢}{٣} ع'^{٢}) = - م_{١}$ $\quad \therefore ك ع'^{٢} = \frac{٣}{٢} م_{١}$ (٦)

بالتعويض من (٣) فى (٢) ينتج : $\frac{٥}{٢} م_{٢} - ك ع_{.}^{٢} = - ٢ م_{١}$ (٧)

بالتعويض من (٦) فى (٥) ينتج : $\frac{٣}{٢} م_{١} - ك ع_{.}^{٢} = - ٦ م_{٢}$

$\therefore ك ع_{.}^{٢} = \frac{٣}{٢} م_{١} + ٦ م_{٢}$ بالتعويض فى (٧) ينتج :

$\frac{٥}{٢} م_{٢} - \frac{٣}{٢} م_{١} - ٦ م_{٢} = - ٢ م_{١}$

$\therefore \frac{٥}{٢} م_{٢} - ٦ م_{٢} = \frac{٣}{٢} م_{١} - ٢ م_{١}$

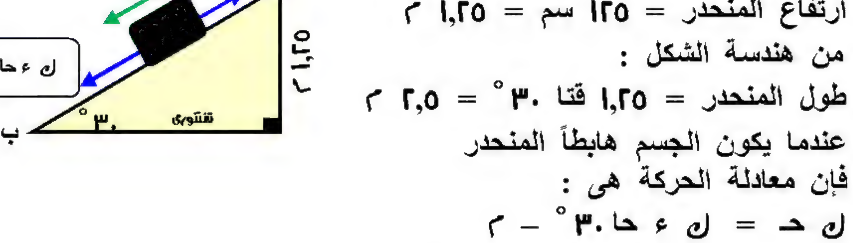
$\therefore - \frac{٧}{٢} م_{٢} = - \frac{١}{٢} م_{١}$ $\quad \therefore م_{١} = ٧ م_{٢}$

أى أن : مقاومة الحديد = ٧ أمثال مقاومة النحاس

السؤال الرابع :

(٢) جسم موضوع عند أعلى نقطة من منحدر ارتفاعه ١٢٥ سم و يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° تحرك الجسم فى اتجاه خط أكبر ميل للمنحدر لأسفل ضد مقاومة ثابتة تقدر بربع وزنه احسب سرعة وصول الجسم إلى أسفل نقطة للمنحدر و ما هى السرعة التى يقذف بها الجسم من أسفل نقطة فى الاتجاه المضاد حتى يصل بالكاد إلى لقمة المنحدر

الحل



نفرض أن : كتلة الجسم = ك كجم

ارتفاع المنحدر = ١٢٥ سم = ١,٢٥ م

من هندسة الشكل :

طول المنحدر = ١,٢٥ قتا ٣٠° = ٢,٥ م

عندما يكون الجسم هابطاً المنحدر

فإن معادلة الحركة هى :

$ك ح = ك ء حا ٣٠° - م$

$\therefore ك ح = ك ء \times \frac{١}{٢} - \frac{١}{٤} ك ء$

و منها : $ح = \frac{١}{٤} ء = \frac{١}{٤} \times ٩,٨ = ٢,٤٥$ م / ث^{٢}

، $ع^{٢} = ع_{.}^{٢} + ٢ ح ف = ٠ + ٢ \times ٢,٤٥ \times ٢,٥$

و منها : ع = ٣,٥ م / ث

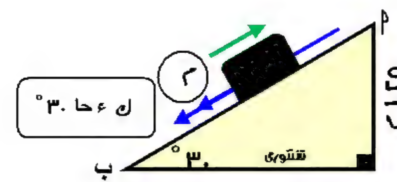
، عندما يكون الجسم صاعداً المنحدر فإن :

معادلة الحركة هى :

ك حـ = − ك ء حا ٣٠° − م

∴ ك حـ = − ك ء × $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٤}$ ك ء

و منها : حـ = − $\frac{٣}{٤}$ ء = − $\frac{٣}{٤}$ × ٩,٨ = − ٧,٣٥ م / ث²



، ∵ ع² = ع.² + ٢ حـ ف

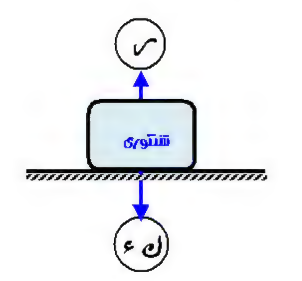
∴ ٠ = ع.² + ٢ (− ٧,٣٥) × ٢,٥

و منها : ع. = ٦,٠٦ م / ث

السؤال الخامس :

(٢) وقف طفل على ميزان ضغط داخل مصعد متحركاً بعجلة ١,٩٦ م / ث² فسجل الميزان ٢٤ ث كجم أوجد وزن الطفل ، و إذا هبط المصعد لأسفل بنفس العجلة أوجد قراءة الميزان فى هذه الحالة

الحل



بفرض أن : كتلة الطفل = ك كجم

∵ المصعد يتحرك لأعلى

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = ر − ك ء

∴ ك × ١,٩٦ = ٢٤ × ٩,٨ − ك × ٩,٨

بالقسمة على ٩,٨ ينتج :



∴ ٠,٢ ك + ك = ٢٤

و منها : ك = ٢٠ كجم ∴ وزن الطفل = ٢٠ ث كجم

، ∵ المصعد يتحرك لأسفل

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = ك ء − ر

∴ ٢٠ × ١,٩٦ = ٢٠ × ٩,٨ − ر

∴ ر = ٢٠ × ٩,٨ − ٢٠ × ١,٩٦

و منها : ر = ١٥٦,٨ نيوتن = ١٥٦,٨ ÷ ٩,٨ = ١٦ ث كجم

المتميز

فى
الرياضيات التطبيقية
الديناميكا

الجزء النظرى
و
حلول التمارين
الوحدة الثالثة

ع = ع. + جـ ن	ض = ك ء ل	$ش = \int_{ف_1}^{ف_2} ق \, ء ف$	ق = ك جـ

إعداد : أحمد الشنتورى

الصف الثالث الثانوى
القسم العلمى
شعبة الرياضيات

٢٠١٧ / ٢٠١٨

الوحدة الثالثة .... الدفع و التصادم

٣ – ١ الدفع

أولاً : الدفع

إذا أثرت قوة $\overrightarrow{\text{ق}}$ ثابتة المقدار على جسم خلال فترة زمنية ن
فإن : دفع هذه القوة و يرمز له بالرمز $\overrightarrow{\text{د}}$ يعرف بأنه حاصل
متجه القوة فى زمن تأثيرها أى أن : $\overrightarrow{\text{د}} = \overrightarrow{\text{ق}}\ \text{ن}$

ملاحظات :

(١) الدفع متجه له نفس اتجاه متجه القوة

(٢) إذا كان : د ، ق هما القياسين الجبريين لمتجهى الدفع و القوة
على الترتيب فإن : $\text{د} = \text{ق}\ \text{ن}$

ثانياً : الدفع و كمية الحركة

(١) بفرض أن : جسم ثابت الكتلة ك أثرت عليه قوة ثابتة ق لفترة
زمنية ن فإن : $\text{د} = \text{ق}\ \text{ن}$

، $\because \text{ق} = \text{ك}\ \text{حـ}$ $\therefore \text{د} = \text{ك}\ \text{حـ}\ \text{ن}$

، $\because \text{ع} = \text{ع}_{0} + \text{حـ}\ \text{ن}$ $\therefore \text{حـ}\ \text{ن} = \text{ع} - \text{ع}_{0}$

$\therefore \text{د} = \text{ك}\ (\text{ع} - \text{ع}_{0})$

حيث : ع_{0} ، ع هما القياسان الجبريان لمتجهى السرعة الابتدائية
و السرعة بعد زمن ن
أى أن : الدفع يساوى التغير فى كمية الحركة

(٢) بفرض أن : جسم ثابت الكتلة ك أثرت عليه قوة متغيرة ق
أى أن : $\text{ق} = \text{د}(\text{ن})$
فإن : دفع القوة خلال فترة زمنية $[\text{ن}_{1} ، \text{ن}_{2}]$
يعطى بالتكامل الآتى : $\text{الدفع} = \int_{\text{ن}_{1}}^{\text{ن}_{2}} \text{ق}\ \text{ء}\text{ن}$

، $\because \text{ق} = \frac{\text{ء}}{\text{ء}\text{ن}} (\text{ك}\ \text{ع})$ $\therefore \text{ق}\ \text{ء}\text{ن} = \text{ء}(\text{ك}\ \text{ع})$

و بتكامل الطرفين خلال الفترة الزمنية $[\text{ن}_{1} ، \text{ن}_{2}]$ ينتج :

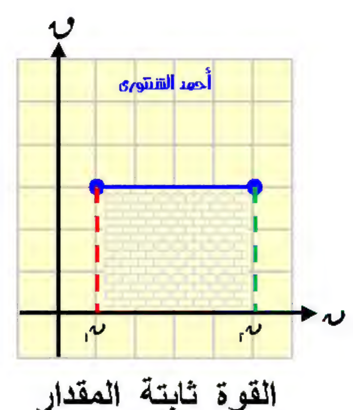
$$\int_{\text{ن}_{1}}^{\text{ن}_{2}} \text{ق}\ \text{ء}\text{ن} = \int_{\text{ع}_{1}}^{\text{ع}_{2}} \text{ء}(\text{ك}\ \text{ع}) = \text{ك} \int_{\text{ع}_{1}}^{\text{ع}_{2}} \text{ء}\text{ع}$$

$$= \text{ك}\ [\text{ع}]_{\text{ع}_{1}}^{\text{ع}_{2}} = \text{ك}\ (\text{ع}_{2} - \text{ع}_{1})$$

أى أن : الدفع يساوى التغير فى كمية الحركة

ملاحظة :

$\text{الدفع} = \int_{\text{ن}_{1}}^{\text{ن}_{2}} \text{ق}\ \text{ء}\text{ن}$ = مساحة المنطقة المظللة تحت المنحنى



القوة ثابتة المقدار



القوة متغيرة المقدار

وحدات قياس مقدار الدفع :

(أ) ∵ د = ق ن

∴ وحدة قياس مقدار الدفع = وحدة قياس مقدار القوة × وحدة قياس الزمن

الدفع (د)	القوة (ق)	الزمن (ن)
نيوتن . ث	نيوتن	ث
داين . ث	داين	ث

(٢) ∵ د = ك (ع − ع.)

∴ وحدة قياس مقدار الدفع = وحدة قياس مقدار الكتلة × وحدة قياس مقدار السرعة

الدفع (د)	القوة (ق)	الزمن (ن)
كجم .م / ث	كجم	م / ث
جم . سم / ث	جم	سم / ث

إجابة حاول أن تحل (١) صفحة ٢١٧

أثرت قوة مقدارها $١٠^{١٢}$ داين على جسم لفترة زمنية $١٠^{-٥}$ ثانية أوجد دفع القوة بوحدة نيوتن . ث

الحل

∵ ق = $١٠^{١٢}$ داين = $١٠^{١٢} \div ١٠^{٥} = ١٠^{٧}$ نيوتن

∴ الدفع = ق ن = $١٠^{٧} \times ١٠^{-٥}$ = ١٠٠ نيوتن . ث

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ٢١٨

أثرت القوى $\vec{\text{ق}}_{١} = ٢\,\vec{\text{س}} + ٣\,\vec{\text{ص}}$ ، $\vec{\text{ق}}_{٢} = \vec{\text{ص}} - ٥\,\vec{\text{س}}$ على جسم لمدة ثانية واحدة أوجد مقدار دفع القوة على الجسم إذا كان معيار القوة يقاس بوحدة نيوتن

الحل

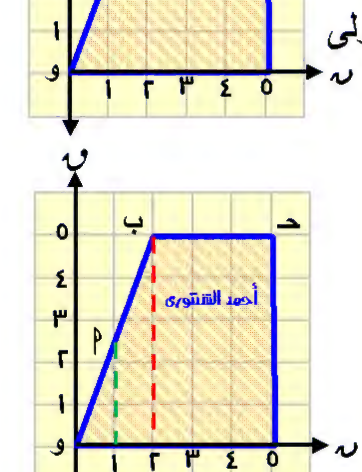
∵ $\vec{\text{ق}} = \vec{\text{ق}}_{١} + \vec{\text{ق}}_{٢} = -٣\,\vec{\text{س}} + ٤\,\vec{\text{ص}}$

∴ $\vec{\text{د}} = \vec{\text{ق}}$ ن = $(-٣\,\vec{\text{س}} + ٤\,\vec{\text{ص}}) \times ١$

$= -٣\,\vec{\text{س}} + ٤\,\vec{\text{ص}}$

، مقدار الدفع = $\sqrt{٩ + ١٦}$ = ٥ نيوتن . ث

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ٢١٩



الشكل المقابل يمثل : (منحنى القوة – الزمن) أوجد مستخدماً التكامل :

(أ) دفع القوة ق خلال الثانية الأولى

(ب) دفع القوة ق خلال الثوانى الخمسة الأولى

حيث : مقدار القوة ق خلال مقدرة بالنيوتن ، الزمن ن بالثانية

الحل

احداثى نقطة أ = (١ ، ٢,٥) ،

احداثى نقطة ب = (٢ ، ٥) ،

احداثى نقطة حـ = (٥ ، ٥) ،

$\overleftrightarrow{\text{و أ}}$ يمر بالنقطتين (٠ ، ٠) ، (١ ، ٢,٥)

∴ ميله = ٢,٥ ، و معادلته هى :

ق = ٢,٥ ن ، و نفس معادلة $\overleftrightarrow{\text{و ب}}$ ،

ب حـ $\overleftrightarrow{}$ أفقى ، و يمر بالنقطتين ب ، حـ ∴ معادلته هى : ق = ٥

(أ) دفع القوة ق خلال الثانية الأولى = $\int_{0}^{1}$ ق ء ن = $\int_{0}^{1}$ ٢,٥ ن ء ن

= [٢,٥ × $\frac{1}{2}$ ن^2]$_0^1$ = ٢,٥ × $\frac{1}{2}$ × ١ − ٠ = ١,٢٥ نيوتن . ث

(ب) دفع القوة ق خلال الثوانى الخمسة الأولى = $\int_{0}^{5}$ ق ء ن

= $\int_{0}^{2}$ ق ء ن + $\int_{2}^{5}$ ق ء ن = $\int_{0}^{2}$ ٢,٥ ن ء ن + $\int_{2}^{5}$ ٥ ء ن

= [٢,٥ × $\frac{1}{2}$ ن^2]$_0^2$ + [٥ ن]$_2^5$

= [٢,٥ × $\frac{1}{2}$ × ١ − ٠] + [٢٥ − ١٠]

= ٥ + ١٥ = ٢٠ نيوتن . ث

القوى الدفعية :

هى قوة كبيرة جداً تؤثر لفترة زمنية صغيرة و تحدث تغيراً هائلاً فى كمية حركة الجسم دون أن تحدث تغيراً يذكر فى موضعه و الحركة الناتجة عند تأثير هذه القوى تسمى حركة دفعية

فمثلاً : عندما تضرب كرة البيسبول فإن زمن التلامس بين المضرب و الكرة صغيراً للغاية مع أن القوة المؤثرة على الكرة كبير جداً و يكون الدفع كبيراً بما يكفى ليغير كمية حركة الكرة دون تغير يذكر فى موضع الكرة أثناء زمن تأثير القوة

عند تأثير قوة دفعية على جسم يكون :

$$ك\, ع_1 + ق\, ن = ك\, ع_2$$

ك ع$_1$ + ق ن = ك ع$_2$

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ٢٢٠

أثرت قوة ثابتة مقدارها ق على جسم كتلته ك لمدة $\frac{1}{49}$ ثانية فغيرت سرعته من ٣ م / ث إلى ٥٤ كم / س فى اتجاه القوة و كان دفع القوة يساوى ٤,٨ نيوتن . ث فأوجد كتلة الجسم و مقدار القوة بثقل الكجم

الحل

بفرض $\vec{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه السرعتين

فيكون القياس الجبرى للسرعتين هما :

ع$_1$ = ٣ م / ث ، ع$_2$ = ٥٤ × $\frac{5}{18}$ = ١٥ م / ث

∵ د = ك (ع$_2$ − ع$_1$) ∴ ٤,٨ = ك (١٥ − ٣)

∴ ٤,٨ = ١٢ ك و منها : ك = ٠,٤ كجم

، ∵ د = ق ن ∴ ٤,٨ = ق × $\frac{1}{49}$

∴ ق = ٢٣٥,٢ نيوتن = ٢٣٥,٢ ÷ ٩,٨ = ٢٤ ث كجم

إجابة حاول أن تحل (٥) صفحة ٢٢٠

جسم كتلته ٣ كجم يتحرك بسرعة $\vec{ع}$ = ٥ $\vec{س}$ − ٢ $\vec{ص}$ أثرت عليه قوة ثابتة لمدة زمنية ن ، و كان دفع القوة على الجسم يساوى ٦ $\vec{س}$ + ٩ $\vec{ص}$ ، أوجد سرعة الجسم بعد تأثير القوة إذا كانت السرعة بوحدة م / ث ، مقدار الدفع بوحدة نيوتن . ث

الحل

∵ $\vec{د}$ = ك ($\vec{ع}$ − $\vec{ع}$)

∴ ٦ $\vec{س}$ + ٩ $\vec{ص}$ = ٣ [$\vec{ع}$ − (٥ $\vec{س}$ − ٢ $\vec{ص}$)]

∴ ٣ $\vec{ع}$ = (٦ + ١٥) $\vec{س}$ + (٩ − ٦) $\vec{ص}$

∴ $\vec{ع}$ = ٧ $\vec{س}$ + $\vec{ص}$ ∴ ‖ $\vec{ع}$ ‖ = $\sqrt{٤٩ + ١}$ = ٥ $\sqrt{٢}$ م / ث

ملاحظة :

فى الحركة الرأسية لجسم يجب ملاحظة الفرق بين رد الفعل (ر) و القوة الدفعية (ق) لجسم وزنه (و) فى الحالات الآتية :

(١) عند سقوط الجسم رأسياً لأسفل على سطح الأرض :

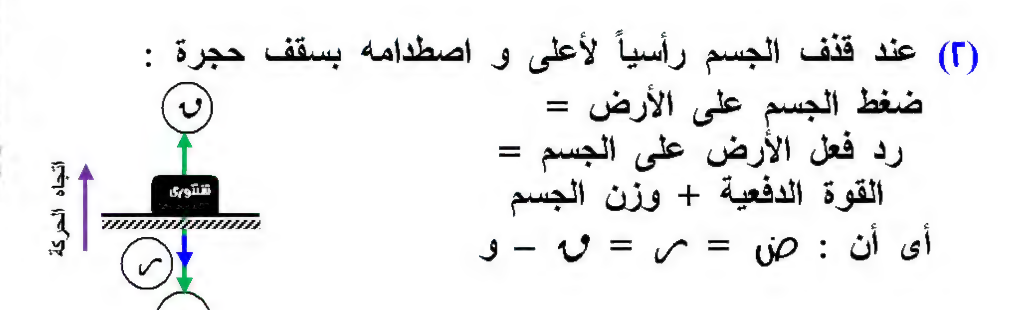
ضغط الجسم على الأرض = رد فعل الأرض على الجسم = القوة الدفعية + وزن الجسم

أى أن : ض = ر = ق + و

(٢) عند قذف الجسم رأسياً لأعلى و اصطدامه بسقف حجرة :

ضغط الجسم على الأرض = رد فعل الأرض على الجسم = القوة الدفعية + وزن الجسم

أى أن : ض = ر = ق − و



(٣) عند قذف الجسم أفقياً و اصطدامه بحائط رأسى :

ضغط الجسم على الأرض = رد فعل الأرض على الجسم = القوة الدفعية

أى أن : ض = ر = ق

إجابة حاول أن تحل (٦) صفحة ٢٢٢

جسم كتلته ٣٠٠ جم قذف رأسياً لأعلى بسرعة ٨٤٠ سم / ث من نقطة تقع أسفل سقف حجرة بمقدار ١١٠ سم فاصطدم بالسقف ، و أرتد إلى أرض الحجرة بعد $\frac{1}{2}$ ثانية من الارتداد أوجد دفع السقف للجسم علماً بأن ارتفاع السقف ٢٧٢,٥ سم ، و إذا كان زمن التلامس $\frac{1}{10}$ ثانية فأوجد القوة الدفعية

الحل

باعتبار أن اتجاه الارتداد هو الاتجاه الموجب للحركة

∵ ع^2 = ع$_0^2$ − ٢ ء ف

∴ ع^2 = (٨٤٠)^2 − ٢ × ٩٨٠ × ١١٠

و منها : ع = ٧٠٠ سم / ث

∴ ع$_1$ = − ٧٠٠ سم / ث " سرعة الجسم قبل الاصطدام بالسقف مباشرة "

، ∵ ف = ع$_0$ ن + $\frac{1}{2}$ ء ن^2

∴ ٢٧٢,٥ = ع$_0$ × $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ × ٩٨٠ × ($\frac{1}{2}$)^2 و منها : ع$_0$ = ٣٠٠ سم / ث

∴ ع$_2$ = ٣٠٠ سم / ث " سرعة الجسم بعد الاصطدام بالسقف مباشرة "

، ∵ د = ك (ع$_2$ − ع$_1$)

∴ د = ٣٠٠ × [٣٠٠ − (− ٧٠٠)] = ٣٠٠٠٠٠ جم . سم / ث

، ∵ د = ق ن ∴ ٣٠٠٠٠٠ = ق × $\frac{1}{10}$

و منها : ق = ٣٠٠٠٠٠٠ داين = ٣٠٠٠٠٠٠ ÷ ١٠^5 = ٣٠ نيوتن

إجابة تفكير ناقد صفحة ٢٢٢

كرة من الصلصال كتلتها ١ كجم سقطت من ارتفاع ٤٠ سم على ميزان ضغط و كان زمن الصدمة $\frac{1}{7}$ ثانية فأوجد قراءة الميزان علماً بأن : الكرة لم ترتد بعد الصدمة

الحل

باعتبار أن الاتجاه لأعلى هو الاتجاه الموجب للحركة

∵ $ع^2 = ع_0^2 + 2 ء ف$

∴ $ع^2 = ٠ - ٢ × ٩٨٠ × ٤٠$ و منها : ع = ٢٨٠ سم / ث

∴ $ع_1 = - ٢٨٠$ سم / ث " سرعة الكرة قبل الاصطدام بالميزان مباشرة "

، ∵ الكرة لم ترتد ∴ $ع_2$ = صفر ، ∵ د = ك ($ع_2 - ع_1$)

∴ د = ١٠٠٠ × [٠ - (- ٢٨٠)] = ٢٨٠٠٠٠ جم . سم / ث

، ∵ د = ق ن ∴ ٢٨٠٠٠٠ = ق × $\frac{1}{7}$

و منها : ق = ١٩٦٠٠٠٠ داين = ١٩٦٠٠٠٠ ÷ ١٠^5

= ١٩,٦ نيوتن = ١٩,٦ ÷ ٩,٨ = ٢ ث كجم

، ∵ ر = ق + و ، و = ١ ث كجم

∴ ر " قراءة الميزان " = ٢ + ١ = ٣ ث كجم

إجابة حاول أن تحل (٧) صفحة ٢٢٢

كرة تنس كتلتها ٤٠ جم تتحرك أفقياً بسرعة ٥٠ سم / ث أصطدمت بالمضرب فارتدت فى الاتجاه المضاد بسرعة ١١٠ سم / ث ، أوجد مقدار دفع المضرب على الكرة ، و إذا كان زمن تلامس الكرة مع المضرب $\frac{1}{49}$ من الثانية فما مقدار قوة دفع المضرب على الكرة

الحل

باعتبار أن اتجاه الارتداد هو الاتجاه الموجب للحركة

∴ $ع_1$ = - ٥٠ سم / ث ، $ع_2$ = ١١٠ سم / ث

، ∵ د = ك ($ع_2 - ع_1$)

∴ د = ٤٠ × [١١٠ - (- ٥٠)] = ٦٤٠٠ جم . سم / ث

، ∵ د = ق ن ∴ ٦٤٠٠ = ق × $\frac{1}{49}$

و منها : ق = ٣١٣٦٠٠ داين

حل تمارين (٣ - ١) صفحة ١٣٥ بالكتاب المدرسى

أولاً : أختر الاجابة الصحيحة من الاجابات المعطاة :

(١) إذا أثرت قوة مقدارها ١٦ نيوتن على جسم لمدة ربع ثانية فإن مقدار دفع القوة على الجسم بوحدة نيوتن . ث يساوى ....

(أ) ٤ (ب) ٣٢ (جـ) ٤٩ (ء) ٦٤

(٢) إذا مقدار دفع قوة ق على جسم لمدة $١٠^{-٤}$ يساوى ١٠ نيوتن . ث فإن مقدار ق يساوى ....

(أ) ١٠^3 داين (ب) ١٠^5 داين (جـ) ١٠^3 نيوتن (ء) ١٠^5 نيوتن

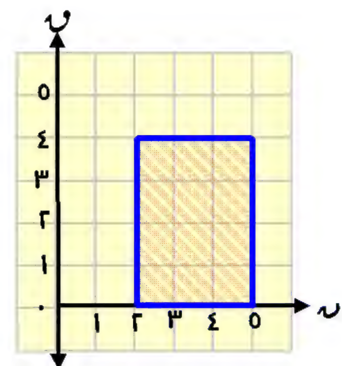
(٣) إذا أثرت القوتان $\overrightarrow{ق_1} = \overrightarrow{س} + ٥ \overrightarrow{ص} + ٧ \overrightarrow{ع}$ ، $\overrightarrow{ق_2} = ٢ \overrightarrow{س} - \overrightarrow{ص} - ٢ \overrightarrow{ع}$ على جسم لفترة زمنية قدرها ٢ ثانية فإن مقدار دفع القوى بوحدة نيوتن . ث يساوى ....

(أ) $٥\sqrt{٢}$ (ب) $١٠\sqrt{٢}$ (جـ) $٥٠\sqrt{٢}$ (ء) $١٠٠\sqrt{٢}$

(٤) إذا أثرت قوة ثابتة المقدار على جسم لفترة زمنية كما هو معطى فى الشكل المقابل فإن مقدار الدفع بوحدة نيوتن . ث يساوى ....

(أ) ٨ (ب) ١٢

(جـ) ٢٠ (د) ٥٠



(٥) إذا أثرت قوة مقدارها ٩٠ نيوتن على جسم كتلته ١٠ كجم لمدة ٥ ثوانٍ فإن مقدار التغير فى سرعة الجسم فى اتجاه القوة نفسه يساوى ....

(أ) ٤٥ م / ث (ب) ٥٠ م / ث (جـ) ٩٠ م / ث (د) ١٢٠ م / ث

(٦) جسم كتلته ٢٠ كجم موضوع على مستوى أفقى أملس فإذا تحرك هذا الجسم تحت تأثير قوة اتجاهها ثابت و يتغير مقدارها مع الزمن كما هو موضح بالشكل فإن مقدار الدفع لهذه القوة بعد ٤٠ ثانية بوحدة نيوتن . ث يساوى ....

(أ) ١٠٠٠ (ب) ٢٠٠٠

(جـ) ٣٠٠٠ (د) ٤٠٠٠

الحل

(١) د = ق ن = ١٦ × × $\frac{1}{4}$ = ٤ نيوتن . ث

(٢) ∵ د = ق ن ∴ ١٠ = ق × ١٠$^{-4}$ ∴ ق = ١٠^{5} نيوتن

∵ ق = ق$_1$ + ق$_2$ = ٣ س + ٤ ص + ٥ ع

∴ د = ق ن = (٣ س + ٤ ص + ٥ ع) × ٢

= ٦ س + ٨ ص + ١٠ ع

، مقدار الدفع = $\sqrt{36 + 64 + 100}$ = ١٠ $\sqrt{2}$ نيوتن . ث

(٤) د = مساحة المنطقة تحت المنحنى = ٤ × ٣ = ١٢ نيوتن . ث

(٥) ∵ د = ق ن = ك × التغير فى السرعة

∴ ٩٠ × ٥ = ١٠ × التغير فى السرعة ∴ التغير فى السرعة = ٤٥ م / ث

(٦) د = مساحة المنطقة تحت المنحنى

= $\frac{1}{2}$ × (٤٠ + ٢٠) × ١٠٠٠ = ٣٠٠٠ نيوتن . ث

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية :

(٧) أطلقت رصاصة كتلتها ٢٠ جم من بندقية أفقياً ، فإذا استمر مسارها داخل البندقية لمدة ٠,٥ ثانية ، و كان مقدار قوة دفع البندقية عليها ٢٠ نيوتن أوجد سرعة خروج الرصاصة من فوهة البندقية

الحل

باعتبار أن اتجاه خروج الرصاصة هو الاتجاه الموجب للحركة

∴ ع$_1$ = ٠ سم / ث ، ع$_2$ = سرعة خروج الرصاصة

، ∵ د = ق ن ∴ د = ٢٠ × ٠,٥ = ١٠ نيوتن . ث

، ∵ د = ك (ع$_2$ − ع$_1$)

∴ ١٠ = $\frac{20}{1000}$ × (ع$_2$ − ٠) و منها : ع$_2$ = ٥٠٠ م / ث

(٨) مدفع سريع الطلقات يطلق الصاصات رأسياً لأعلى كتلة الواحدة منها ٥٠٠ جم فإذا كان متوسط قوة دفع الغاز فى اسطوانة المدفع على الرصاصة هو ٢٥٠ نيوتن و تؤثر لمدة ٠,٢ ثانية حتى لحظة خروج الرصاصة من فوهة المدفع أحسب زمن وصول الرصاصة إلى أقصى ارتفاع مستخدماً العلاقة بين الدفع و كمية الحركة

الحل

باعتبار أن الاتجاه لأعلى هو الاتجاه الموجب للحركة

∴ $ع_١$ = ٠ سم / ث ، $ع_٢$ = سرعة خروج الرصاصة

، ∵ د = ق ن ∴ د = ٢٥٠ × ٠,٢ = ٥٠ نيوتن . ث

، ∵ د = ك ($ع_٢$ − $ع_١$)

∴ ٥٠ = $\frac{٥٠٠}{١٠٠٠}$ × ($ع_٢$ − ٠) و منها : $ع_٢$ = ١٠٠ م / ث

عند أقصى ارتفاع : $ع_٠$ = ١٠٠ م / ث ، ع = صفر

، ∵ ع = $ع_٠$ − ء ن ∴ ٠ = ١٠٠ − ٩,٨ ن

و منها : ن = $\frac{٤٩}{٥٠٠}$ ث

(٩) سقطت كرة من المطاط كتلتها ٢٠ جم من ارتفاع ٦,٤ متر من سطح الأرض فارتدت رأسياً إلى أعلى فإذا كان متوسط القوة التى تبذلها الأرض على الكرة ١٨٢ × $١٠^٤$ داين و أن زمن تلامس الكرة بالأرض ٠,٠٢ من الثانية فأوجد :

(أ) مقدار دفع الكرة للأرض

(ب) أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة بعد ارتدادها

الحل

(أ) ∵ د = ق ن

∴ د = ١٨٢ × $١٠^٤$ × ٠,٠٢

= ٣٦٤٠٠ داين . ث

(ب) باعتبار أن الاتجاه لأعلى هو الاتجاه الموجب للحركة

∵ $ع^٢$ = $ع_٠^٢$ + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٦,٤ = ١٢٥,٤٤

∴ $ع_١$ = − ١١,٢ م / ث = − ١١٢٠ سم / ث

، $ع_٢$ = سرعة ارتداد الكرة

، ∵ د = ك ($ع_٢$ − $ع_١$) ∴ ١٠ = $\frac{٢٠}{١٠٠٠}$ × [$ع_٢$ − (− ١١٢٠)]

و منها : $ع_٢$ = ٧٠٠ سم / ث = ٧ م / ث

عند أقصى ارتفاع : $ع_٠$ = ٧ م / ث ، ع = صفر

، ∵ $ع^٢$ = $ع_٠^٢$ − ٢ ء ف ∴ ٠ = $(٧)^٢$ − ٢ × ٩,٨ ف

و منها أقصى ارتفاع : ف = ٢,٥ متر

(١٠) تتحرك كرة ملساء كتلتها ٢٠٠ جم فى خط مستقيم على أرض أفقية ملساء بسرعة ١٠ م / ث فإذا اصطدمت الكرة بحائط رأسى و ارتدت بسرعة ٤ م / ث أوجد

(أ) مقدار دفع الحائط للكرة

(ب) مقدار قوة دفع الحائط للكرة إذا كان زمن تلامس الكرة بالحائط ٠,٠٥ من الثانية

الحل

(أ) باعتبار أن اتجاه الارتداد هو الاتجاه الموجب للحركة

∴ $ع_١$ = − ١٠ م / ث ، $ع_٢$ = ٤ م / ث

، ∵ د = ك ($ع_٢$ − $ع_١$)

∴ د = $\frac{٢٠٠}{١٠٠٠}$ × [٤ − (− ١٠)] = ٢,٨ كجم . م / ث

(ب) ∵ د = ق ن ∴ ٢,٨ = ق × ٠,٠٥

و منها : ق = ٥٦ نيوتن

(١١) عربة سكة حديد كتلتها ١٠ طن تسير بسرعة ١٨ كم / س صدمت حاجز الاصطدام و ارتدت بسرعة ٩ كم / س

أوجد مقدار دفع الحاجز للعربة

الحل

باعتبار أن اتجاه الارتداد هو الاتجاه الموجب للحركة

∴ $ع_1$ = − ١٨ × $\frac{٥}{١٨}$ = − ٥ م / ث ،

$ع_2$ = ٩ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢,٥ م / ث

، ∵ د = ك ($ع_2$ − $ع_1$)

∴ د = ١٠ × $١٠^{٣}$ × [٢,٥ − (− ٥)] = ٧٥ × $١٠^{٣}$ كجم . م / ث

(١٢) عربة ساكنة كتلتها ١ طن دفعت فى اتجاه حركتها بقوة ٢٠٠ ث كجم لمدة ٥ ثوانٍ ثم تركت العربة و شأنها فعادت إلى حالة السكون مرة أخرى بعد ١٥ ثانية أوجد مقدار المقاومة بفرض ثبوتها فى الحالتين و كذلك أقصى سرعة و صلتها العربة مستخدماً العلاقة بين الدفع و كمية الحركة

الحل

باعتبار الاتجاه الموجب للحركة كما هو مبين بالشكل المقابل

المرحلة الأولى من أ إلى ب :

$ع_1$ = ٠ ، $ع_2$ = سرعة العربة عند ب

، ∵ د = ك ($ع_2$ − $ع_1$)   ∴ د = ١ × $١٠^{٣}$ × ($ع_2$ − ٠)

∴ د = ١٠٠٠ $ع_2$ (١)   ، ∵ القوى المؤثرة على العربة = ق − م

∴ د = (ق − م) × ن = (٢٠٠ − م) × ٩,٨ × ٥   (٢)

من (١) ، (٢) ينتج : ١٠٠٠ $ع_2$ = ٩٨٠٠ − ٤٩ م   (٣)

المرحلة الثانية من ب إلى ء :

$ع_1$ = سرعة العربة عند ب ، $ع_2$ = ٠

، ∵ د = ك ($ع_2$ − $ع_1$)   ∴ د = ١ × $١٠^{٣}$ × (٠ − $ع_1$)

∴ د = − ١٠٠٠ $ع_1$ (٤)   ، ∵ القوى المؤثرة على العربة = − م

∴ د = − م ن = − م × ٩,٨ × ١٥   (٥)

من (٤) ، (٥) ينتج : − ١٠٠٠ $ع_1$ = − ١٤٧ م   ∴ ١٠٠٠ $ع_1$ = ١٤٧ م   (٦)

من (٣) ، (٦) ينتج : ٩٨٠٠ − ٤٩ م = ١٤٧ م   و منها : م = ٥٠ نيوتن

بالتعويض فى (٣) ينتج : ١٠٠٠ $ع_2$ = ٩٨٠٠ − ٤٩ × ٥٠

و منها : $ع_2$ = ٧,٣٥ م / ث

(١٣) قذفت كرة كتلتها ١ كجم رأسياً لأعلى و باتجاه سقف يرتفع عن نقطة القذف مسافة ٣٦٠ سم بسرعة مقدارها ١٤ م / ث فإذا اصطدمت بالسقف و ارتدت بسرعة ١٠ م / ث أوجد مقدار قوة دفع السقف على الكرة إذا كان زمن تلامس الكرة مع السقف ٠,٠٢ من الثانية

الحل

باعتبار الاتجاه رأسياً لأسفل هو الاتجاه الموجب للحركة

∵ $ع'^{٢}$ = $ع^{٢}$ − ٢ ء ف

= $(١٤)^{٢}$ − ٢ × ٩,٨ × ٣,٦ = ١٢٥,٤٤

∴ $ع_1$ = − ١١,٢ م / ث ، $ع_2$ = ١٠ م / ث

، ∵ د = ك ($ع_2$ − $ع_1$)

∴ د = ١ × [١٠ − (− ١١,٢)] = ٢١,٢ كجم . م / ث

، ∵ د = ق ن   ∴ ٢١,٢ = ق × ٠,٠٢

و منها : ق = ١٠٦٠ نيوتن

(١٤) مدفع سريع الطلقات يطلق ٦٠٠ رصاصة فى الدقيقة كتلة كل واحدة منها ٣٩,٢ جم بسرعة ١٢٦٠ كم / س

أحسب قوة رد الفعل المؤثر على المدفع بثقل الكيلوجرام

الحل

باعتبار الاتجاه الموجب للحركة كما هو مبين بالشكل المقابل

$ع_{٢} = ١٢٦٠ \times \frac{٥}{١٨} = ٣٥٠$ م / ث

عدد الرصاصات فى الثانية الواحدة = $\frac{٦٠٠}{٦٠}$ = ١٠ رصاصات

الكتلة الكلية فى الثانية الواحدة = ١٠ × ٣٩,٢ = ٣٩٢ جم

، ∵ د = ك ($ع_{٢} - ع_{١}$)

∴ د = $\frac{٣٩٢}{١٠٠٠}$ × (٣٥٠ − ٠) = ١٣٧,٢ كجم . م / ث

، ∵ د = ق ن ∴ ١٣٧,٢ = ق × ١

و منها : ق = ١٣٧,٢ نيوتن = ١٣٧,٢ ÷ ٩,٨ = ١٤ ث كجم

∴ قوة رد الفعل المؤثر على المدفع : ر = ق = ١٤ ث كجم

ى ، $ع_{١}$ ، $ع_{٢}$ ، ٣٩,٢ جم

(١٤) كرة كتلتها ١٥٠٠ جم سقطت من ارتفاع ٢,٥ متر على سطح سائل لزج فغاص فيه بسرعة منتظمة و قطعت مسافة ٧٠ سم فى ٠,٢ من الثانية أحسب مقدار دفع السائل على الكرة

الحل

باعتبار الاتجاه رأسياً لأسفل هو الاتجاه الموجب للحركة

∵ $ع^{٢} = ع_{٠}^{٢}$ + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٢,٥ = ٤٩

∴ $ع_{١}$ = ٧ م / ث

، ∵ السرعة فى السائل منتظمة ، ف = ع ن

∴ ٠,٧ = ع × ٠,٢ ∴ $ع_{٢}$ = ٣,٥ م / ث

، ∵ د = ك ($ع_{٢} - ع_{١}$)

∴ د = $\frac{١٥٠٠}{١٠٠٠}$ × (٣,٥ − ٧) = − ٢,٢٥ كجم . م / ث = − ٢٥٢ × $١٠^{٣}$ جم . سم / ث

$ع_{٠}$ = ٠ ، ١٥٠٠ جم ، ٢,٥ م ، ى ، $ع_{١}$ ، سطح السائل ، $ع_{٢}$ ، ٧٠ سم

(١٦) أثرت القوى $\overleftarrow{ق_{١}}$ = أ $\overleftarrow{س}$ − $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_{٢}}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ + ب $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_{٣}}$ = أ $\overleftarrow{س}$ + ٢ $\overleftarrow{ص}$ على جسم لمدة $\frac{١}{٢}$ ثانية و كان دفع هذه على الجسم يعطى بالعلاقة $\overleftarrow{د}$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$ أوجد قيمة أ ، ب

الحل

∵ $\overleftarrow{ق}$ = $\overleftarrow{ق_{١}}$ + $\overleftarrow{ق_{٢}}$ + $\overleftarrow{ق_{٣}}$ = (٢أ + ٣) $\overleftarrow{س}$ + (ب + ١) $\overleftarrow{ص}$

، $\overleftarrow{د}$ = $\overleftarrow{ق}$ ن

∴ ٢ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$ = [(٢أ + ٣) $\overleftarrow{س}$ + (ب + ١) $\overleftarrow{ص}$] × $\frac{١}{٢}$

∴ $\frac{١}{٢}$ (٢أ + ٣) = ٢ و منها : أ = $\frac{١}{٢}$

، $\frac{١}{٢}$ (ب + ١) = ٤ و منها : ب = ٧

(١٧) جسم كتلته ٢٠ جم سقط من ارتفاع ٤٠ سم عن سطح بركة من الماء فغاص فى الماء و قطع مسافة ٢١٠ سم خلال ثانية واحد بعجلة ٢,١ م/$ث^{٢}$ أوجد مقدار دفع الماء على الجسم نتيجة تصادمه بسطح الماء

الحل

باعتبار الاتجاه رأسياً لأسفل هو الاتجاه الموجب للحركة قبل أن يلامس الجسم سطح الماء مباشرة فإن :

∵ $ع^{٢} = ع_{٠}^{٢}$ + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩٨٠ × ٤٠ = ٨٧٤٠٠

∴ $ع_{١}$ = ٢٨٠ سم / ث

و هى السرعة قبل دخول الجسم الماء مباشرة

الحركة داخل الماء :

، ∵ ف = $ع_{٠}$ ن + $\frac{١}{٢}$ جـ $ن^{٢}$

∴ ٢١٠ = $ع_{٠}$ × ١ + $\frac{١}{٢}$ × ٢١٠ × $(١)^{٢}$

∴ $ع_{٢}$ = ١٠٥ سم / ث و هى السرعة بعد دخول الجسم الماء مباشرة

، ∵ د = ك ($ع_{٢} - ع_{١}$) ∴ د = ٢٠ × (١٠٥ − ٢٨٠) = − ٣٥٠٠ جم . سم / ث

∴ مقدار دفع الماء على الجسم نتيجة للتصادم = ٣٥٠٠ جم . سم / ث

$ع_{٠}$ = ٠ ، ٢٠ جم ، ٤٠ سم ، ى ، $ع_{١}$ ، سطح السائل ، $ع_{٢}$ ، ٢١٠ سم

٣ – ٢ التصادم

تمهيد :

يعتبر تصادم الأجسام تطبيقاً عملياً لكمية الحركة ، فعند تصادم جسمين فى غياب أى مؤثر خارجى فإن كل جسم سيغير من كمية حركة الجسم الآخر و بالتالى يؤثر كل جسم على الآخر بقوة و باعتبار أن التصادم لحظى (يستعرق وقتاً متناهياً فى الصغر) فإن هذه القوة هى نوع من القوى الدفعية و طبقاً لقانون نيوتن الثالث فإن القوتين متساويتين فى المقدار و متضادتين فى الاتجاه و خطا عملهما واحد و على ذلك فإن التغير فى كمية حركة الجسمين يظل ثابتاً و هو ما يعرف بقانون الحفاظ على كمية الحركة ، كما أن دفع الجسم الأول على الثانى يكون مساوياً فى المقدار و مضاد فى الاتجاه لدفع الجسم الثانى على الأول

أنواع التصادم :

هناك صور عديدة للتصادم منها المرن و غير المرن

أولاً : التصادم المرن :

إذا لم يحدث تشوه أو توليد حرارة نتيجة تصادم جسمين (لم يحدث فقد فى طاقة الحركة) يقال أن هذا التصادم مرن

فمثلاً :

عندما تصدم كرة بلياردو متحركة كرة أخرى ساكنة لها نفس الكتلة نجد أن : الكرة الأولى تسكن فى حين تتحرك الكرة الثانية بسرعة ابتدائية تساوى سرعة الكرة الأولى الابتدائية قبل التصادم أى أن كمية الحركة قد أنتقلت كلياً من الكرة الأولى إلى الكرة الثانية

تصادم الكرات الملساء :

يلاحظ أنه خلال عملية التصادم بين الأجسام أن المجموع الاتجاهى لكميات الحركة قبل التصادم و بعده يكون متساوياً

	قبل التصادم	التصادم	بعد التصادم
أ	→ ○ ○	→ ○○	→ ○ ○
ب	→ ○ ← ○	→← ○○	← ○ → ○
حـ	→ ○ → ○	→→ ○○	→ ○ → ○

ملاحظات :

(١) إذا تصادمت كرتان ملساوتان تصادماً مباشراً فإن التصادم بينهما يحدث عند نقطة تلامسهما

(٢) فى التصادم المباشر تكون السرعتان قبل التصادم مباشرة توازيان خط المركزين عند لحظة التصادم

(٣) إذا تصادمت كرتان ملساوتان تصادماً مباشراً فإن دفع الكرة الأولى على الكرة الثانية يساوى فى المقدار و يضاد فى الاتجاه لدفع الكرة الثانية على الكرة الأولى

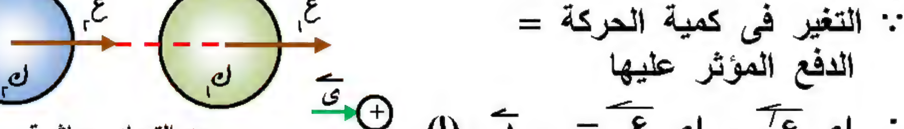
(٤) إذا تصادمت كرتان ملساوتان تصادماً مباشراً فإن التغير فى كمية حركة أى منهما يساوى الدفع المؤثر عليها

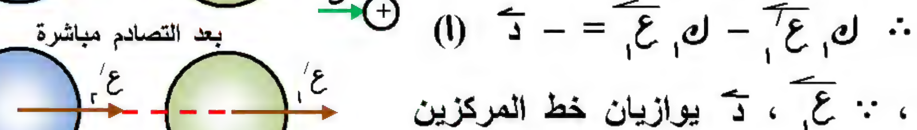
الحفاظ على كمية الحركة :

فى الشكل المقابل :

بفرض أن : كتلة الكرة الأولى $ك_1$ ، كتلة الكرة الثانية $ك_2$ ، و أن دفع $\overleftarrow{د}$ هو دفع الكرة الأولى على الثانية فيكون $-\overleftarrow{د}$ دفع الكرة الثانية على الأولى ، أن $\overleftarrow{ع_1}$ ، $\overleftarrow{ع_2}$ هما متجها سرعة الكرتين قبل التصادم مباشرة ،

$\overline{ع}'_1$ ، $\overline{ع}'_2$ هما متجها سرعة الكرتين بعد التصادم مباشرة على الترتيب





بالنسبة للكرة الأولى :

∵ التغير فى كمية الحركة = الدفع المؤثر عليها

∴ $ك_1 \overline{ع}'_1 - ك_1 \overline{ع}_1 = -\overline{د}$ (١)

، ∵ $\overline{ع}_1$ ، $\overline{د}$ يوازيان خط المركزين لأن التصادم مباشر

∴ $\overline{ع}'_1$ يوازى خط المركزين أيضاً

بالنسبة للكرة الأولى :

∵ التغير فى كمية الحركة = الدفع المؤثر عليها

∴ $ك_2 \overline{ع}'_2 - ك_2 \overline{ع}_2 = -\overline{د}$ (٢)

، ∵ $\overline{ع}_2$ ، $\overline{د}$ يوازيان خط المركزين لأن التصادم مباشر

∴ $\overline{ع}'_1$ يوازى خط المركزين أيضاً ، بجمع (١) ، (٢) ينتج :

$(ك_1 \overline{ع}'_1 - ك_1 \overline{ع}_1) + (ك_2 \overline{ع}'_2 - ك_2 \overline{ع}_2) = \overline{0}$

∴ $ك_1 \overline{ع}'_1 + ك_2 \overline{ع}'_2 = ك_1 \overline{ع}_1 + ك_2 \overline{ع}_2$

أى أن : مجموع كميتى الحركة بعد التصادم مباشرة = مجموع كميتى قبل التصادم مباشرة

و بالتالى فإنه : إذا تصادمت كرتان ملساوتان فإن مجموع كميتى لا يتغير نتيجة للتصادم

استخدام القياسات الجبرية :

يمكن استخدام القياسات الجبرية لمتجهات السرعة و الدفع و على ذلك يمكن اعادة صياغة العلاقات الثلاث السابقة على النحو الآتى :

$ك_1 ع'_1 - ك_1 ع_1 = -د$ ، $ك_2 ع'_2 - ك_2 ع_2 = د$

$ك_1 ع'_1 + ك_2 ع'_2 = ك_1 ع_1 + ك_2 ع_2$

ملاحظات :

(١) دفع الكرة الأولى على الثانية = التغير فى كمية حركة الكرة الثانية

(٢) دفع الكرة الثانية على الأولى = التغير فى كمية حركة الكرة الأولى

(٣) عند تطبيق العلاقات الثلاث السابقة يراعى :

١) فرض متجه وحدة فى اتجاه متجه سرعة الكرة الأولى قبل التصادم مباشرة مثلاً و عليه يتم تحديد إشارة القياسات الجبرية لكل السرعات

٢) توحيد وحدات الكتل و السرعات ، و لا أهمية لاستخدام وحدات معينة

إجابة حاول أن تحل (١) صفحة ٢٢٧

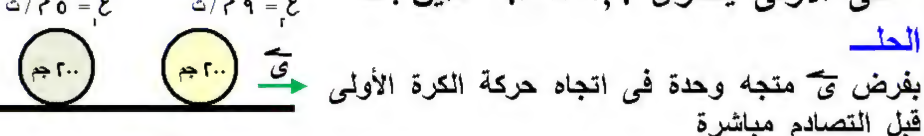
تتحرك كرتان ملساوتان كتلة كل منهما ٢٠٠ جم فى خط مستقيم واحد فى اتجاهين متضادين الأولى بسرعة ٥ م / ث و الثانية بسرعة ٩ م / ث فى نفس اتجاه الأولى فإذا تصادمت الكرتان

فعين سرعة كل منهما بعد التصادم مباشرة علماً بأن دفع الكرة الثانية على الأولى يساوى ٠,٦ × $١٠^{٥}$ داين . ث

الحل

بفرض $\overline{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة الكرة الأولى قبل التصادم مباشرة

∵ دفع الكرة الثانية على الأولى = ٠,٦ × $١٠^{٥}$ داين . ث



∴ دفع الكرة الأولى على الثانية = − ٠,٦ × $١٠^{٥}$ داين . ث

بالنسبة للكرة الأولى : ∵ د = $ك_{١}$ ($ع'_{١}$ − $ع_{١}$)

∴ ٠,٦ × $١٠^{٥}$ = ٢٠٠ ($ع'_{١}$ − ٥٠٠) و منها : $ع'_{١}$ = ٨٠٠ سم / ث

∴ سرعة الكرة الأولى بعد التصادم مباشرة = ٨٠٠ سم / ث

بالنسبة للكرة الثانية : ∵ د = $ك_{٢}$ ($ع'_{٢}$ − $ع_{٢}$)

∴ − ٠,٦ × $١٠^{٥}$ = ٢٠٠ ($ع'_{٢}$ − ٩٠٠) و منها : $ع'_{٢}$ = ٦٠٠ سم / ث

∴ سرعة الكرة الأولى بعد التصادم مباشرة = ٨٠٠ سم / ث

حل آخر : لايجاد سرعة الكرة الثانية بعد التصادم مباشرة

∵ $ك_{١}$ $ع'_{١}$ + $ك_{٢}$ $ع'_{٢}$ = $ك_{١}$ $ع_{١}$ + $ك_{٢}$ $ع_{٢}$

∴ ٢٠٠ × ٨٠٠ + ٢٠٠ × $ع'_{٢}$ = ٢٠٠ × ٥٠٠ + ٢٠٠ × ٩٠٠ ∴ $ع'_{٢}$ = ٦٠٠ سم / ث

ثانياً : التصادم غير المرن :

يقصد بالتصادم غير المرن أن يحدث تشوه أو تتولد حرارة أو تلتحم الأجسام نتيجة لعمية التصادم (لم يحدث فقد فى طاقة الحركة)

و بالرغم من كل هذا فإن كمية الحركة قبل التصادم و بعده تبقى كما هى دون تغير ، و تكون معادلة الاحتفاظ بكمية الحركة (فى حالة التحام الكتلتين) على الصورة :

$ك_{١}$ $\overleftarrow{ع_{١}}$ + $ك_{٢}$ $\overleftarrow{ع_{٢}}$ = ($ك_{١}$ + $ك_{٢}$) $\overleftarrow{ع}$ (باستخدام المتجهات)

$ك_{١}$ $ع'_{١}$ + $ك_{٢}$ $ع'_{٢}$ = ($ك_{١}$ + $ك_{٢}$) ع (باستخدام القياسات الجبرية)

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ٢٢٨

عربة قطار كتلتها ٦ طن تسير بسرعة ٢٥ م / ث اصطدمت بعربة قطار أخرى ساكنة كتلتها ٣ طن فإذا سارت العربتان بعد التصادم كجسم واحد احسب سرعتهما المشتركة حينئذ

الحل

$ع_{١}$ = ٢٥ م / ث $ع_{٢}$ = ٠

$ك_{١}$ = ٦٠٠٠ كجم ، $ك_{٢}$ = ٣٠٠٠ كجم

$ع_{١}$ = ٢٥ م / ث ، $ع_{٢}$ = صفر

باعتبار اتجاه العربة الأولى قبل التصادم موجباً ، و أن السرعة المشتركة بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ $ك_{١}$ $ع_{١}$ + $ك_{٢}$ $ع_{٢}$ = ($ك_{١}$ + $ك_{٢}$) ع

∴ ٦٠٠٠ × ٢٥ + ٣٠٠٠ × ٠ = (٦٠٠٠ + ٣٠٠٠) × ع و منها : ع = $\frac{٥٠}{٣}$ م / ث

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ٢٢٩

سقطت مطرقة كتلتها ٢,١ طن من ارتفاع ١,٦ متر على عمود من أعمدة الأساس كتلته ٣٥٠ كجم فتدفعه فى الأرض مسافة ١٢ سم فإذا تحركت المطرقة و العمود بعد التصادم كجسم واحد رأسياً إلى أسفل أحسب السرعة المشتركة لهما بعد التصادم ثم أحسب مقدار مقاومة الأرض بفرض أنها ثابتة



الحل

سرعة المطرقة قبل التصادم بالعمود مباشرة :

$ع^{٢}$ = $ع_{٠}^{٢}$ + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ١,٦

و منها : $ع_{١}$ = ٥,٦ م / ث

عند التصادم : نعتبر أن اتجاه سرعة المطرقة قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة لهما بعد التصادم مباشرة ع

∵ $ك_{١}$ $ع_{١}$ + $ك_{٢}$ $ع_{٢}$ = ($ك_{١}$ + $ك_{٢}$) ع

∴ ٢١٠٠ × ٥,٦ + ٣٥٠ × ٠ = ٢٤٥٠ ع

و منها : ع = ٤,٨ م / ث فى اتجاه حركة المطرقة

متوسط مقاومة الأرض :
بعد التصادم يتكون جسم واحد من المطرقة و العمود يتحرك بعجلة حـ مسافة ٠,١٢ متر سرعته الابتدائية ٤,٨ م / ث و يسكن أى سرعته النهائية = صفر

، ∵ ع٢ = ع٠٢ + ٢ حـ ف ∴ ٠ = (٤,٨)٢ + ٢ حـ × ٠,١٢

و منها : حـ = − ٩٦ م / ث٢

∴ معادلة حركة الجسم المكون من المطرقة و العمود هى :

(ك١ + ك٢) حـ = (ك١ + ك٢) ء − م

∴ ٢٤٥٠ × (− ٩٦) = ٢٤٥٠ × ٩,٨ − م

و منها : م = ٢٤٥٠ × ٩,٨ + ٢٤٥٠ × ٩٦ = ٢٥٩٢١٠ نيوتن

= ٢٥٩٢١٠ ÷ ٩,٨ = ٢٦٤٥٠ ث كجم = ٢٦,٤٥ ث طن

حل تمارين (٣ − ٢) صفحة ٢٣٠ بالكتاب المدرسى

أولاً : أكمل :

(١) إذا أثرت قوة $\overrightarrow{ق}$ على جسم ثابت الكتلة خلال فترة زمنية ىه فإن دفع هذه القوة يساوى ....

(٢) إذا أثرت قوة ثابتة على جسم لفترة زمنية متناهية فى الصغر فإن التغير فى كمية الحركة خلال هذه الفترة يساوى ....

(٣) إذا قيست الكتلة بالكيلوجرام و مقدار السرعة بالمتر / الثانية فإن وحدة مقدار الدفع تقاس بـ .... أو ....

(٤) إذا تصادمت كرتان ملساوتان و كانت سرعتهما قبل التصادم مباشرة توازيان خط المركزين عند لحظة التصادم فإن هذا التصادم يسمى ....

(٥) إذا تصادمت كرتان ملساوتان فإن مجموع كميتى الحركة قبل التصادم يساوى ....

الحل

(١) إذا أثرت قوة $\overrightarrow{ق}$ على جسم ثابت الكتلة خلال فترة زمنية ىه فإن دفع هذه القوة يساوى $\overrightarrow{ق}$ × ىه

(٢) إذا أثرت قوة ثابتة على جسم لفترة زمنية متناهية فى الصغر فإن التغير فى كمية الحركة خلال هذه الفترة يساوى دفع هذه القوة على الجسم

(٣) إذا قيست الكتلة بالكيلوجرام و مقدار السرعة بالمتر / الثانية فإن وحدة مقدار الدفع تقاس بـ كجم . م / ث أو نيوتن / ث

(٤) إذا تصادمت كرتان ملساوتان و كانت سرعتهما قبل التصادم مباشرة توازيان خط المركزين عند لحظة التصادم فإن هذا التصادم يسمى التصادم المباشر

(٥) إذا تصادمت كرتان ملساوتان فإن مجموع كميتى الحركة قبل التصادم يساوى مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

ثانياً : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة

(٦) مقدار الدفع بوحدة (داين . ث) الذى تؤثر به قوة على جسم كتلته ٢٠ جم لتغير سرعته من ١٠ سم / ث إلى ١٨ سم / ث فى نفس الاتجاه يساوى ....

(أ) ٨٠ (ب) ١٦٠ (حـ) ٢٨٠ (ء) ٥٦٠

(٧) إذا أثرت قوة مقدارها ٨ نيوتن على جسم ساكن كتلته ٤ كيلوجرام فإن السرعة التى يكتسبها الجسم فى نهاية ٥ ثوان من بدء الحركة يساوى ....

(أ) ٦,٤ م / ث (ب) ١٠ م / ث (حـ) ٢٠ م / ث (ء) ٤٠ م / ث

(٨) إذا أثرت قوة على جسم ساكن كتلته ٧٠٠ جم فغيرت سرعته من ٣٠ سم / ث إلى ٦٥ سم / ث فى نفس الاتجاه و كان زمن تأثيرها ١٠ ثوان فإن مقدار هذه القوة بوحدة ثقل الجرام يساوى ....

(أ) ٢,٥ (ب) ٢٥ (حـ) ١٢٢٥ (ء) ٢٤٥٠

الحل

(٦) د = ك (ع٢ – ع١) = ٢٠ × (١٨ – ١٠) = ١٦٠ جم . سم / ث

(٧) ∵ د = ق × ن = ٨ × ٥ = ٤٠ نيوتن . ث ، د = ك (ع٢ – ع١)

∴ ٤٠ = ٤ × (ع٢ – ٠)　　∴ ع٢ = ١٠ م / ث

(٨) ∵ د = ك (ع٢ – ع١) = ٧٠٠ × (٦٥ – ٣٠) = ٢٤٥٠٠ جم . سم / ث

، ∵ د = ق × ن　　∴ ٢٤٥٠٠ = ق × ١٠

∴ ق = ٢٤٥٠ داين = ٢٤٥٠ ÷ ٩,٨ = ٢,٥ ث جم

(٩) جسم كتلته ٤٠٠ جم أثرت عليه قوة فغيرت سرعته من ٢٥ سم / ث إلى ٥٥ سم / ث فى نفس الاتجاه أوجد مقدار دفع هذه القوة

الحل

∵ د = ك (ع٢ – ع١)

∴ د = = ٤٠٠ × (٥٥ – ٢٥) = ١٢٠٠٠ جم . سم / ث

(١٠) أثرت قوة على جسم كتلته ١٥٠ جم يتحرك بسرعة ٢٠ سم / ث فغيرت سرعته إلى ١٠ سم / ث فى عكس اتجاه حركته الأولى أوجد مقدار دفع هذه القوة على الجسم

الحل

∵ د = ك (ع٢ – ع١)

∴ د = ٤٠٠ × [٢٠ – (– ٢٠)] = ٤٥٠٠ جم . سم / ث

(١١) سقطت كرة كتلتها ٨٠٠ جم من ارتفاع ٢,٥ متر على سطح سائل لزج فغاصت فيه بسرعة منتظمة مقدارها ٢ م / ث أحسب دفع السائل على الكرة

الحل

باعتبار الاتجاه رأسياً لأسفل هو الاتجاه الموجب للحركة

∵ ع١َ٢ = ع٢٠ + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٢,٥ = ٤٩

∴ ع١ = ٧ م / ث

، ع٢ = ٢ م / ث

، ∵ د = ك (ع٢ – ع١)

∴ د = $\frac{٨٠٠}{١٠٠٠}$ × (٢ – ٧) = – ٤ كجم . م / ث

∴ دفع السائل على الكرة = ٤ كجم . م / ث

(١٢) تتحرك كرة ملساء كتلتها ٣٠٠ جم على أرض أفقية بسرعة ٨ م / ث فإذا اصطدمت الكرة بحائط رأسى أملس و ارتدت بسرعة ٥ م / ث أوجد مقدار دفع الحائط للكرة و إذا كان زمن تلامس الكرة بالحائط (ب) $\frac{١}{٢٠}$ من الثانية فما مقدار مقدار قوة دفع الحائط للكرة

الحل

باعتبار أن اتجاه الارتداد هو الاتجاه الموجب للحركة

∴ ع١ = – ٨ م / ث ، ع٢ = ٥ م / ث

، ∵ د = ك (ع٢ – ع١)

∴ د = $\frac{٣٠٠}{١٠٠٠}$ × [٥ – (– ٨)] = ٣,٩ كجم . م / ث

، ∵ د = ق ن　　∴ ٣,٩ = ق × $\frac{١}{٢٠}$　　∴ ق = ٧٨ نيوتن

(١٣) تتحرك كرتان كتلتاهما ٣٠ جم ، ٩٠ جم فى خط مستقيم على نضد و فى اتجاهين متضادين فاصطدمت الكرتان عندما كانت سرعتاهما ٥٠ سم / ث ، ع سم / ث على الترتيب و كونا جسماً واحداً تحرك بعد التصادم مباشرة بسرعة ١٠ سم / ث فى اتجاه الكرة الكبرى

أحمد الشتوى

احسب مقدار ع و إذا كانت مقاومة الحركة للجسم الجديد هى ٣٠٠ داين أوجد المسافة التى يقطعها قبل أن يسكن

الحل

باعتبار اتجاه الكرة الكبرى قبل التصادم موجباً و أن سرعة الجسم الجديد بعد التصادم مباشرة $ع_٣$

∵ $ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = (ك_١ + ك_٢) ع_٣$

∴ ٣٠ × ٥٠ + ٩٠ × (– ع) = (٣٠ + ٩٠) × ١٠

و منها : ع = ٣٠ سم / ث

معادلة حركة الجسم الجديد هى : ($ك_١ + ك_٢$) حـ = – م

∴ ١٢٠ حـ = – ٣٠٠ ∴ حـ = – $\frac{٥}{٢}$ سم / ث٢ ، ∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢$ حـ ف

∴ ٠ = (١٠)٢ + ٢ × (– $\frac{٥}{٢}$) × ف و منها : ف = ٢٠ سم

(١٤) سقطت مطرقة كتلتها طن واحد من ارتفاع ٤,٩ متر رأسياً على عمود من أعمدة الأساس كتلته ٤٠٠ كجم فدكته رأسياً فى الأرض مسافة ١٠ سم فإذا تحركت المطرقة و العمود كجسم واحد بعد التصادم أحسب السرعة المشتركة ، ثم أوجد مقاومة الأرض بفرض ثبوتها بثقل الكيلوجرام

الحل

سرعة المطرقة قبل التصادم بالعمود مباشرة :

$ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢$ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٤,٩

و منها : $ع_١$ = ٩,٨ م / ث

عند التصادم : نعتبر أن اتجاه سرعة المطرقة قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة لهما بعد التصادم مباشرة ع

∵ $ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = (ك_١ + ك_٢)$ ع

∴ ١٠٠٠ × ٩,٨ + ٤٠٠ × ٠ = ١٤٠٠ ع

و منها : ع = ٧ م / ث فى اتجاه حركة المطرقة

متوسط مقاومة الأرض :

بعد التصادم يتكون جسم واحد من المطرقة و العمود يتحرك بعجلة حـ مسافة ٠,١ متر سرعته الابتدائية ٧ م / ث و يسكن أى سرعته النهائية = صفر

، ∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢$ حـ ف ∴ ٠ = (٧)٢ + ٢ حـ × ٠,١

و منها : حـ = – ٢٤٥ م / ث٢

∴ معادلة حركة الجسم المكون من المطرقة و العمود هى :

($ك_١ + ك_٢$) حـ = ($ك_١ + ك_٢$) ء – م

∴ ١٤٠٠ × (– ٢٤٥) = ١٤٠٠ × ٩,٨ – م

و منها : م = ١٤٠٠ × ٩,٨ + ١٤٠٠ × ٢٤٥ = ٣٥٦٧٢٠ نيوتن

= ٣٥٦٧٢٠ ÷ ٩,٨ = ٣٦٤٠٠ ث كجم

(١٥) اصطدمت كرتان تتحركان فى خط مستقيم أفقى فى اتجاهين متضادين الأولى كتلتها ٥ كجم و سرعتها ٤٠ سم / ث و الثانية كتلتها ٦ كجم و سرعتها ٥٠ سم / ث ، فإذا تحركت الكرة الأولى فى عكس اتجاه حركتها بسرعة ٢٠ سم / ث فأثبت أن الكرة الثانية تسكن بعد التصادم مباشرة ، و ما مقدار دفع الكرة الثانية على الكرة الأولى

الحل

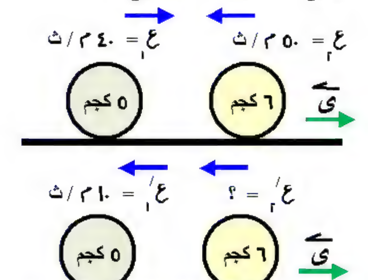
باعتبار اتجاه الكرة الأولى قبل التصادم موجباً

∵ $ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = ك_١ ع_١^/ + ك_٢ ع_٢^/$

∴ ٥ × ٤٠ + ٦ × (– ٥٠) =

٥ × (– ٢٠) + ٦ × $ع_٢^/$

و منها : $ع_٢^/$ = صفر



أى أن : الكرة الثانية تسكن بعد التصادم مباشرة

دفع الكرة الثانية على الأولى : − د = ك$_1$ (ع$_1^{/}$ − ع$_1$)

∴ − د = ٥ × [(− ٠,٢) − ٠,٤]

∴ − د = − ٣ كجم . م / ث   ∴ د = ٣ كجم . م / ث

(١٦) كرتان ملساوتان كتلة الأولى ٥٠ جرام و كتلة الثانية ٤٠ جرام و إزاحة الأولى ف$_1$ = ٣٠٠ ن س ، و إزاحة الثانية ف$_2$ = − ١٥٠ ن س حيث ف مقاسة بالسنتيمتر و الزمن بالثانية فإذا تصادمت الكرتان و كونتا جسماً واحداً عقب التصادم مباشرة أحسب السرعة المشتركة لهذا الجسم ثم أحسب قوة التضاغط بين الكرتين إذا كان زمن التصادم $\frac{1}{6}$ من الثانية

ع$_1$ = ٣٠٠ سم/ث   ع$_2$ = ١٥٠ سم/ث
٥٠ جم   ٤٠ جم   ى

الحل

∵ ع = $\frac{ءف}{ءن}$

∴ ع$_1$ = ٣٠٠ س ، ع$_2$ = − ١٥٠ س

باعتبار اتجاه الكرة الأولى قبل التصادم موجباً

و أن سرعة الجسم الجديد بعد التصادم مباشرة ع

∵ ك$_1$ ع$_1$ + ك$_2$ ع$_2$ = (ك$_1$ + ك$_2$) ع$_3$

∴ ٥٠ × ٣٠٠ + ٤٠ × (− ١٥٠) = (٥٠ + ٤٠) × ع

و منها : ع = ١٠٠ سم / ث

∵ دفع الكرة الأولى على الثانية = التغير فى كمية حركة الكرة الثانية

∴ ق × $\frac{1}{6}$ = ٤٠ × [١٠٠ − (− ١٥)]   ∴ ق = ٦٠٠٠٠ داين

(١٧) تتحرك كرة صغيرة كتلتها ٣٠ جرام فى خط مستقيم بسرعة منتظمة ١٣ م / ث ، و بعد ٤ ثوان من مرورها بموضع معين تحركت كرة أخرى كتلتها ١٠ جرام من هذا الموضع و فى نفس اتجاه حركة الكرة الأولى بسرعة إبتدائية ٤ م / ث و بعجلة ٢ م / ث^2 فإذا كونتا جسماً واحداً بعد التصادم مباشرة أحسب السرعة المشتركة للجسم ، و إذا لاقى هذا الجسم مقاومة ثابتة على المستوى الأفقى مقدارها ٤ ثقل جرام أحسب متى يسكن هذا الجسم

الحل

ع$_1$ = ٣٠ م/ث   ع$_2$ = ١٣ م/ث
١٠ جم   ٣٠ جم   ى

نفرض أن : الكرة الثانية تلحق بالكرة الأولى بعد ن ث من حركتها أى بعد (ن + ٤) ث من حركة الأولى

بالنسبة للكرة الأولى :

تتحرك بسرعة منتظمة ، ∵ ف = ع × ن

∴ ف$_1$ = ١٣ × (ن + ٤) = (١٣ ن + ٥٢) م

بالنسبة للكرة الثانية :

تتحرك بعجلة منتظمة ، ∵ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ جـ ن^2

∴ ف$_2$ = ٤ ن + $\frac{1}{2}$ × ٢ ن^2 = ٤ ن + ن^2

تتصادم الكرتان عندما : ف$_1$ = ف$_2$ أى عندما :

١٣ ن + ٥٢ = ٤ ن + ن^2 ∴ ن^2 − ٩ ن − ٥٢ = ٠

∴ (ن − ١٣) (ن + ٤) = ٠   ∴ ن = ١٣ ، ∴ ن = − ٤ مرفوض

، ∵ ع = ع. + جـ ن   ∴ ع = ٤ + ٢ × ١٣ = ٣٠ م / ث

أى أن : سرعة الكرة الثانية قبل التصادم مباشرة = ٣٠ م / ث

باعتبار اتجاه الكرة الأولى قبل التصادم موجباً

، ∵ ك$_1$ ع$_1$ + ك$_2$ ع$_2$ = (ك$_1$ + ك$_2$) ع$_3$

∴ ٣٠ × ١٣ + ١٠ × ٣٠ = (٣٠ + ١٠) × ع

و منها : ع = $\frac{٦٩}{٤}$ م / ث

معادلة حركة الجسم الجديد هى : (ك١ + ك٢) حـ = – م

ع٢ = ١٠ م / ث　　٤٠ جم　　م

∴ ٤٠ حـ = – ٤ × ٩,٨　　∴ حـ = – ٩٨ م / ث²

، ∵ ع = ع٠ + حـ ن

∴ ٠ = ٦٩/٤ + (– ٩٨) × ن　　و منها : ن ≃ ١٧,٦ ث

(١٨) جسم كتلته ١ كجم موضوع على سطح أفقى أملس أثرت عليه قوة مقدارها ٨ نيوتن لمدة ١/٢ ثانية و أثناء انقطاع تأثير القوة اصطدم هذا الجسم بجسم آخر ساكن كتلته ٢ كجم فإذا أرتد الجسم الأول بسرعة ٢ م / ث أوجد سرعة الجسم الثانى بعد التصادم مباشرة

الحل

ع١ = ٤ م / ث　　ع٢ = ٠　　١ كجم　　٢ كجم　　ى

ع١/ = ٢ م / ث　　ع٢/ = ؟　　١ كجم　　٢ كجم　　ى

∵ التغير فى كمية حركة الجسم الأول
= الدفع المؤثر عليه

∴ ك١ (ع١/ – ع١) = ق × ن

∴ ٤ × (٤ – ع١) = ٤ × ١/٢

و منها : ع١ = ٤ م / ث

باعتبار اتجاه الجسم الأول قبل التصادم موجباً

، ∵ ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = ك١ ع١/ + ك٢ ع٢/

∴ ١ × ٤ + ٢ × ٠ = ١ × (– ٢) + ٢ × ع٢/

و منها : ع٢/ = ٣ م / ث　　فى نفس اتجاه حركة الجسم الأول قبل التصادم

حل تمارين عامة صفحة ٢٣٣ بالكتاب المدرسى

أولاً :

(١) عرف كلاً من : الدفع و كمية الحركة و أذكر العلاقة بينهما

(٢) عرف التصادم المرن و التصادم غير المرن و أعط مثالاً لكل منهما

(٣) وضح كيف يمكن باستخدام مفهوم كمية الحركة الأقلال من حوادث المرور

الحل

(١) الدفع هو : حاصل ضرب متجه القوة المؤثرة على جسم فى زمن تأثير هذه القوة
أى أن : د→ = ق→ ن　　و بالقياسات الجبرية : د = ق × ن

كمية الحركة : هى كمية متجهة مقدارها يساوى حاصل ضرب كتلة جسم فى سرعة هذا الجسم و اتجاهها هو اتجاه السرعة نفسه
أى أن : م→ = ك ع→　　و بالقياسات الجبرية : م = ك × ع

العلاقة بين الدفع و كمية الحركة :
الدفع = التغير فى كمية الحركة　أى أن : ق × ن = ك (ع٢ – ع١)

(٢) التصادم المرن : هو التصادم الذى لا يُحدث تشوه أو توليد حرارة و لا يُحدث فقد فى طاقة الحركة مثل : تصادم كرة أو جسم بالأرض أو سقف حجرة
التصادم غير المرن : هو التصادم الذى يُحدث تشوه أو توليد حرارة و يُحدث فقد فى طاقة الحركة مثل : تصادم مطرقة تسقط على حجر أساس

(٣) حيث أن كمية حركة الجسم تزداد بزيادة كتلته أو سرعته لذا يجب ضرورة انقاص السرعة إذا كانت العربات كتلتها كبيرة فمثلاً عربات النقل يجب أن تكون سرعتها أقل من العربات الصغيرة
يجب إيقاف العربات بعد التصادم لتقليل انتقال كمية الحركة بينها
يجب تقليل زمن التصادم لتقل القوة الدفعية بين العربات المتصادمة

ثانياً : أختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة

(٤) إذا قيست الكتلة بالكيلوجرام و السرعة بالمتر / ث
فإن وحدة قياس الدفع تكون ....
(ﺃ) كجم . ث (ب) نيوتن . ث (حـ) داين . ث (ء) نيوتن . متر / ث

(٥) الدفع هو ....
(ﺃ) التغير فى القوة المؤثرة على الجسم
(ب) فترة تأثير القوة على الجسم
(حـ) التغير فى سرعة الجسم
(ء) التغير فى كمية حركة الجسم

(٦) تُعرف كمية الحركة بأنها حاصل ضرب كلاً من ....
(ﺃ) كتلة الجسم و سرعته
(ب) كتلة الجسم و عجلة حركته
(حـ) كتلة الجسم و زمن تأثيرها
(ء) كتلة الجسم و المسافة التى قطعها

(٧) إذا أثرت قوة على جسم كتلته ٣٠٠ جم فغيرت سرعته من ٢٠ سم / ث إلى ٤٥ سم / ث فى نفس الاتجاه فإن مقدار دفع هذه القوة للجسم يساوى .... جم . سم / ث
(ﺃ) $٧,٥ \times ١٠^{٢}$ (ب) $٧,٥ \times ١٠^{٣}$
(حـ) $٢,٧ \times ١٠^{٥}$ (ء) $٢,٩٤ \times ١٠^{٦}$

(٨) اصطدمت كرة كتلتها ٣٠٠ جم و متحركة على أرض أفقية بسرعة ٦٠ سم / ث اصطدمت تصادماً مباشراً بحائط رأسى فأثر عليها بدفع مقداره ٤٨٠٠٠ داين . ث فإن سرعة ارتداد الكرة من الحائط يساوى .... سم / ث

(٩) إذا أثرت القوتان $\overrightarrow{ق}_1 = ٢ \overrightarrow{س} - ١٤ \overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق}_2 = ٣ \overrightarrow{س} + ٢ \overrightarrow{ص}$
و كل من $\overrightarrow{ق}_1$ ، $\overrightarrow{ق}_2$ بوحدة النيوتن على جسم لمدة $\frac{١}{٢}$ ثانية
فإن مقدار القوى بوحدة نيوتن . ثانية يساوى ....
(ﺃ) $٦\frac{١}{٢}$ (ب) $٧\frac{١}{٢}$ (حـ) ٩ (ء) ١٣

الحل

(٤) وحدة قياس الدفع هى : نيوتن . ث
(٥) الدفع هو : التغير فى كمية حركة الجسم
(٦) كمية الحركة هى حاصل ضرب كتلة الجسم و سرعته
(٧) $د = ك (ع_2 - ع_1) = ٣٠٠ \times (٤٥ - ٢٠) = ٧,٥ \times ١٠^{٣}$ جم . سم / ث
(٨) باعتبار أن اتجاه الارتداد هو الاتجاه الموجب للحركة
∴ $ع_1 = - ٦٠$ سم / ث ، ∵ $د = ك (ع_2 - ع_1)$
∴ $٤٨٠٠٠ = ٣٠٠ \times [ع_2 - (- ٦٠)]$
و منها : $ع_2 = ١٠٠$ سم / ث
(٩) ∵ $\overrightarrow{ق} = \overrightarrow{ق}_1 + \overrightarrow{ق}_2 = ٥ \overrightarrow{س} - ١٢ \overrightarrow{ص}$
∴ $\overrightarrow{د} = \overrightarrow{ق} \, ن = (٥ \overrightarrow{س} - ١٢ \overrightarrow{ص}) \times \frac{١}{٢}$
$= \frac{٥}{٢} \overrightarrow{س} - ٦ \overrightarrow{ص}$ ∴ $د = \sqrt{\frac{٢٥}{٤} + ٣٦} = ٦\frac{١}{٢}$ نيوتن . ث

ثالثاً : أجب عن الأسئلة الآتية :

(١٠) كرة من المطاط كتلتها ٥٠٠ جم تتحرك فى خط مستقيم اصطدمت بحائط رأسى و ارتدت بسرعة ١٥ سم / ث على نفس المستقيم فإذا كان متوسط القوة بينها و بين الحائط ١٠ ث كجم و زمن التلامس بينهما $\frac{١}{١٠}$ ثانية فأوجد سرعة الكرة قبل لحظة التصادم بالحائط مباشرة

الحل

باعتبار أن اتجاه الارتداد هو الاتجاه الموجب للحركة

∴ $ع_{٢}$ = ١٥٠ سم / ث ، ∵ د = ق × ن

∴ د = ١٠ × ١٠٠٠ × ٩٨٠ × $\frac{١}{٥٠}$ = ١٩٦٠٠٠ داين . ث

، ∵ د = ك ($ع_{٢}$ − $ع_{١}$) ∴ ١٩٦٠٠ = ٥٠٠ × (١٥٠ − $ع_{١}$)

و منها : $ع_{١}$ = − ٢٤٢ سم / ث

أى أن : سرعة الكرة قبل لحظة اصطدامها بالحائط مباشرة = ٢٤٢ سم / ث

(١١) سقطت كرة من المطاط كتلتها ٢٠٠ جم من ارتفاع ٣,٦ متر من سطح الأرض فارتدت بعد الصدمة إلى ارتفاع ٢,٥ متر أوجد مقاومة الأرض للكرة بثقل الكيلوجرام إذا علم أن زمن الصدمة $\frac{١}{٧}$ ثانية

الحل

باعتبار أن الاتجاه لأعلى هو الاتجاه الموجب للحركة

∵ $ع^{٢}$ = $ع_{٠}^{٢}$ + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٣,٦

∴ $ع_{١}$ = − ٨,٤ م / ث " سرعة وصول الكرة للأرض "

، $ع^{٢}$ = $ع_{٠}^{٢}$ − ٢ ء ف ∴ ٠ = $ع_{٢}^{٢}$ − ٢ × ٩,٨ × ٢,٥

و منها : $ع_{٢}$ = ٧ م / ث " سرعة ارتداد الكرة "

∵ ق ن = ك ($ع_{٢}$ − $ع_{١}$)

∴ ق × $\frac{١}{٧}$ = $\frac{٢٠٠}{١٠٠٠}$ × [٧ − (− ٨,٤)] و منها : ق = ٢١,٥٦ نيوتن

، مقاومة الأرض = ق + و = ٢١,٥٦ + ٠,٢ × ٩,٨ = ٢٣,٥٢ نيوتن

= ٢٣,٥٢ ÷ ٩,٨ = ٢,٤ ث كجم

(١٢) سقطت كرة من المطاط كتلتها ١ كجم من ارتفاع ٤,٩ متر على سطح أرض أفقية صلبة فارتدت إلى أقصى ارتفاع لها و هو ٢,٥ متر أحسب مقدار التغير فى كمية حركتها نتيجة اصطدامها بالأرض ثم أوجد مقدار رد فعل الأرض بالنيوتن إذا علم أن زمن الصدمة ٠,١ ثانية

الحل

باعتبار أن الاتجاه لأعلى هو الاتجاه الموجب للحركة

∵ $ع^{٢}$ = $ع_{٠}^{٢}$ + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٤,٩

∴ $ع_{١}$ = − ٩,٨ م / ث " سرعة وصول الكرة للأرض "

، $ع^{٢}$ = $ع_{٠}^{٢}$ − ٢ ء ف ∴ ٠ = $ع_{٢}^{٢}$ − ٢ × ٩,٨ × ٢,٥

و منها : $ع_{٢}$ = ٧ م / ث " سرعة ارتداد الكرة "

∴ التغير فى كمية الحركة = ك ($ع_{٢}$ − $ع_{١}$)

= ١ × [٧ − (− ٩,٨)] = ١٦,٨ كجم . م / ث

، ∵ ك ($ع_{٢}$ − $ع_{١}$) = ق ن ∴ ١٦,٨ = ق × ٠,١

و منها : ق = ١٦٨ نيوتن

، رد فعل الأرض = ق + و = ١٦٨ + ١ × ٩,٨ = ١٧٧,٨ نيوتن

(١٣) كرة كتلتها ٤٠٠ جم تتحرك بسرعة ٧٠ سم / ث صطدمت كرة أخرى ساكنة فبدأت تتحرك عقب الصدمة بسرعة ٣٥ سم / ث فى نفس اتجاه حركة الأولى ، أثبت أن الكرة الأولى تسكن عقب الصدمة ، ثم أوجد قوة الصدمة على أى من الكرتين مقدرة بثقل الجرام إذا كان زمن الصدمة $\frac{١}{٧}$ ثانية

الحل

باعتبار اتجاه الكرة الأولى قبل التصادم موجباً

$\because$ ك، ع، + ك٢ ع٢ = ك، ع،َ + ك٢ ع٢َ

$\therefore$ ٤٠٠ × ٧٠ + ٨٠٠ × ٠ =

٤٠٠ × ع،َ + ٨٠٠ × ٣٥

و منها : ع،َ = صفر أى أن : الكرة الأولى تسكن عقب الصدمة

، $\because$ التغير فى كمية حركة الكرة الأولى = الدفع المؤثر عليه

$\therefore$ ك، (ع، − ع،َ) = ق × ن $\therefore$ ٤٠٠ × (٧٠ − ٠) = ق × $\frac{1}{7}$

و منها : ق = ١٩٦٠٠٠ داين = ١٩٦٠٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٢٠٠ ث جم

(١٤) كرتان كتلتاهما ١٠٠ جم ، ٥٠ جم تتحركان فى خط مستقيم على فى اتجاهين متضادين تصادمت الكرتان عندما كانت سرعة الأولى مقدارها ٥٠ سم / ث و سرعة الكرة الثانية مقدارها ٣٠ سم / ث فإذا ارتدت الكرة الثانية عقب التصادم مباشرة بسرعة ٤٠ سم / ث أوجد مقدار و اتجاه الكرة الأولى عقب التصادم مباشرة ثم أوجد مقدار دفع أى من الكرتين للأخرى

الحـــل

باعتبار اتجاه الكرة الكبرى قبل التصادم موجباً

$\because$ ك، ع، + ك٢ ع٢ = ك، ع،َ + ك٢ ع٢َ

$\therefore$ ١٠٠ × ٥٠ + ٥٠ × (− ٣٠)

= ١٠٠ × ع،َ + ٥٠ × ٤٠

و منها : ع،َ = ١٥ سم / ث

فى نفس اتجاهها قبل التصادم

، $\because$ دفع الكرة الثانية على الأولى = التغير فى كمية حركة الأولى

$\therefore$ دفع الكرة الثانية على الأولى = ك، (ع،َ − ع،)

= ١٠٠ × (١٥ − ٥٠) = ٣٥٠٠ جم . سم / ث

(١٥) أطلقت رصاصة كتلتها ٢٠ جم بسرعة أفقية مقدارها ٥٠٫٥ م / ث على قطعة خشبية كتلتها ٢ كجم موضوعة على نضد أفقى فأستقرت فيها و كونتا جسماً واحداً أوجد سرعة هذا الجسم بعد التصادم مباشرة و إذا ارتد هذا الجسم بسرعة ٢ سم / ث بعد اصطدامه بحاجز ثابت على النضد و عمودى على اتجاه الحركة فأوجد دفع الحاجز على الجسم علماً بأن المقاومة الكلية تساوى ١٫٠١ نيوتن و أن الحاجز يبعد ٢٤ سم عن موضع القطعة الخشبية قبل اطلاق الرصاصة

الحـــل

باعتبار اتجاه الرصاصة قبل التصادم موجباً و أن سرعة الجسم الجديد بعد التصادم مباشرة ع

$\because$ ك، ع، + ك٢ ع٢ = (ك، + ك٢) ع٣

$\therefore$ ٠٫٠٢ × ٥٠٫٥ + ٢ × ٠ = (٠٫٠٢ + ٢) × ع

و منها : ع = ٠٫٥ م / ث

معادلة حركة الجسم هى :

(ك، + ك٢) جـ = − م

$\therefore$ ٢٫٠٢ جـ = − ١٫٠١ $\therefore$ جـ = − ٠٫٥ م / ث٢

، $\because$ ع٢ = ع٠٢ + ٢ جـ ف $\therefore$ ع٢ = (٠٫٥)٢ + ٢ × (− ٠٫٥) × ٠٫٢٤

و منها : ع = ٠٫١ م / ث " سرعة وصول الجسم للحاجز "

، $\because$ الجسم ارتد بسرعة = ٢ سم / ث = ٠٫٠٢ م / ث

$\therefore$ دفع الحاجز على الجسم = التغير فى كمية حركة الجسم

= ٢٫٠٢ × [(− ٠٫٠٢) − (٠٫١)]

= ٠٫٢٤٢٤ كجم . م / ث

(١٦) سقطت مطرقة كتلتها ٢١٠ كجم من ارتفاع ٩٠ سم على عمود من أعمدة الأساس كتلته ١٤٠ كجم فتدفعه فى الأرض مسافة ١٨ سم فإذا تحركت المطرقة و العمود كجسم واحد بعد التصادم أحسب السرعة المشتركة لهما ثم أوجد بثقل الكيلوجرام متوسط مقاومة الأرض بفرض أنها ثابتة

الحل

سرعة المطرقة قبل التصادم بالعمود مباشرة :

$ع^{٢} = ع_{٠}^{٢} + ٢ ء ف$ = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٠,٩

و منها : $ع_{١}$ = ٤,٢ م / ث

عند التصادم : نعتبر أن اتجاه سرعة المطرقة قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة لهما بعد التصادم مباشرة ع

∵ $ك_{١} ع_{١} + ك_{٢} ع_{٢} = (ك_{١} + ك_{٢}) ع$

∴ ٢١٠ × ٤,٢ + ١٤٠ × ٠ = ٣٥٠ ع

و منها : ع = ٢,٥٢ م / ث فى اتجاه حركة المطرقة

متوسط مقاومة الأرض :

بعد التصادم يتكون جسم واحد من المطرقة و العمود يتحرك بعجلة حـ مسافة ٠,١٨ متر سرعته الابتدائية ٢,٥٢ م / ث و يسكن أى سرعته النهائية = صفر

، ∵ $ع^{٢} = ع_{٠}^{٢} + ٢ حـ ف$ ∴ ٠ = $(٢,٥٢)^{٢}$ + ٢ حـ × ٠,١٨

و منها : حـ = − ١٧,٦٤ م / $ث^{٢}$

∴ معادلة حركة الجسم المكون من المطرقة و العمود هى :

$(ك_{١} + ك_{٢}) حـ = (ك_{١} + ك_{٢}) ء − م$

∴ ٣٥٠ × (− ١٧,٦٤) = ٣٥٠ × ٩,٨ − م

و منها : م = ٣٥٠ × ٩,٨ + ٣٥٠ × ١٧,٦٤ = ٩٦٤٠ نيوتن

= ٩٦٤٠ ÷ ٩,٨ = ٩٨٠ ث كجم

(١٧) يتحرك جسم أ كتلته ١٠ جم رأسياً إلى أسفل ، صدم جسم آخر ب كتلته ٤ جم متحرك رأسياً إلى أعلى عندما كانت سرعة أ هى ٢٠٠ سم / ث و سرعة ب هى ٨٠٠ سم / ث فارتد الجسم ب رأسياً إلى أسفل بسرعة ١٠٠ سم / ث بينما ارتد الجسم أ رأسياً إلى أعلى و بعد $\frac{١}{٧}$ ثانية اصطدم الجسم أ بجسم آخر حـ كتلته ١٠٠ جم متحرك رأسياً لأسفل بسرعة ١٣ سم / ث و كونا جسماً واحداً أوجد السرعة المشتركة للجسمين أ ، حـ

الحل

باعتبار الحركة رأسياً لأعلى الاتجاه الموجب للحركة

بالنسبة للجسمين أ ، ب :

∵ $ك_{١} ع_{١} + ك_{٢} ع_{٢}$

$= ك_{١} ع'_{١} + ك_{٢} ع'_{٢}$

∴ ١٠ × (− ٢٠٠) + ٤ × ٨٠٠

= ١٠ × $ع'_{١}$ + ٤ × ١٠٠

و منها : $ع'_{١}$ = ١٦٠ سم / ث لأعلى

" سرعة الجسم أ بعد التصادم بالجسم ب مباشرة "

بالنسبة للجسمين أ ، حـ :

سرعة الجسم أ بعد $\frac{١}{٧}$ ث : $ع = ع_{٠} − ء ن$ = ١٦٠ − ٩٨٠ × $\frac{١}{٧}$ = ٢٠ سم / ث

بفرض أن : السرعة المشتركة للجسمين أ ، حـ هى ع

∵ $ك_{١} ع_{١} + ك_{٣} ع_{٣} = (ك_{١} + ك_{٣}) ع$

∴ ١٠ × ٢٠ + ١٠٠ × (− ١٣) = ١١٠ ع و منها : ع = − ١٠ سم / ث

أى أن : الجسم المكون من الجسمين أ ، حـ يتحرك بسرعة = ١٠ سم / ث لأسفل

(١٨) $\overline{أب}$ خط أكبر ميل لمستوى مائل أملس طوله ٩,٨ متر يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ، أ هى أعلى نقطة فى المستوى ، ب أسفل نقطة فيه ، وضعت كرة ملساء عند أ كتلتها ٧٠٠ جم لتتحرك من سكون على $\overleftarrow{أب}$ فاصطدمت بحاجز رأسى عمودى أملس عند ب فأثر عليها بدفع ١١,٧٦ نيوتن . ث فارتدت الكرة أحسب أقصى مسافة تصعدها الكرة على $\overrightarrow{ب أ}$

الحل

∵ المستوى أملس

و الكرة تتحرك لأسفل المستوى تحت تأثير وزنها فقط

∴ حـ = ء حا ٣٠° = ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$ = ٤,٩ م / ث²

، ∵ ع² = ع.² + ٢ حـ ف ∴ ع² = ٠ + ٢ × ٤,٩ × ٩,٨

∴ ع = ٩,٨ م / ث " سرعة الكرة لحظة وصولها للحاجز "

عند الحاجز :

ع١ = ٩,٨ م / ث ، ع٢ سرعة ارتداد الكرة بعد الاصطدام لالحاجز

الدفع = التغير فى كمية حركة الكرة

∴ د = ك (ع٢ − ع١) ∴ ١١,٧٦ = $\frac{٧٠٠}{١٠٠٠}$ × [(ع٢) − (− ٩,٨)]

و منها : ع٢ = ٧ م / ث

، ∵ المستوى أملس و الكرة تتحرك لأعلى المستوى تحت تأثير وزنها فقط لتصل لأقصى مسافة تصعدها على المستوى أى تسكن لحظياً

∴ حـ = − ء حا ٣٠° = − ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$ = − ٤,٩ م / ث²

، ∵ ع² = ع.² + ٢ حـ ف ∴ ٠ = (٧)² + ٢ × (− ٤,٩) × ف

و منها : ف = ٥ م " أقصى مسافة تصعدها الكرة على المستوى "

حل اختبار تراكمى صفحة ٢٣٥ بالكتاب المدرسى

(١) إذا قذف جسم رأسياً إلى أعلى بسرعة ٤٩ م / ث أوجد زمن وصوله إلى أقصى ارتفاع و المسافة التى وصل إليها

الحل

عند أقصى ارتفاع يكون : ع = ٠

، ∵ ع = ع. + ء ن ∴ ٠ = ٤٩ + ٩,٨ ن

و منها : ن = ٥ ث أى أن : زمن وصول الجسم لأقصى ارتفاع = ٥ ث

، ∵ ع² = ع.² − ٢ ء ف ∴ ٠ = (٤٩)² − ٢ × ٩,٨ ف

و منها : ف = ١٢٢,٥ م أى أن : أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم = ١٢٢,٥ م

(٢) تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٧٥ كم / س فإذا تحركت على الطريق نفسه دراجة بخارية بسرعة ٣٥ كم / س أوجد السرعة النسبية للدراجة بالنسبة للسيارة فى كل من الحالتين :

(أ) الدراجة تتحرك فى اتجاه السيارة نفسه

(ب) الدراجة تتحرك عكس اتجاه السيارة

الحل

نفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة في اتجاه حركة القذيفة

، $\overleftarrow{ع}_أ$ متجه سرعة السيارة ، $\overleftarrow{ع}_ب$ متجه سرعة الدراجة

(أ) $\overleftarrow{ع}_أ$ = ٧٥ $\overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع}_ب$ = ٣٥ $\overleftarrow{ى}$

∴ $\overleftarrow{ع}_{بأ}$ = $\overleftarrow{ع}_ب$ − $\overleftarrow{ع}_أ$ = ٣٥ $\overleftarrow{ى}$ − ٧٥ $\overleftarrow{ى}$ = − ٤٠ $\overleftarrow{ى}$

أى أن : الدراجة تبدو لقائد السيارة و كأنها تتقهقر بسرعة ٤٠ كم / س

(ب) $\overleftarrow{ع}_أ$ = ٧٥ $\overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع}_ب$ = − ٣٥ $\overleftarrow{ى}$

$\overleftarrow{ع}_{بأ}$ = $\overleftarrow{ع}_ب$ − $\overleftarrow{ع}_أ$

$= -$ ٣٥ $\overrightarrow{\text{ى}} -$ ٧٥ $\overrightarrow{\text{ى}} = -$ ١١٠ $\overrightarrow{\text{ى}}$

أى أن : الدراجة تبدو لقائد السيارة و كأنها متحركة نحوه بسرعة ١١٠ كم / س

(٣) قطع راكب دراجة ٣٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ١٨ كم / س ثم عاد على نفس الطريق فقطع ٢٠ كم فى الاتجاه المضاد بسرعة ١٥ كم / س أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها

الحل

نفرض $\overrightarrow{\text{ى}}$ متجه وحدة فى اتجاه المرحلة الأولى

بالنسبة للمرحلة الأولى : ف_1 = ٣٠ كم ،

ع_1 = ١٨ كم / س ، ∵ $\text{ف}_1 = \text{ع}_1 \times \text{ن}_1$

∴ ٣٠ = ١٨ ن_1 و منها : $\text{ن}_1 = \frac{5}{3}$ س

بالنسبة للمرحلة الأولى : ف_2 = ٢٠ كم

، ع_2 = ١٥ كم / س ، ∵ $\text{ف}_2 = \text{ع}_2 \times \text{ن}_2$ ∴ ٢٠ = ١٢ ن_2

و منها : $\text{ن}_2 = \frac{4}{3}$ س ∴ الزمن الكلى للرحلة $= \frac{5}{3} + \frac{4}{3} =$ ٣ س

الازاحة $\overrightarrow{\text{ف}}$ = ٣٠ $\overrightarrow{\text{ى}}$ − ٢٠ $\overrightarrow{\text{ى}}$ = ١٠ $\overrightarrow{\text{ى}}$

∵ $\overrightarrow{\text{ع}_\text{م}} = \frac{\overrightarrow{\text{ف}}}{\text{ن}} = \frac{10\,\overrightarrow{\text{ى}}}{3} = 3\frac{1}{3}\,\overrightarrow{\text{ى}}$ أى أن :

متجه السرعة المتوسطة له نفس اتجاه المرحلة الأولى و معياره = $3\frac{1}{3}$ كم / س

(٤) تحرك جسم من السكون بعجلة منتظمة فى اتجاه ثابت فبلغت سرعته ٣٦ كم / س فى نهاية ٢٠ ثانية أوجد مقدار عجلته بالمتر / ث^2

الحل

∵ $\text{ع} = \text{ع}_0 + \text{جـ ن}$ ∴ $36 \times \frac{5}{18} = 0 + \text{جـ} \times 20$

و منها : جـ $= \frac{1}{2}$ م / ث^2

(٥) إذا كان متجه موضع جسيم يعطى كدالة فى الزمن بالعلاقة : $\overrightarrow{\text{ر}} = (\text{ن}^3 + 2)\,\overrightarrow{\text{ى}}$ فأوجد متجهات الازاحة و السرعة و العجلة ثم أثبت أن الحركة تكون متسارعة عند أى لحظة زمنية ن > ٠ . متى يكون معيار العجلة مساوياً ١٢ وحدة ؟

الحل

$\overrightarrow{\text{ف}} = \overrightarrow{\text{ر}} - \overrightarrow{\text{ر}_0} = (\text{ن}^3 + 2)\,\overrightarrow{\text{ى}} - 2\,\overrightarrow{\text{ى}} = \text{ن}^3\,\overrightarrow{\text{ى}}$

$\overrightarrow{\text{ع}} = \frac{\text{ء}\overrightarrow{\text{ف}}}{\text{ء ن}} = 3\,\text{ن}^2\,\overrightarrow{\text{ى}}$ ، $\overrightarrow{\text{جـ}} = \frac{\text{ء}\overrightarrow{\text{ع}}}{\text{ء ن}} = 6\,\text{ن}\,\overrightarrow{\text{ى}}$

∴ $\text{ع} = 3\,\text{ن}^2$ ، $\text{جـ} = 6\,\text{ن}$ ∴ $\text{ع جـ} = 18\,\text{ن}^3 > 0$ دائماً

أى أن : الحركة تكون متسارعة عند أى لحظة زمنية ن > ٠ .

عندما : جـ = ١٢ وحدة فإن : ٦ ن = ١٢ ∴ ن = ٢ ث

(٦) قذف جسيم رأسياً إلى أعلى بسرعة $\overrightarrow{\text{ع}}$ ، أكتب القانون الذى يعطى سرعته بدلالة الزمن ثم استنتج أن معدل تغير كمية حركته بالنسبة للزمن هو متجه ثابت و أوجد معياره

الحل

القانون الذى يعطى السرعة بدلالة الزمن هو : $\overrightarrow{\text{ع}} = \overrightarrow{\text{ع}_0} + \overrightarrow{\text{ء}}\,\text{ن}$

∵ $\overrightarrow{\text{م}} = \text{ك}\,\overrightarrow{\text{ع}}$ ، ∴ $\overrightarrow{\text{م}} = \text{ك}\,\overrightarrow{\text{ع}_0} + \text{ك}\,\overrightarrow{\text{ء}}\,\text{ن}$

∴ $\frac{\text{ء}\overrightarrow{\text{م}}}{\text{ء ن}} = \text{ك}\,\overrightarrow{\text{ء}}$ و هو متجه ثابت و معياره = ك ء

(٧) يتحرك جسم كتلته الوحدة تحت تأثير القوتين : $\overrightarrow{\text{ق}_1} = \text{أ}\,\overrightarrow{\text{س}} + \overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ق}_2} = 2\,\overrightarrow{\text{س}} + \text{ب}\,\overrightarrow{\text{ص}}$ حيث $\overrightarrow{\text{س}}$ ، $\overrightarrow{\text{ص}}$ متجها الوحدة الأساسيين ، أ ، ب ثابتان فإذا علم متجه إزاحة الجسيم يعطى كدالة فى الزمن هو :

ف = س + (ن^٢ + ن) ص فأوجد الثابتين ﭐ ، ب

الحل

∵ ق = ق١ + ق٢ = (ﭐ + ٢) س + (١ + ب) ص

، ∵ ع = ء ف / ء ن = (٢ ن + ١) ص ، ح = ء ع / ء ن = ٢ ص

، ق = ك ح ∴ (ﭐ + ٢) س + (١ + ب) ص = ١ × (٢ ص)

و منها : ﭐ + ٢ = ٠ ∴ ﭐ = − ٢ ، ١ + ب = ٢ ∴ ب = ١

(٨) مصعد بقاعدته ميزان ضغط وقف رجل على الميزان فسجل القراءة ٧٥ ث كجم عندما كان المصعد صاعداً بعجلة مقدارها ح م / ث^٢ ، سجل القراءة ٦٠ ث كجم عندما كان المصعد هابطاً بعجلة منتظمة مقدارها ٢ ح م / ث^٢ أوجد مقدار العجلة ح ، كتلة الرجل

الحل

بفرض أن : كتلة الرجل = ك كجم

∵ المصعد يتحرك لأعلى بعجلة ح م / ث^٢

∴ ك ح = ر − ك ء ∴ ك ح = ٧٥ × ٩,٨ − ك × ٩,٨ (١)

، المصعد يتحرك لأسفل بعجلة ٢ ح م / ث^٢

∴ ك ح = ك ء − ر ∴ ك × ٢ ح = ك × ٩,٨ − ٦٠ × ٩,٨ (٢)

بجمع (١) من (٢) ينتج : ٣ ك ح = ١٤٧ (٣)

بالتعويض من (٣) فى (١) ينتج : ٤٩ = ٧٥ × ٩,٨ − ك × ٩,٨

٩,٨ ك = ٧٣٥ − ٤٩ ∴ ك = ٧٠ كجم ∴ من (٣) ينتج : ح = ٠,٧ م / ث^٢

(٩) علق جسمان كتلتاهما ١٢٥ ، ١٢٠ جم على الترتيب من طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء ، عين عجلة حركة المجموعة و الضغط على محور البكرة ، و إذا بدأت المجموعة الحركة من السكون عندما كان الجسمان فى مستوى أفقى واحد فما المسافة الرأسية بينهما بعد مرور ثانية أخرى من بدء الحركة

الحل

معادلات الحركة :

١٢٥ ح = ١٢٥ × ٩٨٠ − ش (١)

١٢٠ ح = ش − ١٢٠ × ٩٨٠ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ينتج : ٢٤٥ ح = ٥ × ٩٨٠

∴ ح = ٢٠ سم / ث^٢ بالتعويض فى (٢) ينتج :

١٢٠ × ٢٠ = ش − ١٢٠ × ٩٨٠

∴ ش = ٢٤٠٠ + ١١٧٦٠٠ = ١٢٠٠٠٠ داين

∴ ض = ٢ ش = ٢ × ١٢٠٠٠٠ = ٢٤٠٠٠٠ داين

بعد ١ ث : ∵ ف = ع. ن + ½ ح ن^٢

∴ ف = ٠ + ½ × ٢٠ × (١)^٢ = ١٠ سم

∴ المسافة الرأسية بين الجسمين بعد ١ ث = ف١

= ٢ ف = ٢ × ١٠ = ٢٠ سم

(١٠) مستوى مائل خشن طوله ٤,٥ متر و ارتفاعه ٢,٧ متر وضع جسم عند قمة المستوى و بدأ الجسم الحركة من السكون ، أحسب سرعة عند وصوله إلى قاعدة المستوى و الزمن اللازم لذلك حيث معامل الاحتكاك = ½

الحل

من هندسة الشكل : ب ح = ٣,٦ م

∴ حا θ = ٣/٥ ، حتا θ = ٤/٥

∵ المستوى خشن ، م ك = ½

، الجسم ينزلق على المستوى ∴ ر = ك ء حتا θ = ك ء × $\frac{٤}{٥}$

، ك حـ = ك ء حا θ − م‌ك ر

∴ ك حـ = ك × ٩,٨ × $\frac{٣}{٥}$ − $\frac{١}{٢}$ × ك × ٩,٨ × $\frac{٤}{٥}$

∴ حـ = ٥,٨٨ − ٣,٩٢ = ١,٩٦ م / ث^٢ ، ∵ ع^٢ = ع$_٠^٢$ + ٢ حـ ف

∴ ع^٢ = ٠ + ٢ × ١,٩٦ × ٤,٩ و منها : ع = ٤,٢ م / ث

∵ ع = ع$_٠$ + حـ ن ∴ ٤,٢ = ٠ + ١,٩٦ ن و منها : ن = ٢ $\frac{١}{٧}$ ث

أى أن : الجسم إلى قاعدة المستوى بسرعة ٤,٢ م / ث فى ٢ $\frac{١}{٧}$ ث

(II) سيارة ﺃ كتلتها ٤ طن تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ٥ م / ث فى خط مستقيم على مستوى أفقى صدمت سيارة أخرى ب ساكنة كتلتها ٣ طن و بعد التصادم مباشرة كانت سرعة السيارة ب بالنسبة للسيارة ﺃ هى ٢ م / ث ، أوجد مقدار السرعة الفعلية لكل من السيارتين بعد التصادم

الحل

باعتبار اتجاه السيارة الأولى قبل التصادم موجباً

∵ ك$_١$ ع$_١$ + ك$_٢$ ع$_٢$ = ك$_١$ ع$'_١$ + ك$_٢$ ع$'_٢$

∴ ٤ × ٥ + ٣ × ٠ = ٤ × ع$'_١$ + ٣ × ع$'_٢$

∴ ٤ ع$'_١$ + ٣ ع$'_٢$ = ٢٠ (١)

بعد التصادم : بفرض أن : ع$_ﺃ$ = ع$'_١$

، ع$_ب$ = ع$'_٢$ ، ∵ ع$_{بﺃ}$ = ع$_ب$ − ع$_ﺃ$

، ع$_{بﺃ}$ = ٢ م / ث ∴ ع$'_٢$ − ع$'_١$ = ٢ م / ث (٢)

بضرب (٢) × ٣ و جمعها مع (١) ينتج : ٧ ع$'_٢$ = ٢٨

∴ ع$'_٢$ = ٤ م / ث ، بالتعويض فى (١) ينتج : ع$'_١$ = ٢ م / ث

أحمد الشنتورى

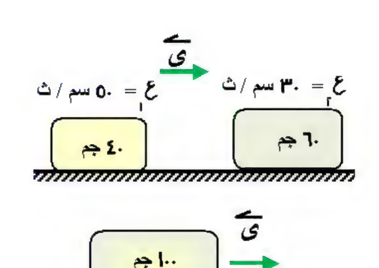
اجابة أسئلة الاختبارات الخاصة بالوحدة

الاختبار الأول

السؤال الثالث :

(I) جسمان كتلتهما ٤٠ جم ، ٦٠ جم يتحركان فى خط مستقيم واحد على نضد أفقى سرعة كل منهما ٥٠ سم / ث ، ٣٠ سم / ث على الترتيب فإذا تحرك الجسمان بعد التصادم مباشرة كجسم واحد أوجد سرعتهما المشتركة حيئنذ إذا كان الجسمان يسيران يسيران فى اتجاهين متضادين ثم أحسب مقدارة قوة التضاغط بين الجسمين بثقل الجرام إذا كان زمن التصادم $\frac{١}{٤٩}$ من الثانية

الحل



نعتبر أن اتجاه سرعة الجسم الأول قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ ك$_١$ ع$_١$ + ك$_٢$ ع$_٢$ = (ك$_١$ + ك$_٢$) ع

∴ ٤٠ × ٥٠ − ٦٠ × ٣٠ = ١٠٠ ع

و منها : ع = ٢ سم / ث فى اتجاه حركة الجسم الأول

، ∵ دفع الجسم الأول على الجسم الثانى = التغير فى كمية حركة الجسم الثانى

∴ د = ٦٠ × [٢ − (− ٣٠)] = ٦٠ × (٢ + ٣٠) = ١٩٢٠ داين . ث

، ∵ د = ق × ن ∴ ١٩٢٠ = ق × $\frac{١}{٤٩}$

و منها : ق = ١٩٢٠ × ٤٩ داين = (١٩٢٠ × ٤٩) ÷ ٩٨٠ = ٩٦ ث جم

الاختبار الثانى

السؤال الرابع :

(أ) هبطت عربة سك حديد كتلتها ٢٠ طن من السكون على منحدر يصنع مع الأفقى زاوية جيبها $\frac{1}{70}$ ضد مقاومات مقدارها ١٤ ث كجم لكل طن فوصلت إلى أسفل المنحدر بعد أن قطعت مسافة ٣٥٠ متر عليه و عند أسفل المنحدر أصطدمت بعربة أخرى ساكنة و مساوية لها فى الكتلة فسارت العربتان معاً كجسم واحد على طريق أفقى فإذا سكنت العربتان بعد دقيقة واحدة من لحظة تصادمهما أوجد المسافة الأفقية التى تحركتها العربتان معاً

الحل

معادلة الحركة للعربة التى على المنحدر :

ل حـ = ل ء حا θ − م

∴ 20×10^3 حـ = $20 \times 10^3 \times 9.8 \times \frac{1}{70}$
$- 14 \times 20 \times 9.8$

∴ ١٠٠٠ حـ = ١٤٠ − ١٣٧,٢ و منها : حـ = ٠,٠٠٢٨ م / $ث^2$

سرعة العربة عند قاع المنحدر :

$ع^2 = ع_0^2$ + ٢ حـ ف = ٢,٠ + ٢ × ٠,٠٠٢٨ × ٣٥٠ و منها : ع = ١,٤ م / ث

عند التصادم : بفرض أن $ع^/$ هى سرعة العربتان عندما تتحركان كجسم واحد

٢٠ × ١,٤ − ٢٠ × ٠ = ٤٠ × $ع^/$ و منها : $ع^/$ = ٠,٧ م / ث

بعد التصادم : $ع_0$ = ٠,٧ م / ث ، ن = ٦٠ ث ، ع = ٠

، ∵ ع = $ع_0$ + حـ ن ∴ ٠ = ٠,٧ + ٦٠ حـ و منها : حـ = $-\frac{7}{600}$ م / $ث^2$

، ∵ $ع^2 = ع_0^2$ + ٢ حـ ف ∴ ٠ = $(0.7)^2 + 2 \times (-\frac{7}{600})$ ف

و منها : ف = ٢١ م

الاختبار الرابع

السؤال الثالث :

(أ) قذفت كرة كتلتها ٢٠٠ جم بسرعة ٢١ متر / ث على مستوى أفقى ضد مقاومات تعادل $\frac{1}{14}$ من وزنها و بعد ١٠ ثوان صدمت كرة أخرى مساوية لها فى الكتلة تتحرك بسرعة ٧ متر / ث فى الاتجاه المضاد فإذا تحركت الكرتان معاً كجسم واحد بعد التصادم

أحسب أولاً : السرعة المشتركة للكرتين

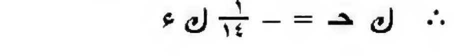
ثانياً : دفع كل من الكرتين على الأخرى

الحل



قبل التصادم : ل حـ = − م

∴ ل حـ = $-\frac{1}{14}$ ل ء



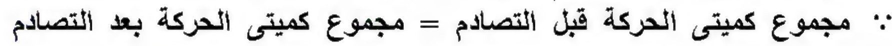
∴ حـ = $-\frac{1}{14} \times 9.8 = -0.7$ م / $ث^2$

∴ ع = $ع_0$ + حـ ن

= ٢١ − ٠,٧ × ١٠ = ١٤ م / ث

عند التصادم :

نعتبر أن اتجاه سرعة الكرة الأولى قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع



∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ $ل_1 ع_1 + ل_2 ع_2 = (ل_1 + ل_2)$ ع

∴ ٠,٢ × ١٤ − ٠,٢ × ٧ = ٤٠٠ ع

و منها : ع = ٣,٥ م / ث فى اتجاه حركة الكرة الأولى

دفع الكرة الأولى على الكرة الثانية = التغير فى كمية حركة الكرة الثانية

د = $ل_2 (ع - ع_2)$ = ٠,٢ × (٣,٥ + ٧) = ٢,١ كجم . م / ث



دفع الكرة الثانية على الكرة الأولى = التغير فى كمية حركة الكرة الأولى

د = ك$_1$ (ع − ع$_1$) = ٠,٢ × (٣,٥ − ١٤) = − ٢,١ كجم.م / ث

الاختبار الخامس

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(٢) اثرت قوة مقدارها ٥ ث كجم على جسم ساكن كتلته ٤٩ كجم لمدة ٣ ثوانى فإن سرعة الجسم فى نهاية هذه المدة = ... م / ث

الحل

∵ الجسم ساكن ، ق × ن = ك (ع − ع$_0$)

∴ ٥ × ٩,٨ × ٣ = ٤٩ × (ع − ٠)   و منها : ع = ٣ م / ث

السؤال الرابع :

(أ) عند عمل أساس احدى العمارات استخدمت مطرقة كتلتها ٤٨٠ كجم من ارتفاع ٢,٥ متر على عمود أساس خرسانى كتلته ١٢٠ كجم فيكونان جسماً واحداً يغوص فى الأرض مسافة ٢٤ سم أوجد :

أولاً : السرعة المشتركة للمطرقة و العمود بعد التصادم مباشرة

ثانياً : دفع المطرقة للعمود

ثالثاً : متوسط مقاومة سطح الأرض للمطرقة و العمود

المطرقة ٤٨٠ كجم
٢,٥ م
عمود الأساس ١٢٠ كجم
٠,٢٤ م
شتوى

الحل

سرعة المطرقة قبل التصادم بالعمود مباشرة :

ع^2 = ع$_0^2$ + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٢,٥

و منها : ع = ٧ م / ث

عند التصادم :

نعتبر أن اتجاه سرعة المطرقة قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ ك$_1$ ع$_1$ + ك$_2$ ع$_2$ = (ك$_1$ + ك$_2$) ع

∴ ٤٨٠ × ٧ − ١٢٠ × ٠ = ٦٠٠ ع

و منها : ع = ٥,٦ م / ث فى اتجاه حركة المطرقة

دفع المطرقة للعمود = التغير فى كمية حركة العمود

د = ك$_2$ (ع − ع$_2$) = ١٢٠ × (٥,٦ − ٠) = ٦٧٢ كجم.م / ث

متوسط مقاومة الأرض :

∵ ط − ط. = (ك ء − م) × ف

∴ ٠ − $\frac{1}{2}$ × ٦٠٠ × (٥,٦)^2 = (٦٠٠ × ٩,٨ − م) × ٠,٢٤

و منها : م = ٤٥٠٨٠ نيوتن = ٤٥٠٨٠ ÷ ٩,٨ = ٤٦٠٠ ث كجم





أحمد الشتوى

المتميز

فى
الرياضيات التطبيقية
الديناميكا

الجزء النظرى
و
حلول التمارين
الوحدة الرابعة

ع = ع. + جـ ن | ض = ك ء ل | ش = $\int_{ف_1}^{ف_2}$ ق ء ف | ق = ك جـ

إعداد : أحمد الشنتورى

الصف الثالث الثانوى
القسم العلمى
شعبة الرياضيات

٢٠١٧ / ٢٠١٨

الوحدة الرابعة .... الشغل ، القدرة ، الطاقة

٤ – ١ الشغل

مقدمة :

الشغل يعتمد على مفاهيم القوة التى وضعها نيوتن فى القوانين الثلاثة كما أن الشغل حلقة الوصل بين القوة و الطاقة
و قد يكون الشغل ناتجاً من قوة ثابتة أو من قوة متغيرة
كما أن الشغل و الطاقة كميات قياسية لذا سيكون التعامل أسهل من استخدام قوانين نيوتن للحركة خصوصاً عندما يكون متجه الحركة متغيراً و بالتالى فإن متجه العجلة سيكون متغيراً أيضاً

أولاً : الشغل المبذول من قوة ثابتة :

باعتبار أن جسماً يتحرك فى خط مستقيم تحت تأثير قوة ثابتة $\overrightarrow{ق}$ و أنه أنتقل من الموضع ٢ إلى الموضع ب ، و كان متجه ازاحته :

$\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{٢ب}$ كما بالشكل المقابل

تعريف :

يُعرف الشغل المبذول بواسطة القوة الثابتة $\overrightarrow{ق}$ فى تحريك جسم من موضع ابتدائى إلى موضع نهائى و يرمز له بالرمز (شـ) على أنه يساوى حاصل الضرب القياسى لمتجه القوة فى متجه الازاحة بين الموضعين أى أن : شـ = $\overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$

ملاحظات :

(١) الشغل كمية قياسية قد تكون موجبة أو سالبة أو مساوية للصفر تبعاً لاتجاه و مقدار كل من المتجهين $\overrightarrow{ق}$ ، $\overrightarrow{ف}$

(٢) تستخدم العلاقة : شـ = $\overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$ لايجاد الشغل إذا كانت القوة ثابتة أو خلال ازاحة معينة

إجابة حاول أن تحل (١) صفحة ٢٣٩

تحرك جسم على خط مستقيم تحت تأثير القوة :
$\overrightarrow{ق} = ٥\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص}$ من النقطة ٢ (٥ ، ٢) إلى النقطة ب (٣ ، ١) أحسب الشغل المبذول بواسطة هذه القوة

الحل

$\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{٢ب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{٢}$ = (٣ ، ١) – (٥ ، ٢) = (–٢ ، –١)

شـ = $\overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$ = (٥ ، ٢) • (–٢ ، –١) = – ١٢ وحدة شغل

بعض الحالات المختلفة لمتجهى القوة و الازاحة :

يمكن إعادة كتابة معادلة تعريف الشغل : شـ = $\overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$ بصورة أخرى هى : || $\overrightarrow{ق}$ || || $\overrightarrow{ف}$ || حتا θ حيث : θ قياس أصغر زاوية بين المتجهين $\overrightarrow{ق}$ ، $\overrightarrow{ف}$ باعتبارهما خارجين من واحدة

(١) إذا كانت القوة ثابتة و اتجاهها موازٍ لاتجاه الازاحة

أى أن : θ = صفر ، ∵ حتا صفر = ١

∴ شـ = || $\overrightarrow{ق}$ || || $\overrightarrow{ف}$ || حتا صفر

= || $\overrightarrow{ق}$ || || $\overrightarrow{ف}$ ||

و تكتب : شـ = ق × ف

و الشكل المقابل يوضح ذلك

(٢) إذا كانت القوة ثابتة و اتجاهها يميل على اتجاه الازاحة بزاوية حادة

∴ شـ = || $\overrightarrow{ق}$ || || $\overrightarrow{ف}$ || حتا θ

أى : شـ = ق × ف حتا θ

و الشكل المقابل يوضح ذلك

الشغل يساوى المركبة الأفقية للقوة ق مضروباً فى المسافة ف

، ∵ $0° < \theta < 90°$ ∴ حتا θ > ٠ ، و الشغل يكون موجباً

(٣) إذا كانت القوة ثابتة و اتجاهها عمودي لاتجاه الازاحة أى أن :

θ = ٩٠° ، ∵ حتا ٩٠° = صفر

∴ ش = || ق || || ف || حتا ٩٠°

= صفر　　ففى الشكل المقابل :

السيارة تتحرك و وزنها لا يقوم بأى شغل فى مسار الحركة

(٤) إذا كانت القوة ثابتة و اتجاهها يميل على اتجاه الازاحة بزاوية منفرجة　∴ ش = || ق || || ف || حتا (١٨٠° − θ)

و الشكل المقابل يوضح ذلك

، ∵ $90° < \theta < 180°$

∴ حتا θ < ٠

، و الشغل يكون سالباً لذا يسمى شغلاً مقاوماً

مثل الشغل الذى تبذله قوة المقاومة أو قوة الاحتكاك

ملاحظات :

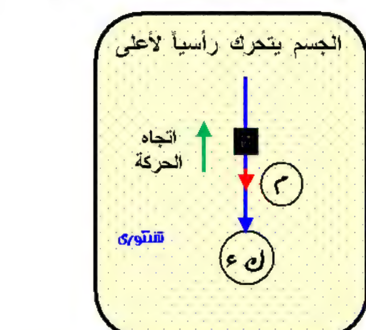
(١) إذا كانت : θ = ١٨٠°

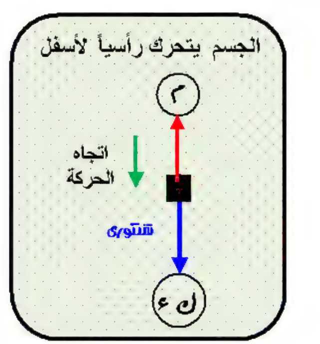
أى اتجاه متجه القوة عكس اتجاه متجه الازاحة فإن :

حتا θ = حتا ١٨٠° = − ١　　∴ ش = − ق × ف

(٢) قيمة الشغل المبذول بواسطة قوة لا يتوقف على المسار الذى يسلكه الجسم من الموضع أ إلى الموضع ب بل يتوقف على الازاحة أب

(٣) إذا قذف (سقط) جسم كتلته (ك) رأسياً لأعلى (لأسفل) ضد مقاومات (م) مسافة (ف) فإن :





الجسم يتحرك رأسياً لأعلى	الجسم يتحرك رأسياً لأسفل
الشغل المبذول من قوة المقاومة = − م × ف	
الشغل المبذول من ضد المقاومة = م × ف	
الشغل المبذول من قوة الوزن = − ك ء × ف	الشغل المبذول من قوة الوزن = ك ء × ف
الشغل المبذول من القوة المحصلة = ك حـ × ف = (ك ء + م) × ف	الشغل المبذول من القوة المحصلة = ك حـ × ف = (ك ء − م) × ف

(٤) إذا تحرك جسم كتلته (ك) على مستوى أفقى خشن مسافة (ف) تحت تأثير قوة مقدارها (ق) تصنع مع الأفقى زاوية قياسها (θ) فإن :

(١) الشغل المبذول من القوة

= ق حتا θ × ف

٢) الشغل المبذول من قوة الوزن = صفر

٣) الشغل المبذول من قوة المقاومة = − م × ف

٤) الشغل المبذول ضد قوة المقاومة = م × ف

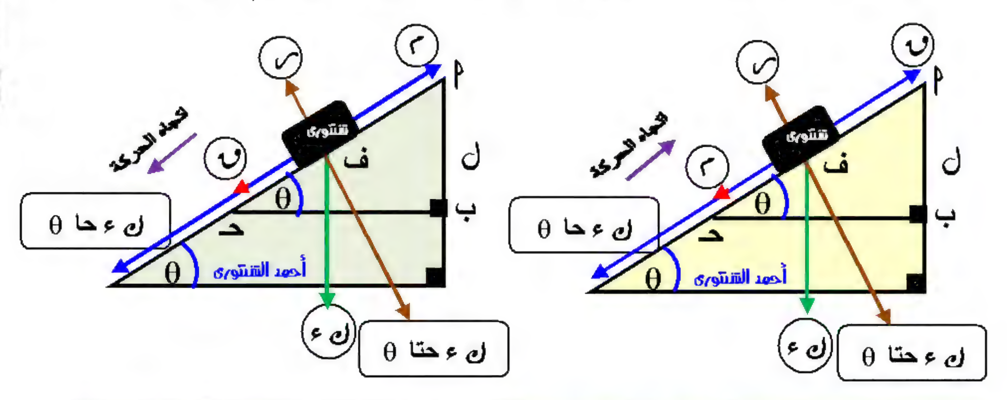
٥) الشغل المبذول من القوة المحصلة = ك حـ × ف

= (ق حتا θ − م) × ف

(٥) إذا صعد (هبط) جسم كتلته (ك) مسافة (ف) على مستوٍ مائل يميل على الأفقي بزاوية قياسها (θ) تحت تأثير قوة مقدارها (ق) ضد مقاومة مقدارها (م)

، و كان : ف = أ حـ فإن : ف حا θ = أ ب = ل

أى أن : ف حا θ = معيار الازاحة الرأسية للجسم : فإن



الجسم يتحرك رأسياً لأعلى	الجسم يتحرك رأسياً لأسفل
الشغل المبذول من قوة المقاومة = − م × ف	
الشغل المبذول من ضد المقاومة = م × ف	
الشغل المبذول من قوة رد فعل المستوى = صفر لأن : قوة رد فعل المستوى عمودية على المستوى	

الجسم يتحرك رأسياً لأعلى	الجسم يتحرك رأسياً لأسفل
الشغل المبذول من قوة الوزن = − ك ء ف حا θ = − و × ل	الشغل المبذول من قوة الوزن = ك ء ف حا θ = و × ل
ل المسافة الرأسية بين أ ، ب	
الشغل المبذول من القوة = (م + ك ء حا θ) × ف	الشغل المبذول من القوة = (م − ك ء حا θ) × ف
الشغل المبذول من القوة المحصلة = (ق − م − ك ء حا θ) × ف	الشغل المبذول من القوة المحصلة = (ق − م + ك ء حا θ) × ف
إذا تحرك الجسم بسرعة منتظمة فإن : الشغل المبذول من القوة المحصلة = صفر	

إذا كان المستوى خشن ، $م_ك$ معامل الاحتكاك الحركى فإن :	
الشغل المبذول من قوة الاحتكاك الحركى ك = − $م_ك$ ر × ف	
الشغل المبذول من القوة = (ك ء حا θ + $م_ك$ ر) × ف	الشغل المبذول من القوة = ($م_ك$ ر − ك ء حا θ) × ف

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ٢٤٠.

يتحرك جسيم تحت تأثير القوتين : $\overrightarrow{ق_1}$ = ٢ $\overrightarrow{س}$ − ٣ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ = ٥ $\overrightarrow{س}$ + $\overrightarrow{ص}$ من النقطة أ (٢ ، ١) إلى النقطة ب (٣ ، ٠) حيث : $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ متجها الوحدة الأساسيين أحسب الشغل المبذول

الحل

$\overrightarrow{أب}$ = (٣ ، ٠) − (٢ ، ١) = (١ ، −١)

، محصلة القوتين = (٢ ، −٣) + (٥ ، ١) = (٧ ، −٢)

ش = (٧ ، −٢) • (١ ، −١) = ٩ وحدة شغل

إجابة تفكير ناقد صفحة ٢٤٠

أثبت أنه إذا حدث للجسم إزاحتان متتاليتان تحت تأثير قوة ما ، فإن : الشغل المبذول خلال الازاحة المحصلة يساوى مجموع الشغلين المبذولين خلال كل من الازاحتين

الحل

بفرض : $\overrightarrow{ف_١}$ ، $\overrightarrow{ف_٢}$ ازاحتين متتاليتين حدثتا للجسم تحت تأثير القوة $\overrightarrow{ق}$ ، $شـ_١$ الشغل المبذول من القوة خلال الازاحة الأولى ، $شـ_٢$ الشغل المبذول من القوة خلال الازاحة الثانية ، شـ الشغل المبذول من القوة خلال الازاحة المحصلة $\overrightarrow{ف}$

∴ $شـ_١ = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف_١}$ ، $شـ_٢ = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف_٢}$

∴ $شـ_١ + شـ_٢ = \overrightarrow{ق} \bullet (\overrightarrow{ف_١} + \overrightarrow{ف_٢})$

، ∵ $\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{ف_١} + \overrightarrow{ف_٢}$ ، $شـ = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$ ∴ $شـ = شـ_١ + شـ_٢$

أى أن : الشغل المبذول خلال الازاحة المحصلة يساوى مجموع الشغلين المبذولين خلال كل من الازاحتين

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ٢٤١

أثرت القوة : $\overrightarrow{ق} = ٥\,\overrightarrow{س} - ٧\,\overrightarrow{ص}$ على جسم فحركته من النقطة أ (٥ ، – ١) على خط مستقيم إلى النقطة ب (– ١ ، ٣) ، ثم إلى حـ (٤ ، ٦) أحسب الشغل المبذول بواسطة هذه القوة خلال كل من الازاحتين ، ثم حقق أن مجموع الشغلين يساوى الشغل المبذول خلال الازاحة المحصلة

الحل

∵ $\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ}$ = (– ١ ، ٣) – (٥ ، – ١) = (– ٦ ، ٤)

∴ $شـ_١$ = (٥ ، – ٧) • (– ٦ ، ٤) = – ٥٨ وحدة شغل

، ∵ $\overrightarrow{بحـ} = \overrightarrow{حـ} - \overrightarrow{ب}$ = (٤ ، ٦) – (– ١ ، ٣) = (٥ ، ٣)

∴ $شـ_٢$ = (٥ ، – ٧) • (٥ ، ٣) = ٤ وحدة شغل

∴ $شـ_١ + شـ_٢$ = – ٥٨ + ٤ = – ٥٤ وحدة شغل

، ∵ $\overrightarrow{أحـ} = \overrightarrow{حـ} - \overrightarrow{أ}$ = (٤ ، ٦) – (٥ ، – ١) = (– ١ ، ٧)

∴ شـ = (٥ ، – ٧) • (– ١ ، ٧) = – ٥٤ وحدة شغل

∴ الشغل المبذول خلال الازاحة المحصلة = مجموع الشغلين المبذولين خلال الازاحتين

إجابة تعبير شفهى صفحة ٢٤١

إذا تحرك جسيم على خط مستقيم من موضع ما ثم عاد إلى نفس هذا الموضع تحت تأثير نفس القوة ، فما مقدار الشغل المبذول خلال هذا المسار ؟

الحل

إذا تحرك جسيم على خط مستقيم من موضع ما ثم عاد إلى نفس هذا الموضع تحت تأثير نفس القوة ، فإن مقدار الشغل المبذول خلال هذا المسار يساوى صفراً

لأن : $\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{٠}$ ∴ $شـ = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{٠}$ = صفر

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ٢٤٢

إذا كان متجه موضع جسيم يعطى بالعلاقة :

$\overrightarrow{ر}(ن) = (ن + ٤)\,\overrightarrow{س} + (ن^٢ + ٣)\,\overrightarrow{ص}$ حيث $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ متجها الوحدة الأساسيين ، أثرت قوة $\overrightarrow{ق} = ٣\,\overrightarrow{س} + ٢\,\overrightarrow{ص}$ احسب الشغل المبذول من القوة $\overrightarrow{ق}$ من ن = ١ إلى ن = ٣

الحل

الازاحة الحادثة من ن = ١ إلى ن = ٣ هى :

$\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{ر_٣} - \overrightarrow{ر_١} = (٧\,\overrightarrow{س} + ١٢\,\overrightarrow{ص}) - (٥\,\overrightarrow{س} + ٤\,\overrightarrow{ص})$

$= ٢\,\overrightarrow{س} + ٨\,\overrightarrow{ص}$

∴ $شـ = \overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$ = (٣ ، ٢) • (٢ ، ٨) = ٢٢ وحدة شغل

وحدات قياس الشغل :

وحدة قياس الشغل = وحدة قياس مقدار القوة × وحدة قياس الازاحة

الشغل (ش)		القوة (ق)	الازاحة (ف)
نيوتن . م	الجول	نيوتن	م
داين . سم	الأرج	داين	سم
ث كجم . م		ث كجم	م

التحويل بين الوحدات	
١ جول = $١٠^{٧}$ إرج	١ إرج = $١٠^{-٧}$ جول
١ ث كجم . م = ٩,٨ جول	١ جول = ١ ÷ ٩,٨ ث كجم . م
١ ث جم . سم = ٩٨٠ أرج	١ أرج = ١ ÷ ٩٨٠ ث جم . سم

تعريف وحدات قياس الشغل :

(١) الجول : هو مقدار الشغل الذى تبذله قوة مقدارها نيوتن واحد فى تحريك جسم ما مسافة متر واحد

أى أن : الجول = نيوتن . متر

(٢) الأرج : هو مقدار الشغل الذى تبذله قوة مقدارها داين واحد فى تحريك جسم ما مسافة سنتيمتر واحد

أى أن : الأرج = داين . سم

(٣) ث كجم . متر : هو مقدار الشغل الذى تبذله قوة مقدارها ١ ث كجم فى تحريك جسم ما مسافة متر واحد

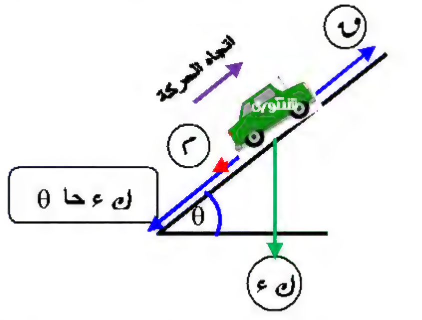
أى أن : ث كجم . م = نيوتن . متر

إجابة حاول أن تحل (٥) صفحة ٢٤٤

سيارة كتلتها ٦ طن تصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٩٨}$ ضد مقاومات تعادل ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة ، فاكتسبت سرعة ٥٤ كم / س خلال ٣٠ ثانية ، فإذا بدأت السيارة حركتها من السكون فأحسب بالجول مقدار الشغل المبذول من :

أولاً : قوة المحرك　　ثانياً : قوة المقاومة　　ثالثاً : وزن السيارة

الحل



ع = ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٥ م / ث

، ∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ١٥ = ٠ + جـ × ٣٠

∴ جـ = $\frac{١}{٢}$ م / ث^{٢}

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن^{٢}

∴ ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × ٩٠٠ = ٢٢٥ م ، ∵ ق − م − ك ء جا θ = ك جـ

∴ ق = ٦ × $١٠^{٣}$ × $\frac{١}{٢}$ + ١٠ × ٩,٨ × ٦ + ٦ × $١٠^{٣}$ × ٩,٨ × $\frac{١}{٩٨}$

= ٤١٨٨ نيوتن

أولاً : الشغل المبذول من قوة محرك السيارة = ٤١٨٨ × ٢٢٥ = ٩٤٢٣٠٠ جول

ثانياً : الشغل المبذول من قوة المقاومة = − ١٠ × ٩,٨ × ٦ × ٢٢٥

= − ١٣٢٣٠٠ جول

ثالثاً : وزن السيارة (و) = ك ء = ٦ × $١٠^{٣}$ × ٩,٨ = ٥٨٨٠٠ نيوتن

∴ الشغل المبذول من وزن السيارة = − ك ء جا θ × ف

= − ٥٨٨٠٠ × $\frac{١}{٩٨}$ × ٢٢٥

= − ١٣٥٠٠٠ جول

ثانياً : الشغل المبذول من قوة متغيرة :

(١) الشغل المبذول من قوة ثابتة (ق) تؤثر على جسم ليتحرك من النقطة أ إلى النقطة ب هو : شـ = ق × أ ب

و من الشكل المقابل نجد أن : القوة ممثلة على مستقيم أفقي يوازى محور الازاحة (ف) و يكون :

شـ = مساحة المستطيل الذى بعداه ق ، أ ب = المساحة أسفل المنحنى

(٢) إذا كانت القوة متغيرة موازية لاتجاه الحركة خلال الازاحة كما هو موضح بالشكل المقابل فإن : المساحة تحت المنحنى تتحدد من العلاقة : شـ = $\int_{أ}^{ب}$ ق ء ف

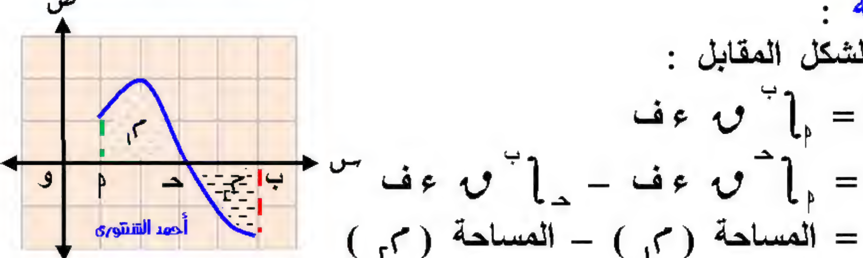
(٣) إذا كان : اتجاه القوة لا يوازى اتجاه الحركة فإن :

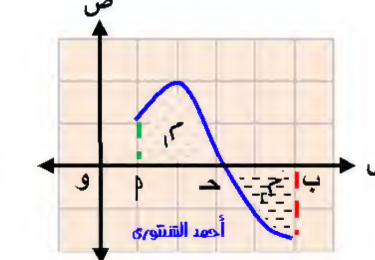
شـ = $\int_{أ}^{ب}$ ق$_{ف}$ ء ف

حيث : ق$_{ف}$ = ق حتا θ " تمثل مركبة القوة فى اتجاه الازاحة "

ملاحظة :

فى الشكل المقابل :





شـ = $\int_{أ}^{ب}$ ق ء ف

= $\int_{أ}^{جـ}$ ق ء ف − $\int_{جـ}^{ب}$ ق ء ف

= المساحة (م$_1$) − المساحة (م$_2$)

إجابة حاول أن تحل (٦) صفحة ٢٤٦

الشكل المقابل : يوضح تأثير قوة متغيرة على جسم احسب الشغل الكلى المبذول بواسطة هذه القوة فى الحالات الآتية :

أولاً : من ف = ٠ إلى ف = ١٠

ثانياً : من ف = ٨ إلى ف = ١٤

الحل

أولاً : شـ = $\int_{0}^{10}$ ق ء ف = المساحة تحت المنحنى من ف = ٠ إلى ف = ١٠

= $\frac{1}{2}$ × (١٠ + ٦) × ٦ = ٤٨ جول

ثانياً : شـ = $\int_{8}^{14}$ ق ء ف = المساحة تحت المنحنى من ف = ٨ إلى ف = ١٤

= $\int_{8}^{10}$ ق ء ف − $\int_{10}^{14}$ ق ء ف

= $\frac{1}{2}$ × ٢ × ٦ − $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٦ = − ٦ جول

إجابة حاول أن تحل (٧) صفحة ٢٤٦

أثرت قوة متغيرة ق (مقاسة بالداين) على جسيم حيث ق تعطى بالعلاقة : ق = ٤ ف^3 − ٢ ف + ١ ، أوجد الشغل المبذول من هذه القوة من ف = ٠ إلى ف = ٤

الحل

شـ = $\int_{0}^{4}$ ق ء ف = $\int_{0}^{4}$ (٤ ف^3 − ٢ ف + ١) ء ف

= $[$ ف^4 − ف^2 + ف $]_{0}^{4}$ = (٢٥٦ − ١٦ + ٤) − (٠) = ٢٤٤ جول

حل تمارين (٤ – ١) صفحة ٢٤٧ بالكتاب المدرسى

أولاً : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) إذا تحرك جسم فى خط مستقيم من نقطة الأصل إلى النقطة ٩ (٣ ، ٢) تحت تأثير القوة ق = ٣ س – ٥ ص فإن : الشغل المبذول بواسطة هذه القوة = ... وحدة شغل

(٩) – ٤ (ب) – ١ (حـ) صفر (٤) ١

الحل

∵ و٩ = ٩ – و = (٣ ، ٢) – (٠ ، ٠) = (٣ ، ٢)

∴ شـ = (٣ ، – ٥) • (٣ ، ٢) = – ١ وحدة شغل

(٢) إذا تحرك جسم فى خط مستقيم من النقطة ٩ (– ٣ ، ٢) إلى النقطة ب (٥ ، – ٣) تحت تأثير القوة ق = ٥ س + ٨ ص فإن : الشغل المبذول بواسطة هذه القوة = ... وحدة شغل

(٩) صفر (ب) – ٤٠ (حـ) ٤٠ (٤) ٨٠

الحل

∵ ٩ب = ب – ٩ = (٥ ، – ٣) – (– ٣ ، ٢) = (٨ ، – ٥)

∴ شـ = (٥ ، ٨) • (٨ ، – ٥) = صفر وحدة شغل

(٣) الشكل المقابل يوضح تأثير القوة (ق) على جسم يتحرك مسافة (ف) فإن الشغل المبذول بواسطة هذه القوة ليتحرك الجسم من ف = ٠ إلى ف = ٦ متر يساوى .... جول

(٩) صفر (ب) ٤٠ (حـ) ٨٠ (٤) ٢٥

الحل

شـ = $\int$ ق ءف = المساحة تحت المنحنى من ف = ٠ إلى ف = ٦

= $\frac{1}{2}$ × (٦ + ٤) × ٥ = ٢٥ جول

(٤) الشغل المبذول فى رفع كتلة مقدارها ٢٠٠ جم موضوعة على سطح الأرض مسافة ١٠٠ متر عن سطح الأرض يساوى .... جول

(٩) صفر (ب) ٩,٨ (حـ) ١٩,٦ (٤) ٢٩,٤

الحل

شـ = ك ء × ف = ٢٠٠ × ١٠$^{-٣}$ × ٩,٨ × ١٠٠ = ١٩,٦ جول

(٥) إذا تحرك جسم على خط مستقيم و كانت تؤثر عليه قوة مقاومة تساوى فى المقدار ٤٠٠ نيوتن فإن الشغل المبذول بواسطة هذه القوة خلال ازاحة ف حيث || ف || = ٣٥٠ متر يساوى .... جول

(٩) – ١٤ × ١٠^{٤} (ب) – ٧ × ١٠^{٤}

(حـ) ٧ × ١٠^{٤} (٤) ١٤ × ١٠^{٤}

الحل

شـ = – م × ف = – ٤٠٠ × ٣٥٠ = – ١٤ × ١٠^{٤} جول

ثانياً : أكمل :

(٦) رجل يتسوق فى متجر (سوبر ماركت) يدفع عربة تسوق بقوة مقدارها ٣٥ نيوتن تميل هذه القوة على الأفقى بزاوية قياسها ٢٥° لتتحرك العربة مسافة ٥٠ متر فإن الشغل المبذول بواسطة الرجل = ... أرج

الحل

ش = ٣٥ حتا ٢٥° × ٥٠ = ١٥٨٦ جول

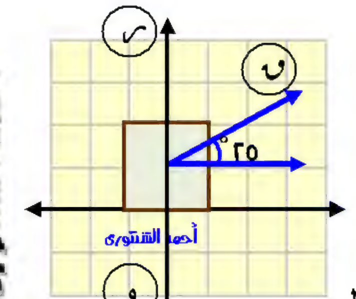
(٧) الشغل المبذول فى رفع كتلة مقدارها ٦٠٠ جم مسافة ٤ أمتار بعجلة مقدارها ٢٠ سم / ث^{٢} يساوى .... أرج

الحل

∵ ق = ك حـ ∴ ق = ٦٠٠ × ٢٠ = ١٢ × ١٠^{٣} داين

∴ ش = ١٢ × ١٠^{٣} × ٤ = ٤٨ × ١٠^{٣} أرج

(٨) الشكل المقابل يوضح قوة مقدارها ١٦ نيوتن تميل على الأفقى بزاوية قياسها ٢٥° تؤثر على جسم كتلته ٢,٥ كجم ليتحرك على نضد أفقى أملس مسافة ٢٢٠ سم فإن :



(أ) الشغل المبذول بواسطة القوة = ... جول

(ب) الشغل المبذول بواسطة رد فعل النضد = ... جول

(حـ) الشغل المبذول بواسطة وزن الجسم = ... جول

(ء) الشغل الكلى بواسطة القوى المؤثرة على الجسم = ... جول

الحل

(أ) الشغل المبذول بواسطة القوة = ١٦ حتا ٢٥° × ٢,٢ = ٣٩,١ جول

(ب) الشغل المبذول بواسطة رد فعل النضد = صفر

" لأن اتجاه رد فعل النضد عمودى اتجاه الازاحة "

(حـ) الشغل المبذول وزن الجسم = صفر

" لأن اتجاه وزن الجسم عمودى اتجاه الازاحة "

(ء) الشغل الكلى بواسطة القوى المؤثرة على الجسم = ٣٩,١ + صفر + صفر

= ٣٩,١ جول

ثالثاً : أجب عن الأسئلة الآتية :

(٩) تحرك جسيم على خط مستقيم تحت تأثير القوة : $\overrightarrow{\text{ق}}$ = ٦ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$ من النقطة أ(−١ ، ٢) إلى النقطة ب (٣ ، ٤) حيث $\overrightarrow{\text{س}}$ ، $\overrightarrow{\text{ص}}$ متجها الوحدة الأساسيين أحسب الشغل المبذول بواسطة هذه القوة

الحل

∵ $\overrightarrow{\text{أب}}$ = $\overrightarrow{\text{ب}}$ − $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٣ ، ٤) − (−١ ، ٢) = (٤ ، ٢)

∴ ش = (٦ ، −٣) • (٤ ، ٢) = ١٨ وحدة شغل

(١٠) أثرت القوى $\overrightarrow{\text{ق}}_{١}$ = ٤ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ق}}_{٢}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ − ٤ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ق}}_{٣}$ = ٣ $\overrightarrow{\text{س}}$ − $\overrightarrow{\text{ص}}$ على جسم فأنتقل من النقطة أ(٢ ، ٣) إلى النقطة ب (٤ ، ٤) أحسب الشغل المبذول من محصلة هذه القوى خلال الازاحة $\overrightarrow{\text{أب}}$

الحل

∵ $\overrightarrow{\text{أب}}$ = $\overrightarrow{\text{ب}}$ − $\overrightarrow{\text{أ}}$ = (٤ ، ٤) − (٢ ، ٣) = (٢ ، ١)

، محصلة القوى = (٤ ، ٣) + (٢ ، −٤) + (٣ ، −١) = (٩ ، −٢)

∴ ش = (٩ ، −٢) • (٢ ، ١) = ١٦ وحدة شغل

(١١) يتحرك جسم كتلته ١ كجم و متجه ازاحته :

$\overrightarrow{\text{ف}}$ = (٣ ن^{٢}) $\overrightarrow{\text{س}}$ + (٣ ن^{٢} + ن) $\overrightarrow{\text{ص}}$ ما هى القوة المحركة ؟ أحسب الشغل المبذول من القوة المحركة خلال ٥ ثوانٍ من بدء الحركة علماً بأن ف مقيسة بالمتر ، ق بالنيوتن ، ن بالثانية

الحل

∵ $\overrightarrow{\text{ع}}$ = $\frac{\text{ء}\overrightarrow{\text{ف}}}{\text{ء ن}}$ = ٦ ن $\overrightarrow{\text{س}}$ + (٦ ن + ١) $\overrightarrow{\text{ص}}$

، $\overrightarrow{\text{حـ}}$ = $\frac{\text{ء}\overrightarrow{\text{ع}}}{\text{ء ن}}$ = ٦ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٦ $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{ق}}$ = ك $\overrightarrow{\text{حـ}}$

∴ $\overleftarrow{ق} = ١ \times (٦ \overleftarrow{س} + ٦ \overleftarrow{ص}) = ٦ \overleftarrow{س} + ٦ \overleftarrow{ص}$

∴ شـ = (٦ ، ٦) • (٣ ن^٢ ، ٣ ن^٢ + ن) = ٣٦ ن^٢ + ٦ ن

عند : ن = ٠ فإن : شـ = ٠ ، عند : ن = ٥ فإن : شـ = ٩٦٠

∴ الشغل المبذول من القوة المحركة خلال ٥ ثوانٍ من بدء الحركة =

= ٩٦٠ − ٠ = ٩٦٠ جول

(١٢) متجه موضع جسيم كتلته ٣ كجم كدالة فى الزمن يعطى بالعلاقة :

$\overleftarrow{ر}$ (ن) = (٣ ن^٢ + ٢) $\overleftarrow{س}$ + (٤ ن^٢ + ٣) $\overleftarrow{ص}$ حيث

$\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجها وحدة متعامدان فى المستوى ، أثبت أن :

الجسيم يتحرك بقوة ثابتة ، ثم احسب الشغل المبذول من هذه القوة من ن = ١ إلى ن = ٣

الحـل

$\overleftarrow{ف} = \overleftarrow{ر} - \overleftarrow{ر}_٠$ = ٣ ن^٢ $\overleftarrow{س}$ + ٤ ن^٢ $\overleftarrow{ص}$

∴ $\overleftarrow{ع} = \frac{ء \overleftarrow{ف}}{ء ن}$ = ٦ ن $\overleftarrow{س}$ + ٨ ن $\overleftarrow{ص}$ ،

$\overleftarrow{حـ} = \frac{ء \overleftarrow{ع}}{ء ن}$ = ٦ $\overleftarrow{س}$ + ٨ $\overleftarrow{ص}$

∴ $\overleftarrow{ق}$ = ك $\overleftarrow{حـ}$ = ٣ × (٦ $\overleftarrow{س}$ + ٨ $\overleftarrow{ص}$) = ١٨ $\overleftarrow{س}$ + ٢٤ $\overleftarrow{ص}$

و هى قوة ثابتة لأنها ليست دالة فى الزمن ن

∴ شـ = $\overleftarrow{ق}$ • $\overleftarrow{ف}$ = (١٨ ، ٢٤) • (٣ ن^٢ ، ٤ ن^٢) = ١٥٠ ن^٢

عند : ن = ١ فإن : شـ = ١٥٠ ، عند : ن = ٣ فإن : شـ = ٣٧٥٠

∴ الشغل المبذول من القوة من ن = ١ إلى ن = ٣

= ٣٧٥٠ − ١٥٠ = ٣٦٠٠ وحدة شغل

(١٣) عربة ترام ساكنة شُدت بحبل يصنع مع شريط الترام زاوية قياسها ٦٠° ، فإذا كانت قوة الشد ٥٠٠ ث كجم و تحركت العجلة بعجلة ٥ سم / ث^٢ لمدة ٣٠ ث ، احسب الشغل الذى بذلته قوة الشد

الحـل

∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن^٢

∴ ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٠,٠٥ × ٩٠٠ = ٢٢,٥ م

∴ شـ = ٥٠٠ × ٩,٨ × حتا ٦٠° × ٢٢,٥ = ٥٥١٢٥ جول

(١٤) عامل بناء كتلته ٧٠ كجم يحمل على كتفه كمية من الطوب صاعداً أعلى سلم ارتفاع قمته عن سطح الأرض ١٢ متر ، فإذا بذل شغلاً قدره ١١٧٦٠ جول حتى بلغ قمة السلم ، أوجد كمية الطوب

الحـل

نفرض أن كتلة العامل و الطوب = ك كجم ، ∵ شـ = ك ء ف

∴ ١١٧٦٠ = ك × ٩,٨ × ١٢ ∴ ك = ١٠٠ كجم

∴ كمية الطوب = ١٠٠ − ٧٠ = ٣٠ كجم

(١٥) أثرت قوة على جسم ساكن كتلته ٥٠ كجم فأكسبته عجلة منتظمة ٠,٧ م / ث^٢ ، فإذا كان الشغل المبذول بواسطة هذه القوة يساوى ٣٥٠ ث كجم . متر ، أوجد المسافة التى تحركها الجسم

الحـل

∵ ق = ك حـ ∴ ق = ٥٠ × ٠,٧ = ٣٥ نيوتن

، ∵ شـ = ٣٥٠ ث كجم . متر = ٣٥٠ × ٩,٨ = ٣٤٣٠ جول

، شـ = ق ف ∴ ٣٤٣٠ = ٣٥ × ف ∴ ف = ٩٨ متر

أى أن : المسافة التى تحركها الجسم = ٩٨ متراً

(١٦) قذف حجر كتلته ٤ كجم رأسياً لأعلى عن سطح الأرض ، فإذا كان الشغل المبذول ليصل إلى أقصى ارتفاع ١١٧٦ جول ، أوجد أقصى ارتفاع وصل إليه الحجر

الحل

∵ ش = ك ء ف ∴ ١١٧٦ = ٤ × ٩,٨ × ف

∴ ف = ٣٠ متر أى أن : أقصى ارتفاع وصل إليه الحجر = ٣٠ متر

(١٧) أحسب بالجول مقدار الشغل اللازم بذله لرفع ٥ متر مكعب من الماء لارتفاع ١٠ أمتار

الحل

∵ وزن ٥ متر مكعب من الماء = ٥ × $١٠^{٣}$ × ٩,٨ = ٤٩ × $١٠^{٣}$ نيوتن

، ∵ ش = ق ف ∴ ش = ٤٩ × $١٠^{٣}$ × ١٠ = ٤٩ × $١٠^{٤}$ جول

(١٨) سيدة تدفع أمامها عربة بها طفل من حالة سكون على طريق أفقى بقوة قدرها ٢ ث كجم و تميل على الأفقى لأسفل بزاوية قياسها ٦٠° ضد مقاومات قدرها ٠,٩٥ ث كجم ، فإذا كانت كتلة العربة و الطفل ١٨ كجم ، فأوجد بثقل كجم . متر مقدار الشغل المبذول خلال دقيقة واحدة من : **(أ)** وزن العربة و الطفل **(ب)** قوة السيدة **(حـ)** مقاومة الطريق

الحل

(أ) ∵ الوزن عمودى على اتجاه الحركة

∴ الشغل المبذول بواسطة وزن العربة و الطفل = صفر

(ب) ∵ ق حتا ٦٠° − م = ك حـ

∴ ٢ × ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$ − ٠,٩٥ × ٩,٨ = ١٨ حـ

و منها : حـ = $\frac{٤٩}{١٨٠٠}$ م/ث² ، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن²

∴ ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × $\frac{٤٩}{١٨٠٠}$ × ٣٦٠٠ = ٤٩ م

∴ الشغل المبذول من قوة السيدة = ق حتا ٦٠° × ف = ٢ × $\frac{١}{٢}$ × ٤٩

= ٤٩ ث كجم . م

(حـ) الشغل المبذول مقاومة الطريق = − م × ف = − ٠,٩٥ × ٤٩

= − ٤٦,٥٥ ث كجم . م

(١٩) قطار كتلته ٢٠٠ طن يصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ بسرعة ثابتة ، فإذا كان الشغل المبذول من آلات القطار يساوى ١٥ × $١٠^{٥}$ ث كجم . م حتى وصل إلى أعلى المنحدر ، و الشغل المبذول ضد المقاومات يساوى ٥ × $١٠^{٥}$ ث كجم . م أوجد : **(أ)** طول المنحدر **(ب)** المقاومة لكل طن من كتلة القطار

الحل

(أ) ∵ ق = م + و حا θ بالضرب × ف

ينتج : ق ف = م ف + و ف حا θ

∴ ١٥ × $١٠^{٥}$ = ٥ × $١٠^{٥}$ + ٢٠٠ × $١٠^{٣}$ × ف × $\frac{١}{١٠٠}$

و منها : ف = ٥٠٠ م

أى أن : طول المنحدر = ٥٠٠ م

(ب) ∵ ٥ × $١٠^{٥}$ = م × ٥٠٠ ∴ م = ١٠٠٠ ث كجم

∴ المقاومة لكل طن من كتلة القطار = ١٠٠٠ ÷ ٢٠٠ = ٥ ث كجم / طن

(٢٠) سيارة كتلتها ٤ طن تصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ ضد مقاومات تعادل ٥ ث كجم لكل طن من الكتلة ، فاكتسبت سرعة ٥٤ كم / س خلال $\frac{١}{٢}$ دقيقة ، فإذا بدأت السيارة حركتها من السكون فأحسب بالجول مقدار الشغل المبذول من :

أولاً : قوة محرك السيارة   ثانياً : قوة المقاومة
ثالثاً : وزن السيارة   رابعاً : ضد وزن السيارة

الحل

ع = ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٥ م / ث

، ∵ ع = ع. + جـ ن   ∴ ١٥ = ٠ + جـ × ٣٠   ∴ جـ = $\frac{١}{٢}$ م / ث^{٢}

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن^{٢}

∴ ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × ٩٠٠ = ٢٢٥ م

، ∵ ق − م − ك ء جا θ = ك جـ

∴ ق = ٤ × ١٠^{٣} × $\frac{١}{٢}$ + ٥ × ٩,٨ × ٤

+ ٤ × ١٠^{٣} × ٩,٨ × $\frac{١}{١٠٠}$ = ٥٢٨٨ نيوتن

أولاً : الشغل المبذول من قوة محرك السيارة = ٥٢٨٨ × ٢٢٥ = ٥٨٢٣٠٠ جول

ثانياً : الشغل المبذول من قوة المقاومة = − ٥ × ٩,٨ × ٤ × ٢٢٥

= − ٤٤١٠٠ جول

ثالثاً : وزن السيارة (و) = ك ء = ٤ × ١٠^{٣} × ٩,٨ = ٣٩٢٠٠ نيوتن

∴ الشغل المبذول من وزن السيارة = − ك ء جا θ × ف

= − ٣٩٢٠٠ × $\frac{١}{١٠٠}$ × ٢٢٥ = − ٨٨٢٠٠ جول

رابعاً : الشغل المبذول ضد وزن السيارة = ٨٨٢٠٠ جول

(٢١) جسيم يتحرك على خط مستقيم تحت تأثير القوة ق (نيوتن) حيث ق = ٠,٤ ف ، ف مقاسة بالمتر ، أحسب الشغل المبذول من القوة ق عندما يتحرك الجسيم من :

(أ) ف = ٠ إلى ف = ١٠   (ب) ف = ١ إلى ف = ٥

الحل

(أ) شـ = $\int_{٠}^{١٠}$ ق ء ف = $\int_{٠}^{١٠}$ (٠,٤ ف) ء ف

= $[$ ٠,٢ ف^{٢} $]_{٠}^{١٠}$ = (٢٠) − (٠) = ٢٠ جول

(ب) شـ = $\int_{١}^{٥}$ ق ء ف = $\int_{١}^{٥}$ (٠,٤ ف) ء ف

= $[$ ٠,٢ ف^{٢} $]_{١}^{٥}$ = (٥) − (٠,٢) = ٤,٨ جول

(٢٢) جسيم يتحرك على خط مستقيم تحت تأثير القوة ق (نيوتن) حيث ق = جا ٢ ف ، ف مقاسة بالمتر ، أحسب الشغل المبذول من القوة ق عندما يتحرك الجسيم من :

(أ) ف = ٠ إلى ف = $\frac{١}{٢}\pi$

(ب) ف = − $\frac{١}{٤}\pi$ إلى ف = $\frac{١}{٤}\pi$

(جـ) ف = $\frac{١}{٤}\pi$ إلى ف = $\frac{٣}{٤}\pi$

الحل

(أ) شـ = $\int_{٠}^{\frac{١}{٢}\pi}$ ق ء ف = $\int_{٠}^{\frac{١}{٢}\pi}$ (جا ٢ ف) ء ف

= $[$ − $\frac{١}{٢}$ جتا ٢ ف $]_{٠}^{\frac{١}{٢}\pi}$ = ($\frac{١}{٢}$) − (− $\frac{١}{٢}$) = ١ جول

(ب) شـ = $\int_{-\frac{١}{٤}\pi}^{\frac{١}{٤}\pi}$ ق ء ف = $\int_{-\frac{١}{٤}\pi}^{\frac{١}{٤}\pi}$ (جا ٢ ف) ء ف

= $[$ − $\frac{١}{٢}$ جتا ٢ ف $]_{-\frac{١}{٤}\pi}^{\frac{١}{٤}\pi}$ = (٠) − (٠) = صفر

(جـ) شـ = $\int_{\frac{١}{٤}\pi}^{\frac{٣}{٤}\pi}$ ق ء ف = $\int_{\frac{١}{٤}\pi}^{\frac{٣}{٤}\pi}$ (جا ٢ ف) ء ف

= $[$ − $\frac{١}{٢}$ جتا ٢ ف $]_{\frac{١}{٤}\pi}^{\frac{٣}{٤}\pi}$ = (٠) − (٠) = صفر

٤ – ٢ طاقة الحركة

تمهيد :

علمنا أن القوة هى السبب الأساسى للحركة
و سنعلم أن المصدر الذى تستمد منه القوة فى تحريك الأجسام هو الطاقة ، و بالتالى يمكن تعريف الطاقة بأنها مقياس قدرة الجسم على بذل شغل
و للطاقة عدة صور منها : الطاقة الميكانيكية ، و الطاقة الحرارية ، و الطاقة الكهربائية ، و الطاقة الضوئية ، .... ألخ
و من صور الطاقة الميكانيكية : طاقة الحركة ، و طاقة الوضع

طاقة الحركة :

طاقة حركة جسم هى الطاقة التى يكتسبها الجسم بفضل سرعته و تقدر عند لحظة ما بنصف حاصل ضرب كتلة هذا الجسم فى مربع سرعته عند هذه اللحظة و يرمز لها بالرمز : ط

فإذا كانت (ك) كتلة الجسم ، $\overleftarrow{ع}$ متجه سرعته ، (ع) القياس الجبرى لهذا المتجه فإن :

$$ط = \frac{1}{2} ك \| \overleftarrow{ع} \|^{2} = \frac{1}{2} ك ع^{2}$$

، $\because \| \overleftarrow{ع} \|^{2} = \overleftarrow{ع} \bullet \overleftarrow{ع}$ فإنه يمكن التعبير عن طاقة الحركة كالآتى : $ط = \frac{1}{2} ك (\overleftarrow{ع} \bullet \overleftarrow{ع})$

ملاحظات :

(١) طاقة حركة الجسيم هى كمية قياسية غير سالبة = ١٨٠°
أى أن : ط ≥ ٠ " موجبة دائماً
، و تنعدم فقط عندما ينعدم متجه السرعة

(٢) طاقة حركة الجسيم الذى يتحرك بسرعة منتظمة تكون ثابتة

(٣) طاقة حركة الجسيم قد تتغير من لحظة زمنية لأخرى أثناء حركته تبعاً لمقدار سرعته

(٤) التغير فى طاقة حركة جسيم بين لحظتين زمنيتين مختلفتين =

$$ط - ط_{.} = \frac{1}{2} ك (ع^{2} - ع_{.}^{2})$$

(٥) التغير فى طاقة الحركة نتيجة التصادم =
طاقة الحركة بعد التصادم – طاقة الحركة قبل التصادم

(٦) طاقة الحركة المفقودة نتيجة التصادم =
طاقة الحركة قبل التصادم – طاقة الحركة بعد التصادم

وحدات قياس طاقة الحركة :

حيث أن : الشغل صورة من صور الطاقة
فإن : وحدة قياس طاقة الحركة = وحدة قياس الشغل
وحدة قياس طاقة الحركة =
وحدة قياس الكتلة × مربع وحدة قياس مقدار السرعة

طاقة الحركة (ط)		الكتلة (ك)	السرعة (ع)
نيوتن . م	الجول	كجم	م / ث
داين . سم	الأرج	جم	سم / ث

إجابة حاول أن تحل (أ) صفحة ٢٥١

يتحرك جسم كتلته ٢٠٠ جم بسرعة $\overleftarrow{ع} = ٦٠ \overleftarrow{س} - ٨٠ \overleftarrow{ص}$ حيث $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجه وحدة متعامدين و مقدار السرعة مقيس بوحدة سم / ث ، أحسب طاقة حركة هذا الجسم أولاً : بالأرج ثانياً : بالجول

الحل

$\|\vec{ع}\|^2 = ٣٦٠٠ + ٦٤٠٠ = ١٠٠٠٠$

أولاً : طاقة حركة الجسم = $\frac{1}{2}$ ك $\|\vec{ع}\|^2$ = $\frac{1}{2}$ × ٢٠٠ × ١٠٠٠٠ = $١٠^{٦}$ أرج

ثانياً : طاقة حركة الجسم = $١٠^{٦} ÷ ١٠^{٧}$ = $\frac{1}{10}$ جول

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ٢٥١

سقط جسم كتلته ٥٠٠ جم رأسياً إلى أسفل من ارتفاع ٧٨,٤ متر عن سطح الأرض أوجد :

(أ) طاقة حركة الجسم بعد ٢ ثانية من سقوطه

(ب) طاقة حركة الجسم لحظة ملامسته لسطح الأرض

الحل

(أ) ∵ ع = ع. + ء ن ∴ ع = ٠ + ٩,٨ × ٢ = ١٩,٦ م/ث

، ط = $\frac{1}{2}$ ك $ع^2$ = $\frac{1}{2}$ × $\frac{٥٠٠}{١٠٠٠}$ × $(١٩,٦)^2$ = ٩٦,٠٤ جول

(ب) ∵ $ع^2 = ع.^2$ + ٢ ء ف ∴ $ع^2$ = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٧٨,٤ = ١٥٣٦,٦٤

، ط = $\frac{1}{2}$ ك $ع^2$ = $\frac{1}{2}$ × $\frac{٥٠٠}{١٠٠٠}$ × ١٥٣٦,٦٤ = ٣٨٤,١٦ جول

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ٢٥٢

سيارة كتلتها ١ طن تصعد منحدراً يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{1}{20}$ أبطل محركها و وقفت بعد أن قطعت مسافة ٢٠ متراً من لحظة إبطال المحرك فإذا كانت قوة مقاومة المنحدر $\frac{1}{5}$ وزن السيارة احسب طاقة حركة السيارة بوحدة الجول

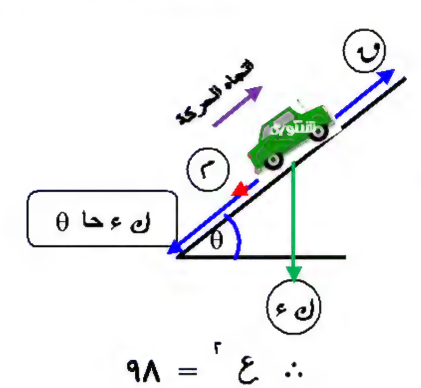
الحل

∵ − م − ك ء جا θ = ك حـ

∴ − $\frac{1}{5}$ × ١ × $١٠^{٣}$ × ٩,٨

− ١ × $١٠^{٣}$ × ٩,٨ × $\frac{1}{20}$ = ١ × $١٠^{٣}$ حـ

و منها : حـ = − ٢,٤٥ م/$ث^2$



، ∵ $ع^2 = ع.^2$ + ٢ حـ ف

∴ ٠ = $ع.^2$ + ٢ × (− ٢,٤٥) × ٢٠ ∴ $ع.^2$ = ٩٨

ط = $\frac{1}{2}$ ك $ع.^2$ = $\frac{1}{2}$ × ١ × $١٠^{٣}$ × ٩٨ = ٤٩٠٠٠ جول

مبدأ الشغل و الطاقة :

(١) إذا كانت (ق) ثابتة :

باعتبار أن جسماً (ك) يتحرك مسافة (ف) تحت تأثير محصلة القوى (ق) بحيث تتغير سرعته من ($ع_1$) إلى ($ع_2$) فيكون الشغل المبذول بواسطة محصلة القوى :

ش = ق ف ، ∵ $ع^2 = ع.^2$ + ٢ حـ ف ،

باعتبار أن : $ع_1$ ، $ع_2$ هما السرعتان الابتدائية و النهائية على الترتيب

∴ $ع_2^2 - ع_1^2$ = ٢ حـ ف بالضرب × $\frac{1}{2}$ ك ينتج :

$\frac{1}{2}$ ك ($ع_2^2 - ع_1^2$) = ك حـ ف = ق ف

حيث : ق ثابتة المقدار ∴ ط − ط. = ش

أى أن : التغير فى طاقة الحركة يساوى الشغل المبذول

(٢) إذا كانت (ق) متغيرة :

∵ $\text{ط} = \frac{1}{2}\,\text{ك}\,\text{ع}^2$ ∴ $\frac{\text{ء}}{\text{ءن}}(\text{ط}) = \text{ك}\,\text{ع}\,\frac{\text{ءع}}{\text{ءن}}$

∴ $\frac{\text{ء}}{\text{ءن}}(\text{ط}) = \text{ك}\,\text{حـ}\,\text{ع} = \text{ق}\,\text{ع}$

∴ $\frac{\text{ء}}{\text{ءن}}(\text{ط}) = \text{ق}\,\frac{\text{ءف}}{\text{ءن}}$

∴ $\int_{\text{ط}_0}^{\text{ط}} \text{ء}(\text{ط}) = \int_{\text{ف}_0}^{\text{ف}} \text{ق}\,\text{ءف}$ ∴ $\text{ط} - \text{ط}_0 = \text{شـ}$

أى أن : التغير فى طاقة الحركة يساوى الشغل المبذول

تعبر العلاقة الأخيرة عن مبدأ الشغل و الطاقة و الذى ينص على : التغير فى طاقة حركة الجسيم عند انتقاله من موضع ابتدائى إلى موضع نهائى يساوى الشغل المبذول بواسطة القوة المؤثرة عليه خلال الازاحة بين هذين الموضعين

ملاحظات :

(١) عند تطبيق مبدأ الشغل و الطاقة يجب أن تكون وحدات قياس طاقة الحركة هى نفسها وحدات قياس الشغل

(٢) عند استخدام العلاقة : $\frac{1}{2}\,\text{ك}\,(\text{ع}^2 - \text{ع}_0^2) = \text{ق}\,\text{ف}$

يراعى أن تكون الوحدات كما يلى :

(ك)	(ع)	(ق)	(ف)
كجم	م / ث	نيوتن	م
جم	سم / ث	داين	سم

(٣) (ق) هى محصلة القوى المؤثرة على الجسم لذا يراعى ذلك عند الحالات المختلفة للحركة (على خط مستقيم أفقى أملس أو خشن ، الحركة الرأسية و على مستوى مائل أملس أو خشن)

إجابة تفكير ناقد صفحة ١٥

أثبت أنه إذا بدأ جسيم حركته من موضع ما ثم عاد إلى نفس الموضع فإن طاقة حركته النهائية تساوى طاقة حركته الابتدائية

ثم استنتج من ذلك أنه فى حركة المقذوف الرأسى تحت تأثير الجاذبية الأرضية الثابتة تكون سرعة المقذوف أثناء مرحلة الصعود عند نقطة ما تساوى سرعته أثناء مرحلة الهبوط عند النقطة نفسها

الحل

∵ الجسيم بدأ حركته من موضع ما ثم عاد إلى نفس الموضع

∴ $\text{شـ} = 0$ ، ∵ $\text{شـ} = \text{ط} - \text{ط}_0$ ∴ $\text{ط} - \text{ط}_0 = 0$ ∴ $\text{ط} = \text{ط}_0$

و فى حركة المقذوف الرأسى رأسياً لأعلى تكون :

طاقة حركته عند أى نقطة أثناء الصعود = طاقة حركته عند نفس نقطة أثناء الهبوط

∴ سرعة المقذوف عند أى نقطة أثناء الصعود = سرعة المقذوف عند نفس نقطة أثناء الهبوط

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ٢٥٤

أُطلقت رصاصة على هدف سمكه ٩ سم و خرجت من جانبه الآخر بنصف سرعتها التى دخلت بها ، فما هو أقل سمك لازم لهدف من نفس المادة حتى لا تخرج منه نفس الرصاصة لو أُطلقت عليه بسرعتها السابقة نفسها

اتجاه الحركة

م

٩ سم

الحل

بالنسبة للهدف الأول :

نفرض أن : سرعة دخول الرصاصة = ع سم / ث

∴ سرعة خروج الرصاصة = $\frac{1}{2}$ ع سم / ث ، ∵ $\text{ط} - \text{ط}_0 = (-\text{م})\,\text{ف}$

∴ $\frac{1}{2}\,\text{ك}\,((\frac{1}{2}\,\text{ع})^2 - \text{ع}^2) = (-\text{م}) \times 9$

∴ $-\frac{3}{8}\,\text{ك}\,\text{ع}^2 = -9\,\text{م}$ و منها : $\text{م} = \frac{1}{24}\,\text{ك}\,\text{ع}^2$

بالنسبة للهدف الثانى :

∵ ط − ط. = (− م) ف ∴ $\frac{١}{٢}$ ك (٠ − $ع^{٢}$) = − $\frac{١}{٢٤}$ ك $ع^{٢}$ ف/

و منها : ف/ = ١٢ سم

إجابة حاول أن تحل (٥) صفحة ٢٥٤

قُذف جسم كتلته ٢ كجم بسرعة ٣ متر / ث إلى أسفل على خط أكبر ميل لمستوى أملس طوله ١٠ أمتار و ارتفاعه ٢ متر

أوجد طاقة حركة هذا الجسم عند وصوله إلى قاعدة المستوى

الحل

∵ ط − ط. = ك ء جا θ ف

∴ ط − $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ٩

= ٢ × ٩,٨ × $\frac{٢}{١٠}$ × ١٠

و منها : ط = ٤٨,٢ جول

إجابة حاول أن تحل (٦) صفحة ٢٥٥

وُضع جسم كتلته ٢٠٠ جم عند قمة مستوى مائل ارتفاعه ٣ أمتار احسب السرعة التى يصل بها هذا الجسم إلى قاعدة المستوى علماً بأن مقدار الشغل الذى يبذله قوة مقاومة المستوى للحركة ٤,٤٨ جول

الحل



نفرض أن : طول المستوى = ف متر

∵ ط − ط. = (ك ء جا θ − م) ف

∴ $\frac{١}{٢}$ × ٠,٢ $ع^{٢}$ − ٠ = ك ء ف جا θ − م ف

∴ ٠,١ $ع^{٢}$ = ٠,٢ × ٩,٨ × $\frac{٣}{ف}$ × ف − ٤,٤٨

و منها : $ع^{٢}$ = ١٤ ∴ ع = $\sqrt{١٤}$ م/ث

حل تمارين (٤ − ٢) صفحة ٢٥٧ بالكتاب المدرسى

أولاً : أكمل

(١) طاقة حركة قذيفة كتلتها $\frac{١}{٣}$ كجم و تتحرك بسرعة ٣٠٠ متر / ث يساوى .... جول

الحل

ط = $\frac{١}{٢}$ ك $ع^{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٣}$ × ٩٠٠٠٠ = ١٥٠٠٠ جول

(٢) طاقة حركة جسم كتلته ٤٠ جم يتحرك بسرعة ٢٠ متر / ث يساوى .... جول

الحل

ط = $\frac{١}{٢}$ ك $ع^{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ × ٠,٠٤ × ٤٠٠ = ٨ جول

(٣) سيارة كتلتها ١,٥ طن و طاقة حركتها ١٦٨٧٥٠ جول فإن سرعة السيارة .... م / ث

الحل

∵ ط = $\frac{١}{٢}$ ك $ع^{٢}$ ∴ ١٦٨٧٥٠ = $\frac{١}{٢}$ × ١,٥ × ١٠٠٠ $ع^{٢}$

∴ $ع^{٢}$ = ٢٢٥ ∴ ع = ١٥ م/ث

(٤) جسم يتحرك كتلته ٢٠٠ جم بسرعة $\overleftarrow{ع}$ = ٣٠ $\overleftarrow{س}$ + ٤٠ $\overleftarrow{ص}$ حيث $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجه وحدة متعامدين و مقدار السرعة مقيس بوحدة سم / ث ، فإن طاقة حركة هذا الجسم = ... أرج

الحل

$\|\overleftarrow{ع}\|^{٢}$ = ٩٠٠ + ١٦٠٠ = ٢٥٠٠

∴ طاقة حركة الجسم = $\frac{١}{٢}$ ك $\|\overleftarrow{ع}\|^{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ × ٢٠٠ × ٢٥٠٠ = ٢,٥ × $١٠^{٥}$ أرج

(٤) جسم بسرعة $\overleftarrow{ع} = ٥٠ \overleftarrow{س} + ١٠٠ \overleftarrow{ص}$ حيث $\overleftarrow{ع}$ مقيس بوحدة سم / ث ، $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجه وحدة متعامدين و كانت طاقة حركة هذا الجسم تساوى ٣,٩ جول فإن كتلة الجسم = ... جرام

الحل

$\|\overleftarrow{ع}\|^٢ = ٢٥٠٠ + ١٠٠٠٠ = ١٢٥٠٠$ ، $\because$ ط $= \frac{١}{٢}$ ك $\|\overleftarrow{ع}\|^٢$

$\therefore ٣,٩ \times ١٠^٧ = \frac{١}{٢}$ ك $\times ١٢٥٠٠$ و منها : ك = ٦٢٤٠ جرام

(٦) إذا ترك جسم كتلته ٣٠ جم ليسقط من ارتفاع ١٠ أمتار من سطح الأرض فإن طاقة حركة هذا الجسم = ... جول عندما يكون على وشك الارتطام بسطح الأرض

الحل

$\because ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢$ ء ف $\therefore ع^٢ = ٠ + ٢ \times ٩,٨ \times ١٠ = ١٩٦$

، ط $= \frac{١}{٢}$ ك ع^٢ $= \frac{١}{٢} \times ٠,٠٣ \times ١٩٦ = ٢,٩٤$ جول

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية :

(٧) إصطدمت رصاصة كتلتها $\frac{٣}{٢}$ جرام و سرعتها ٤٠٠ متر / ث بقالب خشبى فسكنت بعد أن قطعت داخل القالب مسافة ٥ سم ، أحسب الزمن الذى تستغرقه الرصاصة داخل القالب (مستخدماً مبدأ الشغل و الطاقة)

اتجاه الحركة

م

٥ سم

الحل

$\because$ ط $-$ ط$_٠$ $= -$ م $\times$ ف

$\therefore ٠ - \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٢} \times (٤ \times ١٠^٤)^٢ = -$ م $\times ٥$

و منها : م $= ٢٤ \times ١٠^٧$ داين

، $\because$ ك حـ = $-$ م $\therefore \frac{٣}{٢}$ حـ $= - ٢٤ \times ١٠^٧$

$\therefore$ حـ $= - ١٦ \times ١٠^٧$ سم / ث^٢ ، $\because$ ع = ع$_٠$ + حـ ن

$\therefore ٤ \times ١٠^٤ = ٠ - ٢٤ \times ١٠^٧$ ن و منها : ن = ٠,٠٠٠٢٥ ث

حل آخر لايجاد الزمن

$\because (-$ م $) \times$ ن = ك (ع $-$ ع$_٠$)

$\therefore (- ٢٤ \times ١٠^٧) \times$ ن $= \frac{٣}{٢} (٠ - ٤ \times ١٠^٤)$

و منها : ن = ٠,٠٠٠٢٥ ث

(٨) أُطلقت رصاصة كتلتها ٢٥ جم بسرعة أفقية على قطعة خشبية كتلتها ١,٣٥ كجم موضوعة على نضد أفقى خشن فاستقرت فيه و كونتا جسماً واحداً تحرك مسافة ١٠ سم نتيجة للتصادم احسب سرعة انطلاق الرصاصة مستخدماً مبدأ الشغل و الطاقة إذا كان معامل الاحتكاك الحركى بين قطعة الخشب و النضد يساوى $\frac{١}{٤}$

الحل

اتجاه الحركة

ر

م$_ك$ ر

٠,٠٢٥

١,٣٥

ك ء

بفرض أن : سرعة الجسم بعد التصادم مباشرة = ع

$\because$ ط $-$ ط$_٠$ $= -$ م$_ك$ ر $\times$ ف

$\therefore ٠ - \frac{١}{٢} \times (١,٣٥ + ٠,٠٢٥)$ ع^٢ =

$- \frac{١}{٤} \times (١,٣٥ + ٠,٠٢٥) \times ٩,٨ \times ٠,١$

$\therefore$ ع^٢ = ٠,٤٩ $\therefore$ ع = ٠,٧ م / ث

٠,٠٢٥

١,٣٥

أى أن : سرعة الجسم بعد التصادم = ٠,٧ م / ث

، $\because$ ك$_١$ ع$_١$ + ك$_٢$ ع$_٢$ = (ك$_١$ + ك$_٢$) ع

$\therefore ٠,٠٢٥$ ع$_١$ + ١,٣٥ × ٠ = (١,٣٥ + ٠,٠٢٥) × ٠,٧

∴ $ع_١$ (سرعة انطلاق الرصاصة) = ٣٨,٥ م/ث

(٩) قوة مقدارها ١٢ نيوتن ثابتة الاتجاه تقوم ببذل شغل على جسم متحرك فإذا كانت ازاحته تعطى بالعلاقة : $\overrightarrow{ف} = ٣\,\overrightarrow{س} - ٤\,\overrightarrow{ص}$ حيث ف بالمتر ، احسب قياس الزاوية بين $\overrightarrow{ق}$ ، $\overrightarrow{ف}$ إذا كان التغير فى طاقة الحركة للجسم

أولاً : يساوى ٣٠ جول   ثانياً : يساوى − ٣٠ جول

الحل

ف = $\sqrt{٩ + ١٦}$ = ٥ متر ، ∵ ش = $\overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$

∴ ش = ق ف حتا θ ، ∵ ط − $ط_.$ = ش ∴ ط − $ط_.$ = ق ف حتا θ

أولاً : ٣٠ = ١٢ × ٥ حتا θ ∴ حتا θ = $\frac{١}{٢}$ ∴ θ = ٦٠°

ثانياً : − ٣٠ = ١٢ × ٥ حتا θ ∴ حتا θ = − $\frac{١}{٢}$ ∴ θ = ١٢٠°

(١٠) الشكل المقابل يوضح تأثير مركبة قوة فى الاتجاه الموجب لاتجاه محور السينات على جسم كتلته ٢ كجم فإذا كانت سرعة الجسم عند س = ٠ يساوى ٤ م/ث

أولاً : أوجد التغير فى طاقة الحركة بين س = ٠ ، س = ٥ م

ثانياً : أحسب مقدار طاقة الحركة عند س = ٣

ثالثاً : عند أى قيمة لـ س يكون مقدار طاقة الحركة ٨ جول

الحل

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ يمر بالنقطتين (٠ ، ٤) ، (١ ، ٠) ∴ ميله = − ٤

، يقطع من محور الصادات جزءاً طوله = ٤

∴ معادلته هى : ص = − ٤ س + ٤

، عند : ص = − ٣ فإن : − ٣ = − ٤ س + ٤ و منها : س = $\frac{٧}{٤}$

أولاً : ∵ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من القوة = المساحة تحت المنحنى

∴ التغير فى طاقة الحركة (بين س = ٠ ، س = ٥) = مساحة المثلث أ و ء + مساحة شبه المنحرف ء ب حـ هـ =

$\frac{١}{٢}$ × ١ × ٤ − $\frac{١}{٢}$ × (٤ + ٣,٢٥) × ٣ = − ٨,٨٧٥ جول

حل آخر

التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من القوة

$= \int_{٠}^{\frac{٧}{٤}} (-٤س + ٤)\,ءس + \int_{\frac{٧}{٤}}^{٥} (-٣)\,ءس$

$= [-٢س^٢ + ٤س]_{٠}^{\frac{٧}{٤}} + [-٣س]_{\frac{٧}{٤}}^{٥}$

$= (-\frac{٤٩}{٨} + ٧ - ٠) + (-١٥ + \frac{٢١}{٤})$ = − ٨,٨٧٥ جول

ثانياً : ∵ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من القوة = المساحة تحت المنحنى

∴ $ط_٣ - ط_.$ = مساحة المثلث أ و ء + مساحة شبه المنحرف ء ب ع ز

∴ $ط_٣ - \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٤^٢ = \frac{١}{٢} \times ١ \times ٤ - \frac{١}{٢} \times (٢ + ١,٢٥) \times ٣$

∴ $ط_٣$ = ٢ − ٤,٨٧٥ + ١٦ = ١٣,١٢٥ جول

∴ مقدار طاقة الحركة (عند : س = ٣) = ١٣,١٢٥ جول

حل آخر

$ط_٣ - ط_. = \int_{٠}^{\frac{٧}{٤}} (-٤س + ٤)\,ءس + \int_{\frac{٧}{٤}}^{٣} (-٣)\,ءس$

∴ $ط_٣ - \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٤^٢ = [-٢س^٢ + ٤س]_{٠}^{\frac{٧}{٤}} + [-٣س]_{\frac{٧}{٤}}^{٣}$

= $(- \frac{٤٩}{٨} + ٧ - ٠) + (- ٩ + \frac{٢١}{٤}) + ١٦ = ١٣,١٢٥$ جول

∴ مقدار طاقة الحركة (عند : س = ٣) = ١٣,١٢٥ جول

ثالثاً : بفرض أن : طاقة الحركة = ٨ جول عند : س = ل

∵ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من القوة = المساحة تحت المنحنى

∴ $ط_{ل} - ط_{.} = \frac{١}{٢} \times ١ \times ٤ - \frac{١}{٢} \times (ل - ١ + ل - ١,٧٥) \times ٣$

∴ $٨ - \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٤^٢ = ٢ - \frac{٣}{٢} (٢ ل - ٢,٧٥)$

∴ ٨ − ١٦ = ٢ − ٣ ل + ٤,١٢٥

و منها : ل = $\frac{١١٣}{٢٤}$ أى أن : طاقة الحركة = ٨ جول عند : س = $\frac{١١٣}{٢٤}$

حل آخر

$ط_{ل} - ط_{.} = \int_{.}^{\frac{٧}{٤}} (- ٤ س + ٤) ء س + \int_{\frac{٧}{٤}}^{ل} (- ٣) ء س$

∴ $٨ - \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٤^٢ = [- ٢ س^٢ + ٤ س]_{.}^{\frac{٧}{٤}} + [- ٣ س]_{\frac{٧}{٤}}^{ل}$

∴ $٨ - ١٦ = (- \frac{٤٩}{٨} + ٧ - ٠) + (- ٣ ل + \frac{٢١}{٤})$

و منها : ل = $\frac{١١٣}{٢٤}$ أى أن : طاقة الحركة = ٨ جول عند : س = $\frac{١١٣}{٢٤}$

(١١) ترك جسم كتلته ٢٠٠ جم ليتحرك من سكون من قمة مستوى أملس طوله ٢٥ متر و يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠}$

أوجد طاقة حركة هذا الجسم عندما يصل إلى قاعدة المستوى

الحل

∵ ط − ط. = ل ء حا θ ف

∴ ط − ٠ = ٠,٢ × ٩,٨ × $\frac{١}{١٠}$ × ٢٥

و منها : ط = ٤,٩ جول

حل آخر

∵ المستوى أملس ، الجسم يتحرك لأسفل المستوى

∴ ح = ء حا θ = ٩,٨ × $\frac{١}{١٠}$ = ٠,٩٨ م / ث^٢

، ∵ $ع^٢ = ع_{.}^٢ + ٢ ح ف$ ∴ $ع^٢ = ٠ + ٢ \times ٠,٩٨ \times ٢٥ = ٤٩$ م

، ∵ ط = $\frac{١}{٢}$ ل ع^٢ ∴ ط = $\frac{١}{٢}$ × ٠,٢ × ٤٩ = ٤,٩ جول

(١٢) قذف جسيم كتلته ٥ كجم على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠}$ ، و لأعلى بسرعة ٤ متر / ث

احسب التغير الذى يطرأ على طاقة حركة هذا الجسيم بعد إنقضاء ثانية واحدة على لحظة قذفه ثم عندما يعود إلى موضع القذف

الحل

∵ المستوى أملس ، الجسيم يتحرك لأعلى المستوى

∴ ح = − ء حا θ = ٩,٨ × $\frac{١}{١٠}$ = − ٠,٩٨ م / ث^٢

، ∵ ع = ع. + ح ن ، ن = ١ ث

∴ ع = ٤ − ٠,٩٨ × ١ = ٣,٠٢ م / ث

، ∵ التغير فى طاقة الحركة = ط − ط. = $\frac{١}{٢}$ ل ($ع^٢ - ع_{.}^٢$)

∴ التغير فى طاقة الحركة = $\frac{١}{٢}$ × ٥ ((٣,٠٢)^٢ − (٤)^٢) = − ١٧,١٩٩ جول

حل آخر

∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ح ن^٢

∴ ف = ٤ × ١ + $\frac{١}{٢}$ × (− ٠,٩٨) × ١ = ٣,٥١ م

، ∵ ط − ط. = − ل ء حا θ ف

∴ التغير فى طاقة الحركة = − ٥ × ٩,٨ × $\frac{١}{١٠}$ × ٣,٥١ = − ١٧,١٩٩ جول

، عندما يعود الجسيم إلى نقطة القذف فإن : ف = صفر

∴ التغير فى طاقة الحركة = صفر

(١٣) مستوى مائل خشن طوله ٢٠ متر و ارتفاعه ٥ أمتار أوجد أصغر سرعة يقذف بها جسم من أسفل نقطة فى المستوى المائل و فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لكى يصل بالكاد إلى أعلى نقطة فى المستوى علماً أن الجسم يلاقى مقاومة تساوى $\frac{1}{4}$ وزنه

الحل

∵ ط − ط. = − (م + ك ء حا θ) ف

∴ ٠ − $\frac{1}{2}$ ك ع^2 =

− ($\frac{1}{4}$ ك × ٩,٨ + ك × ٩,٨ × $\frac{5}{20}$) × ٢٠

و منها : ع = ١٤ م / ث

(١٤) أُطلقت قذيفة مدفع بسرعة ع = ١٠٥ س + ٣٦٠ ص حيث س ، ص متجه وحدة متعامدين و مقدار السرعة مقيس بوحدة م / ث ، فإذا كانت طاقة الحركة للقذيفة تساوى ١,١٢٥ × ١٠^6 جول فأوجد كتلة القذيفة بالكيلوجرام

الحل

‖ ع ‖^2 = (١٠٥)^2 + (٣٦٠)^2 = ١٤٠٦٢٥

، ∵ ط = $\frac{1}{2}$ ك ع^2

∴ ١,١٢٥ × ١٠^6 = $\frac{1}{2}$ ك × ١٤٠٦٢٥

و منها : ك = ١٦ كجم

(١٥) يتحرك جسم كتلته ٢ كجم تحت تأثير القوى ق$_1$ = س + ٢ ص ، ق$_2$ = ٢ س + ص ، ق$_3$ = ٣ س + ٥ ص مقدرة كل منها بالنيوتن حيث س ، ص متجها وحدة متعامدين فإذا كان متجه الازاحة كدالة فى الزمن يعطى بالعلاقة :

ف = أ ن^2 س − ب (ن^2 − ن) ص و معيار الازاحة بالمتر

أوجد :

(أ) قيمة كل من الثابتين أ ، ب

(ب) الشغل المبذول من هذه القوى بعد ٢ ثانية من بدء الحركة

(جـ) طاقة الحركة فى نهاية زمن قدره ٢ ثانية

الحل

∵ ق = ق$_1$ + ق$_2$ + ق$_3$ = ٦ س + ٨ ص

(أ) ∵ ع = $\frac{\text{ء ف}}{\text{ء ن}}$ = ٢ أ ن س − ب (٢ ن − ١) ص

، جـ = $\frac{\text{ء ع}}{\text{ء ن}}$ = ٢ أ س − ٢ ب ص ، ق = ك جـ

∴ ٦ س + ٨ ص = ٢ (٢ أ س − ٢ ب ص)

∴ ٦ = ٤ أ و منها : ∴ أ = $\frac{3}{2}$

∴ ٨ = − ٤ ب و منها : ب = − ٢

(ب) ف = $\frac{3}{2}$ ن^2 س + ٢ (ن^2 − ن) ص

∴ ش = (٦ ، ٨) • ($\frac{3}{2}$ ن^2 ، ٢ ن^2 − ٢ ن)

= ٢٥ ن^2 − ١٦ ن

عند : ن = ٢ فإن : ش = ١٠٠ − ٣٢ = ٦٨ جول

(جـ) ∵ ع = ٣ ن س + ٢ (٢ ن − ١) ص

عند : ن = ٣ فإن : $\overline{ع}$ = ٦ $\overline{س}$ + ٦ $\overline{ص}$

∴ ع^{٢} = ٧٢ ∴ ط = $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ٧٢ = ٧٢ جول

(١٦) أُطلقت رصاصة بسرعة ٥٤٠ كم / س على قطعة خشبية فاستقرت فيه على عمق ٣٠ سم ، فإذا أُطلقت نفس الرصاصة بنفس السرعة على هدف ثابت من نفس الخشب سمكه ١٥ سم ، فما هى السرعة التى تخرج بها الرصاصة من الهدف بفرض ثبوت المقاومة

الحل

بالنسبة للقطعة الخشبية :

∵ ط − ط. = − م × ف

∴ ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ك × (٥٤٠ × $\frac{٥}{١٨}$)^{٢} = − م × ٠,٣

∴ م = ٥٦٢٥٠ ك (١)

بالنسبة للهدف :

∵ ط − ط. = − م × ف

∴ $\frac{١}{٢}$ × ك × (ع^{٢} − (٥٤٠ × $\frac{٥}{١٨}$)^{٢}) = − م × ٠,١٥

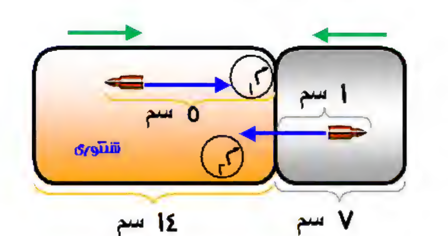
بالتعويض من (١) ينتج :

$\frac{١}{٢}$ × ك × (ع^{٢} − ٢٢٥٠٠) = − ٥٦٢٥٠ ك × ٠,١٥

و منها : ع = ٧٥ م / ث

(١٧) هدف رأسى مكون من طبقتين من معدنين مختلفين ، سمك الأول ٧ سم ، و سمك الثانى ١٤ سم ، فإذا أُطلقت رصاصتان متساويتان فى الكتلة فى اتجاهين متضادين و عموديتين على الهدف و بسرعة واحدة ، فاخترقت الرصاصة الأولى الطبقة الأولى و سكنت فى الثانية بعد أن غاصت فيها مسافة ٥ سم بينما و اخترقت الرصاصة الثانية الطبقة الثانية و أستقرت فى الطبقة الأولى بعد أن غاصت فيها مسافة ١ سم أوجد النسبة بين مقاومة المعدنين

الحل



نفرض أن : كتلة كل من الرصاصتين = ك جم ، و مقاومة الطبقة الأولى = م$_{١}$ ث جم ، و مقاومة الطبقة الثانية = م$_{٢}$ ث جم ، و سرعتيهما الإبتدائتين = ع. سم / ث

∵ ط − ط. = − م$_{١}$ × ف$_{١}$ − م$_{٢}$ × ف$_{٢}$

∴ بالنسبة للطبقة الأولى : ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ك ع.^{٢} = − م$_{١}$ × ٧ − م$_{٢}$ × ٥ (١)

، بالنسبة لطبقة النحاس : ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ك ع.^{٢} = − م$_{٢}$ × ١٤ − م$_{١}$ × ١ (٢)

، ∵ الرصاصتان من لهما نفس الكتلة و نفس سرعة القذف

∴ الشغل المبذول ضد المقاومات من الرصاصتين متساوى

∴ من (١) ، (٢) ينتج : − م$_{١}$ × ٧ − م$_{٢}$ × ٥ = − م$_{٢}$ × ١٤ − م$_{١}$ × ١

∴ م$_{١}$ × ٧ − م$_{١}$ × ١ = م$_{٢}$ × ١٤ − م$_{٢}$ × ٥

و منها : ٦ م$_{١}$ = ٩ م$_{٢}$ ∴ م$_{١}$: م$_{٢}$ = ٣ : ٢

أى أن : النسبة بين مقاومة المعدنين = ٣ : ٢

(١٨) كرتان ملساوتان كتلتاهما ١٠٠ جم ، ٢٠٠ جم تتحركان فى خط مستقيم في اتجاهين متضادين ، تصادمت الكرتان عندما كانت سرعتاهما ٨ م / ث ، ١٢ م / ث فإذا ارتدت الكرة الأولى بعد التصادم مباشرة بسرعة ٢ م / ث احسب طاقة الحركة المفقودة نتيجة التصادم بالجول

الحل

باعتبار اتجاه الكرة الكبرى قبل التصادم موجباً

ع١ = ٢ م / ث   ع٢/ = ؟
١٠٠ جم   ٢٠٠ جم   ى

∵ ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = ك١ ع١/ + ك٢ ع٢/

∴ ١٠٠ × ٨ + ٢٠٠ × (– ١٢)

= ١٠٠ × (– ٢) + ٢٠٠ × ع٢/

و منها : ع٢/ = – ٧ م / ث

فى نفس اتجاهها قبل التصادم

طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم – طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = [($\frac{1}{2}$ × ٠,١ × (٨)^2 + $\frac{1}{2}$ × ٠,٢ × (١٢)^2]

– [($\frac{1}{2}$ × ٠,١ × (٢)^2 + $\frac{1}{2}$ × ٠,٢ × (٧)^2]

= ١٧,٦ – ٥,١ = ١٢,٥ جول

(١٩) سقطت كرة كتلتها ١٠٠ جم من ارتفاع ٣,٦ متر على أرض أفقية فاصطدمت بها و أرتدت رأسياً إلى أعلى فإذا بلغ النقص فى طاقة حركة الكرة نتيجة اصطدامها بالأرض ١,٩٦ جول

احسب المسافة التى ارتدتها الكرة عقب تصادمها بالأرض

الحل

١٠٠ جم   ع. = ٠   ٣,٦ م   ف م   ع١   ع٢   سطح الأرض

لايجاد سرعة اصطدام الكرة بالأرض :

∵ ع^2 = ع.^{2} + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٣,٦

∴ ع١ = ٨,٤ م / ث

، ∵ ط – ط. = – ١,٩٦

∴ $\frac{1}{2}$ × ٠,١ (ع^2 – (٨,٤)^2) = – ١,٩٦

و منها : ع = ٥,٦ م / ث   " سرعة ارتداد الكرة عقب تصادمها بالأرض "

، ∵ ع^2 = ع.^{2} – ٢ ء ف   ∴ ٠ = (٥,٦)^2 – ٢ × ٩,٨ ف

و منها : ف = ١,٦ م   " المسافة التى ارتدتها الكرة عقب تصادمها بالأرض "

(٢٠) سقط مطاطى من السكون من قمة برج فبلغت كمية حركته قبل التصادم مباشرة ١٠٩٢ جم . متر / ث ، و بلغت طاقة حركته ١٠١٤ ث جم . متر ، احسب كتلة هذا الجسم و ارتفاع البرج ، و إذا أرتد الجسم بعد إصطدامه بالأرض مسافة ٤,٩ متر فأوجد مقدار دفع الأرض للجسم

الحل

١٠٠ جم   ع. = ٠   ف م   ٤,٩ م   ع١   ع٢   سطح الأرض

∵ ك ع = ١٠٩٢ جم . متر / ث = ١,٠٩٢ كجم . متر / ث   (١)

، ∵ $\frac{1}{2}$ ك ع^2 = ١٠١٤ ث جم . متر

= $\frac{١٠١٤}{١٠٠٠}$ × ٩,٨ = ٩,٩٣٧٢ جول   (٢)

بقسمة (٢) ÷ (١) ينتج : $\frac{1}{2}$ ع = ٩,١

∴ ع = ١٨,٢ م / ث   " سرعة اصطدام الجسم بسطح الأرض "

بالتعويض فى (١) ينتج : ١٨,٢ ك = ١,٠٩٢   و منها : ك = ٠,٠٦ كجم

، ∵ ع^2 = ع.^{2} + ٢ ء ف   ∴ (١٨,٢)^2 = ٠ + ٢ × ٩,٨ ف

و منها : ف = ١٦,٩ م " ارتفاع البرج "

بعد الاصطدام بالأرض : ∵ ع^2 = ع.^{2} – ٢ ء ف   ∴ ٠ = ع.^{2} – ٢ × ٩,٨ × ٤,٩

و منها : ع. = ٩,٨ م / ث   " سرعة ارتدت الجسم عقب الاصطدام بالأرض "

، باعتبار الاتجاه لأعلى هو الاتجاه الموجب

∴ دفع الأرض للجسم = ك (ع. – ع)

= ٠,٠٦ × (٩,٨ – (– ١٨,٢)) = ١,٦٨ كجم . م / ث

(٢١) سقط جسم (أ) كتلته ١,٨ كجم من السكون من ارتفاع ما عن سطح الأرض ، و فى نفس اللحظة قذف جسم (ب) كتلته ١,١٤ كجم رأسياً من سطح الأرض بسرعة ٤٩ م / ث ليصطدم بالجسم (أ) و يكونا

جسماً واحداً ، إذا عُلم أن سرعة الجسم (أ) قبل التصادم مباشرة ٢٨ م / ث فاحسب :

أولاً : السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم مباشرة

ثانياً : طاقة الحركة المفقودة بالتصادم

ثالثاً : الدفع الواقع على الجسم (أ)

الحل

نوجد لحظة تصادم الجسمين و زمن وصول الجسم (أ) إلى نقطة التصادم :

∵ ع = ع. + ء ن ∴ ٢٨ = ٠ + ٩,٨ ن

و منها : ن = $\frac{٢٠}{٧}$ ث

نوجد سرعة الجسم (ب) قبل التصادم مباشرة :

∵ ع = ع. − ء ن ∴ ع = ٤٩ − ٩,٨ × $\frac{٢٠}{٧}$

∴ ع$_٢$ = ٢١ م / ث

أولاً : باعتبار الاتجاه لأسفل هو الاتجاه الموجب للحركة ، سرعة الجسم المشترك ع

، ∵ ك$_١$ ع$_١$ + ك$_٢$ ع$_٢$ = (ك$_١$ + ك$_٢$) ع

∴ ١,٨ × ٢٨ + ١,١٤ × (−٢١) = ٢,٩٤ × ع

و منها : ع = ٩ م / ث لأسفل

ثانياً : طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم − طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = [($\frac{١}{٢}$ × ١,٨ × (٢٨)^٢ + $\frac{١}{٢}$ × ١,١٤ × (٢١)^٢] − ($\frac{١}{٢}$ × ٢,٩٤ × (٩)^٢) = ٩٥٦,٩٧ − ١١٩,٠٧ = ٨٣٧,٩ جول

ثالثاً : الدفع الواقع على الجسم (أ) = التغير فى كمية حركة الجسم (أ)
= ١,٨ × (٢٨ − ٩) = ٣٤,٢ كجم . م / ث

(٢٢) سقطت مطرقة كتلتها ٨٠٠ كجم من ارتفاع ٦,٤ متر رأسياً على عمود من أعمدة الأساس كتلته ٣٢٠ كجم فدكته رأسياً لمسافة ١٠ سم أوجد :

أولاً : السرعة المشتركة للمطرقة و الجسم بعد التصادم مباشرة

ثانياً : الطاقة المفقودة نتيجة التصادم

ثالثاً : مقاومة الأرض مقدرة بثقل الكيلوجرام

الحل

سرعة المطرقة قبل التصادم بالعمود مباشرة :

ع^٢ = ع.^{٢} + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٦,٤

و منها : ع = ١١,٢ م / ث

أولاً : عند التصادم : نعتبر أن اتجاه سرعة المطرقة قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ ك$_١$ ع$_١$ + ك$_٢$ ع$_٢$ = (ك$_١$ + ك$_٢$) ع

∴ ٨٠٠ × ١١,٢ − ٣٢٠ × ٠ = ١١٢٠ ع

و منها : ع = ٨ م / ث فى اتجاه حركة المطرقة

ثانياً : طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم − طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = [($\frac{١}{٢}$ × ٨٠٠ × (١١,٢)^٢ + $\frac{١}{٢}$ × ٣٢٠ × (٠)^٢] − ($\frac{١}{٢}$ × ١١٢٠ × (٨)^٢) = ٥٠١٧٦ − ٣٥٨٤٠ = ١٤٣٣٦ جول

ثالثاً : متوسط مقاومة الأرض :

∵ ط − ط. = (ك ء − م) × ف

∴ ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ١١٢٠ × (٨)^٢ = (١١٢٠ × ٩,٨ − م) × ٠,١

∴ − ٣٥٨٤٠ = ١٠٩٧,٦ − ٠,١ م

∴ ٠,١ م = ١٠٩٧,٦ + ٣٥٨٤٠ ∴ ٠,١ م = ٣٦٩٣٧,٦

و منها : م = ٣٦٩٣٧٦ نيوتن = ٤٥٠٨٠ ÷ ٩,٨ = ٣٧٦٩١ $\frac{٣}{٧}$ ث كجم

٤ – ٣ طاقة الوضع

تمهيد :

علمنا أن طاقة الجسم مرتبطة بحركته تسمى طاقة الحركة
أما طاقة الوضع فهى الطاقة التى ترتبط بمكان وجوده (موضعه)
و لطاقة الوضع عدة أنواع و كل نوع يختزل فى قوة ما مثل :
طاقة وضع جذب الأرض لأجسام و هى الأكثر شيوعاً

طاقة الوضع :

عندما يتحرك جسيم على خط مستقيم تحت تأثير قوة ثابتة توازى هذا الخط فإن طاقة وضع الجسيم عند لحظة ما و يرمز لها بالرمز : ض هى الشغل المبذول بواسطة هذه القوة لو أنها حركته من موضعه إلى موضع آخر ثابت على الخط المستقيم

ففى الشكل المقابل :

إذا كانت : القوة $\overrightarrow{\text{ق}}$ توازى $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$

و كانت : (و) هى الموضع الثابت ، ا ، ب موضعين مختلفين للجسيم على $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ فإن : طاقة الوضع ا " ض$_{\text{ا}}$ " = $\overrightarrow{\text{ق}} \bullet \overrightarrow{\text{ا و}}$ ،

طاقة الوضع ب " ض$_{\text{ب}}$ " = $\overrightarrow{\text{ق}} \bullet \overrightarrow{\text{ب و}}$ ،

طاقة الوضع عند (و) = صفر لأن : ض$_{\text{و}}$ = $\overrightarrow{\text{ق}} \bullet \vec{0}$ = صفر

و باعتبار أن : ا ، ب هما الموضعين الابتدائى و النهائى للجسيم المتحرك على الترتيب فإن :

ض$_{\text{ب}}$ – ض$_{\text{ا}}$ = ($\overrightarrow{\text{ق}} \bullet \overrightarrow{\text{ب و}}$) – ($\overrightarrow{\text{ق}} \bullet \overrightarrow{\text{ا و}}$)

= $\overrightarrow{\text{ق}} \bullet$ ($\overrightarrow{\text{ب و}}$ – $\overrightarrow{\text{ا و}}$) = $\overrightarrow{\text{ق}} \bullet \overrightarrow{\text{ب ا}}$

∴ ض$_{\text{ب}}$ – ض$_{\text{ا}}$ = – ($\overrightarrow{\text{ق}} \bullet \overrightarrow{\text{ا ب}}$)

، ∵ $\overrightarrow{\text{ق}} \bullet \overrightarrow{\text{ا ب}}$ = شـ ∴ **ض$_{\text{ب}}$ – ض$_{\text{ا}}$ = – شـ**

أى أن : التغير فى طاقة وضع الجسم عند انتقاله من موضع ابتدائى إلى موضع نهائى يساوى سالب الشغل المبذول بواسطة القوة خلال الحركة

بقاء الطاقة :

إذا أنتقل جسم من موضع ا ، إلى موضع آخر ب دون أن يلاقى مقاومة فإن :
مجموع طاقتى الحركة و الوضع عند ا يساوى مجموع طاقتى الحركة و الوضع عند ب

∵ ط$_{\text{ب}}$ – ط$_{\text{ا}}$ = شـ ، ∵ ض$_{\text{ب}}$ – ض$_{\text{ا}}$ = – شـ

∴ ط$_{\text{ب}}$ – ط$_{\text{ا}}$ = – (ض$_{\text{ب}}$ – ض$_{\text{ا}}$)

∴ ط$_{\text{ب}}$ + ض$_{\text{ب}}$ = ط$_{\text{ا}}$ + ض$_{\text{ا}}$

مجموع طاقتى الحركة و الوضع يظل ثابتاً أثناء الحركة

وحدات قياس طاقة الوضع :

وحدات قياس طاقة الوضع هى نفسها قياس الشغل و طاقة الحركة

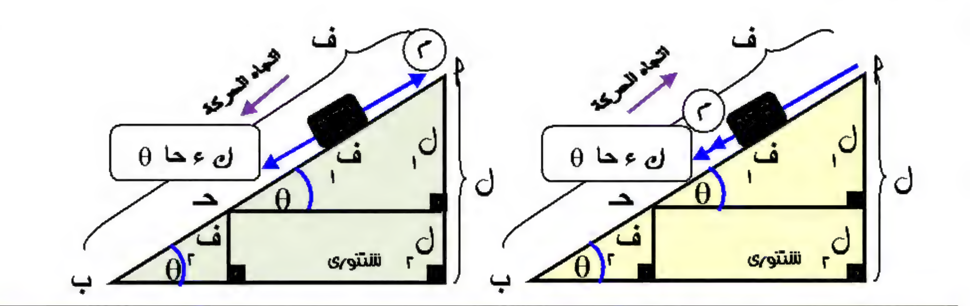
ملاحظات :

(١) طاقة الوضع قد تكون موجبة أو سالبة طبقاً للموضع الثابت للجسم

(٢) الحركة على مستوى مائل خشن :

التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات

فإذا فرضنا أن : كتلة الجسم = ك ، ارتفاع المنحدر = ل
، طوله = ف ، الجسم يتحرك على منحدر يميل على الأفقى بزاوية قياسها θ ، و كان : ا حـ = ف$_{١}$ ، ب حـ = ف$_{٢}$
من هندسة الشكلين التاليين : ل = ف حا θ ، ل$_{١}$ = ف$_{٢}$ حا θ



الجسم يتحرك صاعداً على المنحدر من حـ إلى ٩	$ط_٩ - ط_{حـ}$ = ش = (− ك ء حا θ − م) × $ف_١$ = − ك ء حا θ × $ف_١$ − م × $ف_١$ = − ك ء حا θ × (ف − $ف_٢$) − $ش_م$ = − ك ء حا θ × ف + ك ء حا θ × $ف_٢$ − $ش_م$ = − ك ء ل + ك ء $ل_٢$ − $ش_م$ = − $ض_٩$ + $ض_{حـ}$ − $ش_م$ و منها : ∴ $ض_{حـ} - ض_٩ = ط_٩ - ط_{حـ}$ + $ش_م$ (**لاحظ** : ترتيب ٩ ، حـ)
الجسم يتحرك هابطاً على المنحدر من ٩ إلى حـ	$ط_{حـ} - ط_٩$ = ش = (ك ء حا θ − م) × $ف_١$ ∴ $ط_{حـ} - ط_٩$ = ك ء حا θ $ف_١$ − م × $ف_١$ = ك ء حا θ (ف − $ف_٢$) − $ش_م$ = ك ء حا θ ف − ك ء حا θ $ف_٢$ − $ش_م$ = ك ء ل − ك ء $ل_٢$ − $ش_م$ = $ض_٩ - ض_{حـ}$ − $ش_م$ ∴ $ض_٩ - ض_{حـ} = ط_{حـ} - ط_٩$ + $ش_م$ (**لاحظ** : ترتيب ٩ ، حـ)

الجسم يتحرك صاعداً المنحدر	الجسم يتحرك هابطاً المنحدر
إذا قذف الجسم من نقطة ب بسرعة $ع_ب$ و وصل بالكاد لنقطة ٩ فإن : $ع_٩$ = ٠ . فيكون : $ط_٩$ = ٠ ، حيث : $ض_ب$ = ٠ . فيكون : $ط_ب = ض_٩$ + $ش_م$ أى أن : طاقة الحركة عند القاع = طاقة الوضع عند القمة + الشغل ضد المقاومات	إذا تحرك الجسم من ٩ من السكون : فإن : $ع_٩$ = ٠ . فيكون : $ط_٩$ = ٠ . إلى نقطة ب (قاع المستوى) فإن : $ض_ب$ = ٠ . فيكون : $ض_٩ = ط_ب$ + $ش_م$ أى أن : طاقة الوضع عند القمة = طاقة الحركة عند القاع + الشغل ضد المقاومات
التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات	
طاقة الحركة المكتسبة = $\frac{١}{٢}$ ك $ع_ب^٢$	طاقة الحركة المفقودة = $\frac{١}{٢}$ ك $ع_ب^٢$
طاقة الوضع المفقودة = ك ء ل	طاقة الوضع المكتسبة = ك ء ل
ل المسافة الرأسية ٩ ، ب	
إذا كان : المستوى أملس	
التغير فى طاقة الوضع = − ش = − (− ك ء حا θ ف) = ك ء حا θ ف = ك ء ل	التغير فى طاقة الوضع = − ش = − ك ء حا θ ف = − ك ء ل
إذا تحرك الجسم من ٩ إلى ب (أو العكس) فإن : $ض_٩ = ط_ب$ أى أن : طاقة الوضع عند القمة = طاقة الحركة عند القاع	
طاقة الحركة المفقودة = طاقة الوضع المكتسبة	طاقة الوضع المفقودة = طاقة الحركة المكتسبة

أحمد الشتوى

(٢) فى الحركة الرأسية يعتبر سطح الأرض هو نقطة الصفر لطاقة الوضع

١) إذا قذف جسم من نقطة (و) على سطح الأرض رأسياً لأعلى فإن : $\text{ض}_{\text{و}}$ = صفر

٢) طاقة الوضع موجبة أعلى سطح الأرض و سالبة أسفل سطح الأرض

٣) عندما يكون جسم على إرتفاع ل من سطح الأرض " أى : و أ = ل " فإن : $\text{ض}_{\text{أ}}$ = ك ء ل

٤) عندما أقصى ارتفاع عند نقطة حـ فإن : $\text{ط}_{\text{حـ}}$ = صفر

٥) طاقة الوضع عند و " سطح الأرض " = طاقة الحركة عند حـ " أقصى ارتفاع " = مجموع طاقتى الحركة و الوضع عند أى نقطة

أى أن : $\text{ض}_{\text{و}} = \text{ط}_{\text{حـ}} = \text{ض}_{\text{أ}} + \text{ط}_{\text{أ}} = \text{ض}_{\text{ب}} + \text{ط}_{\text{ب}}$

٦) إذا سقط جسم من أ فإن : $\text{ط}_{\text{أ}}$ = صفر

و يكون : $\text{ض}_{\text{أ}} + \text{ط}_{\text{أ}} = \text{ط}_{\text{و}}$

٧) من : (٥) نجد : $\text{ض}_{\text{أ}} - \text{ض}_{\text{ب}} = \text{ط}_{\text{ب}} - \text{ط}_{\text{أ}}$

التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة

٨) إذا سقط جسم من أ إلى ب أو تحرك من ب إلى أ فإن :

التغير فى طاقة الوضع = ك ء × (أ ب) " المسافة الرأسية "

٩) فى حالة وجود مقاومة فإن : $\text{ض}_{\text{حـ}} = \text{ط}_{\text{و}} + \text{شم}$

$\text{ض}_{\text{أ}} - \text{ض}_{\text{ب}} = \text{ط}_{\text{ب}} - \text{ط}_{\text{أ}} + \text{شم}$ " البرهان كما سبق "

و ذلك فى حالتى قذف الجسم رأسياً لأعلى أو سقوطه رأسياً لأسفل

إجابة حاول أن تحل (١) صفحة ٢٦٠

أثرت القوة $\overrightarrow{\text{ق}} = ٤\overrightarrow{\text{س}} + ٥\overrightarrow{\text{ص}}$ على جسم فحركته من الموضع أ إلى الموضع ب فى زمن قدره ٢ ثانية و كان متجه الموضع للجسم يعطى بالعلاقة $\overrightarrow{\text{ر}} = (٢\text{ن}^{٢} + ٢)\overrightarrow{\text{س}} + (٤\text{ن} + ١)\overrightarrow{\text{ص}}$ ، احسب التغير فى طاقة الوضع للجسم حيث معيار $\overrightarrow{\text{ق}}$ مقيس بالنيوتن ، و معيار $\overrightarrow{\text{ر}}$ مقيس بالمتر ، ن بالثانية

الحل

$\overrightarrow{\text{ف}} = \overrightarrow{\text{ر}} - \overrightarrow{\text{ر}_.} = ٢\text{ن}^{٢}\overrightarrow{\text{س}} + ٤\text{ن}\overrightarrow{\text{ص}} = \overrightarrow{\text{أب}}$

∴ التغير فى طاقة الوضع = $-(\overrightarrow{\text{ق}} \bullet \overrightarrow{\text{أب}}) = -(٤ ، ٥) \bullet (٢\text{ن}^{٢} ، ٤\text{ن})$

$= -(٨\text{ن}^{٢} + ٢٠\text{ن})$

عند : ن = ٢ فإن : التغير فى طاقة الوضع = − ٧٢ جول

إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ٢٦١

سقط جسيم كتلته ١٠٠ جم من ارتفاع ٤ متر عن سطح الأرض ، أوجد مجموع طاقتى الحركة و الوضع للجسيم عند أى لحظة أثناء سقوطه ثم أوجد طاقة حركته عندما يكون على ارتفاع متراً واحداً من سطح الأرض

الحل

عند : أ يكون :

$\text{ض}_{\text{أ}}$ = ك ء ل = ٠,١ × ٩,٨ × ٤ = ٣,٩٢ جول

، $\text{ط}_{\text{أ}}$ = صفر لأن : الجسم ساكن

∴ $\text{ط}_{\text{أ}} + \text{ض}_{\text{أ}}$ = ٣,٩٢ جول

∵ مجموع طاقتى الحركة و الوضع يظل ثابتاً أثناء الحركة

∴ مجموع طاقتى الحركة و الوضع عند أى لحظة أثناء سقوط الجسم = ٣,٩٢ جول

أحمد الشتورى

عند : ب يكون : ض$_{ب}$ = ك ء ل = ٠,١ × ٩,٨ × ١ = ٠,٩٨ جول

، ∵ ط$_{ب}$ + ض$_{ب}$ = ط$_{م}$ + ض$_{م}$

∴ ط$_{ب}$ + ٠,٩٨ = ٠ + ٣,٩٢ و منها : ط$_{ب}$ = ٢,٩٤ جول

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ٢٦٢

ﻡ ، ب نقطتان على خط أكبر ميل فى مستوى مائل خشن بحيث ب أسفل ﻡ ، بدأ جسم كتلته ٥٠٠ جم الحركة من السكون من نقطة ﻡ فإذا كانت المسافة الرأسية تساوى متراً واحداً و سرعة الجسم عندما يصل إلى ب تساوى ٤ م/ث أوجد بالجول

أولاً : طاقة الوضع المفقودة

ثانياً : الشغل المبذول من المقاومات

الحل

أولاً : طاقة الوضع المفقودة = ك ء ل

= ٠,٥ × ٩,٨ × ١ = ٤,٩ جول

حيث : ل = المسافة الرأسية بين : ﻡ ، ب

ثانياً : ∵ الجسم ساكن عند ﻡ ∴ ط$_{م}$ = صفر

، عند ب : ع = ٤ م/ث ∴ ط$_{ب}$ = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × (٤)^{٢} = ٤ جول

، ∵ المستوى خشن

∴ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات

∴ طاقة الوضع المفقودة = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات

∴ ٤,٩ = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × ((٤)^{٢} − ٠) + ش$_{م}$

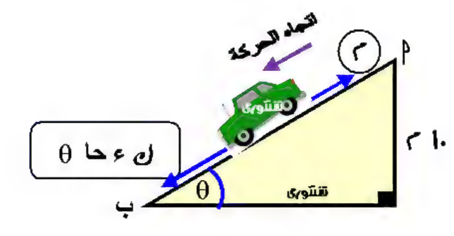
و منها : ش$_{م}$ = ٠,٩ جول

∴ الشغل المبذول من المقاومات = − ٠,٩ جول

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ٢٦٤

تهبط عربة من السكون أسفل منحدر و لما قطعت مسافة ١٨٠ متر ، وُجد أنها هبطت مسافة ١٠ متر ، فإذا عُلم أن $\frac{٣}{٤}$ طاقة الوضع فُقدت نظير التغلب على المقاومات ضد الحركة ، و أن هذه المقاومات ظلت ثابتة طوال حركة العربة ، فأوجد سرعة العربة بعد قطعها ١٨٠ متر السابقة

الحل



∵ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات

، ∵ $\frac{٣}{٤}$ طاقة الوضع فُقدت نظير التغلب على المقاومات ضد الحركة

أى أن : الشغل ضد المقاومات = $\frac{٣}{٤}$ التغير فى طاقة الوضع

∴ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + $\frac{٣}{٤}$ التغير فى طاقة الوضع

∴ $\frac{١}{٤}$ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة

، ∵ السيارة تهبط مسافة ١٠ متر عندما تقطع مسافة ١٨٠ متر

∴ $\frac{١}{٤}$ × ك × ٩,٨ × ١٠ = $\frac{١}{٢}$ × ك × (ع^{٢} − ٠)

و منها : ع = ٧ م/ث

أى أن : سرعة العربة بعد قطعها ١٨٠ متر هى : ٧ م/ث

حل تمارين (٤ – ٣) صفحة ٢٦٤ بالكتاب المدرسى

أولاً : أكمل

(١) سقط جسم كتلته ٠,٢ كجم من ارتفاع ٥ أمتار عن سطح الأرض

(أ) طاقة وضع الجسم لحظة سقوطه = ... جول

(ب) طاقة حركة الجسم لحظة سقوطه = ... جول

(حـ) مجموع طاقتى الحركة و الوضع لحظة سقوطه = ... جول

الحل

(أ) طاقة وضع الجسم لحظة سقوطه = ك ء ل = ٠,٢ × ٩,٨ × ٥ = ٩,٨ جول

(ب) طاقة حركة الجسم لحظة سقوطه = صفر

(حـ) مجموع طاقتى الحركة و الوضع لحظة سقوطه = ٩,٨ + صفر = ٩,٨ جول

(٢) جسم كتلته ٣٥٠ كجم على ارتفاع ٢٠ متر من سطح الأرض فإن طاقة وضع الجسم = ... جول

الحل

ض = ك ء ل = ٣٥٠ × ٩,٨ × ٢٠ = ٦٨٦٠٠ جول

(٣) طائرة عمودية وزنها ٣٥٠٠ ث كجم تهبط رأسياً لأسفل من ارتفاع ٢٥٠ متر إلى ارتفاع ١٥٠ متر من سطح الأرض فإن مقدار الفقد فى طاقة وضعها = ... جول

الحل

مقدار الفقد فى طاقة الوضع = ٣٥٠٠ × ٩,٨ × (٢٥٠ – ١٥٠)

= ٣٤٣ × ١٠^{٤} جول

(٤) جسم وزنه ٢ ث كجم صعد مسافة ٢٠٠ سم على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° فإن الزيادة فى طاقة وضعه = ... جول

الحل

∵ المستوى خشن

∴ الزيادة فى طاقة الوضع = ٢ × ٩,٨ حا ٣٠° × ٠,٢ = ١٩,٦ جول

(٥) وُضع جسم عند قمة مستوٍ أملس ارتفاعه ٩٠ سم فإن سرعته عندما يصل إلى قاعدة المستوى = ... متر / ث

الحل

∵ المستوى أملس ∴ طاقة الوضع عند القمة = طاقة الحركة عند القاع

و بفرض أن : كتلة الجسم = ك كجم ، سرعته عند القاع = ع م / ث

∴ ك × ٩,٨ × ٠,٩ = $\frac{١}{٢}$ ك ع^{٢} و منها : ع = ٤,٢ م / ث

(٦) يتحرك جسم من الموضع أ (٢ ، ٣) إلى الموضع ب (٧ ، ٦) تحت تأثير القوة $\overrightarrow{ق}$ = ٣ $\overrightarrow{س}$ + ٤ $\overrightarrow{ص}$ فإن : التغير فى طاقة وضع الجسم = ... أرج حيث $\overrightarrow{ف}$ بالسنتيمتر ، $\overrightarrow{ق}$ بالداين

الحل

∵ $\overrightarrow{ف}$ = $\overrightarrow{أب}$ = (٧ ، ٦) – (٢ ، ٣) = (٥ ، ٣)

∴ التغير فى طاقة الوضع = – ((٣ ، ٥) • (٣ ، ٥)) = – ٣٧ أرج

(٧) راجع حاول أن تحل (١) صفحة ٢٦٠

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية :

(٨) جسم كتلته ٣٠٠ جم موضوع على ارتفاع ١٠ أمتار من سطح الأرض أوجد طاقة وضع الجسم ، و إذا سقط الجسم رأسياً لأسفل ، فأوجد طاقة حركته عندما يكون على ارتفاع ٣ متر من سطح الأرض

الحل

عند : أ يكون :

ض$_{أ}$ = ك ء ل = ٠,٣ × ٩,٨ × ١٠ = ٢٩,٤ جول

، $ط_م$ = صفر لأن : الجسم ساكن

∴ $ط_م + ض_م$ = ٢٩,٤ جول

∵ مجموع طاقتى الحركة و الوضع يظل ثابتاً أثناء الحركة

∴ مجموع طاقتى الحركة و الوضع عند أى لحظة أثناء سقوط الجسم = ٢٩,٤ جول

عند : ب يكون : $ض_ب$ = ك ء ل = ٠,٣ × ٩,٨ × ٣

= ٨,٨٢ جول

، ∵ $ط_ب + ض_ب = ط_م + ض_م$

∴ $ط_ب$ + ٨,٨٢ = ٠ + ٢٩,٤ و منها : $ط_ب$ = ٢٠,٥٨ جول

(٩) قُذف كتلته ١٤٠ جم رأسياً لأعلى من قمة برج ارتفاعه ٢٥ متر عن سطح الأرض ، احسب التغير فى طاقة حركة الجسم من لحظة قذفه حتى وصوله إلى سطح الأرض مقدراً بالجول

الحل

∵ التغير فى طاقة الحركة = التغير فى طاقة الوضع

∴ التغير فى طاقة الحركة = $ض_م - ض_و$

= ٠,١٤ × ٩,٨ × ٢٥ – صفر

= ٣٤,٣ جول

(١٠) قُذف جسم كتلته ٢ كجم رأسياً لأعلى بسرعة ٧٠ متر/ثانية أوجد مجموع طاقتى الحركة و الوضع بعد ٥ ثوانى ، و إذا كانت طاقة حركته بعد زمن ما هو ١٢٥,٤ جول فأوجد هذا الزمن و أوجد طاقة وضعه عندئذ

الحل

∵ ط = $\frac{1}{2}$ ك $ع^2$ ∴ $ط_و$ = $\frac{1}{2}$ × ٢ × $(٧٠)^2$ = ٤٩٠٠ جول

، ∵ $ض_و$ = صفر ∴ $ط_و + ض_و$ = ٤٩٠٠ + صفر = ٤٩٠٠ جول

، ∵ مجموع طاقتى الحركة و الوضع يظل ثابتاً أثناء الحركة

∴ مجموع طاقتى الحركة و الوضع بعد ٥ ثوانى = ٤٩٠٠ جول

و بفرض أن : سرعة الجسم بعد زمن ن ث هى ع م/ث

، ∵ ط = $\frac{1}{2}$ ك $ع^2$ ∴ ١٢٥,٤٤ = $\frac{1}{2}$ × ٢ $ع^2$ و منها : ع = ١١,٢ م/ث

، ∵ ع = $ع_.$ – ء ن ∴ ١١,٢ = ٧٠ – ٩,٨ × ن ∴ ن = ٦ ث

، ∵ ف = $ع_.$ ن – $\frac{1}{2}$ ء $ن^2$ = ٧٠ × ٦ – $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ × ٣٦ = ٢٤٣,٦ م

∴ ض = ك ء ف = ٢ × ٩,٨ × ٢٤٣,٦ = ٤٧٧٤,٥٦ جول

(١١) جسم كتلته ١٠٠ جم سقط من ارتفاع ٥ أمتار على أرض رخوة فغاص فيها ٢٠ سم أوجد :

أولاً : مقدار ما فُقد من طاقة وضع بالجول قبل اصطدامه بالأرض مباشرة

ثانياً : متوسط مقاومة الأرض بثقل الكيلوجرام

الحل

أولاً : مقدار ما فقد من طاقة وضع = $ض_م - ض_و$

= ٠,١ × ٩,٨ × ٥ – ٠ = ٤,٩ جول

ثانياً : السرعة عند سطح الأرض

∵ $ع^2 = ع_.^2$ + ٢ ء ف

∴ $ع^2$ = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٥ = ٩٨

، ∵ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل المبذول ضد المقاومات

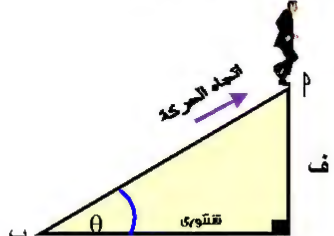
∴ $ض_و - ض_ب = ط_و - ط_ب$ + شم

∴ ٠,١ × ٩,٨ × ٠,٢ – ٠ = $\frac{1}{2}$ × ٠,١ × (٠ – ٩٨) + م × ٠,٢

و منها : م = ٢٥,٤٨ نيوتن = ٢٥,٤٨ ÷ ٩,٨ = ٢,٦ ث كجم

(١٢) صعد رجل كتلته ٧٢ كيلوجراماً طريقاً يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{١}{٦}$ فقطع ١٢٠ م أحسب التغير في طاقة وضع الرجل

الحل



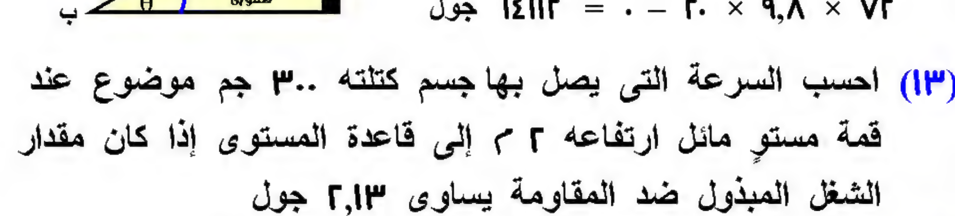
ف = ١٢٠ حا θ = ١٢٠ × $\frac{١}{٦}$ = ٢٠ م

∴ التغير في طاقة وضع الرجل =

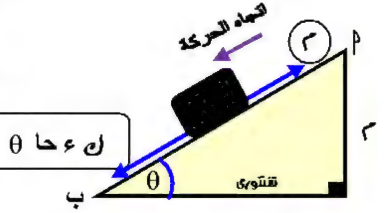
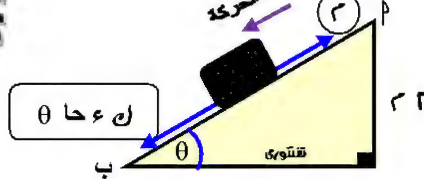
ض$_م$ – ض$_ب$ =

٧٢ × ٩,٨ × ٢٠ – ٠ = ١٤١١٢ جول

(١٣) احسب السرعة التي يصل بها جسم كتلته ٣٠٠ جم موضوع عند قمة مستوٍ مائل ارتفاعه ٢ م إلى قاعدة المستوى إذا كان مقدار الشغل المبذول ضد المقاومة يساوي ٢,١٣ جول



الحل

∵ التغير في طاقة الوضع = التغير في طاقة الحركة + الشغل المبذول ضد المقاومات

∴ ض$_م$ – ض$_ب$ = ط$_ب$ – ط$_م$ + شـم

∴ ٠,٣ × ٩,٨ × ٢ – ٠ = $\frac{١}{٢}$ × ٠,٣ ع^٢ – ٠ + ٢,١٣ و منها : ع = ٥ م / ث

(١٤) راجع حاول أن تحل (٣) صفحة ٢٦٢

(١٥) في الشكل المقابل :

بندول بسيط طول خيطه ١٣٠ سم ، يبدأ البندول الحركة من السكون من نقطة م و يتحرك حراً ليتذبذب في زاوية قياسها ٢ هـ حيث ظا هـ = $\frac{٥}{١٢}$

أوجد سرعة الكرة عند منتصف المسار

الحل

من هندسة الشكل :

م ن = م م حتا هـ = ١٣٠ × $\frac{١٢}{١٣}$ = ١٢٠ سم

∴ ن ب = م ب – م ن

= ١٣٠ – ١٢٠ = ١٠ جول

" المسافة الرأسية التي تتحركها كرة البندول "

، بفرض أن : كتلة كرة البندول = ك جم

، سرعتها عند ب = ع سم / ث

، ∵ ط$_م$ + ض$_م$ = ط$_ب$ + ض$_ب$

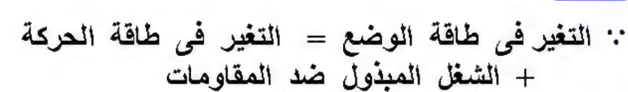
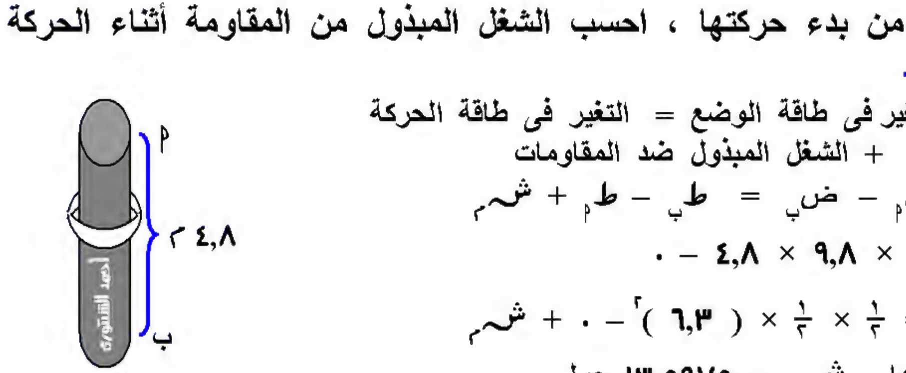
∴ ض$_م$ – ض$_ب$ = ط$_ب$ – ط$_م$ ∴ ك ء × ن ب = ط$_ب$ – ط$_م$

، ∵ ط$_م$ = ٠ " الجسم ساكن عند م "

∴ ٠ + ك × ٩٨٠ × ١٠ = $\frac{١}{٢}$ × ك ع^٢ و منها : ع = ١٤٠ سم / ث

(١٦) حلقة كتلتها $\frac{١}{٢}$ كجم تنزلق على عمود اسطواني رأسي خشن فإذا كانت سرعتها ٦,٣ متر / ث بعد أن قطعت مسافة ٤,٨ متر من بدء حركتها ، احسب الشغل المبذول من المقاومة أثناء الحركة

الحل

∵ التغير في طاقة الوضع = التغير في طاقة الحركة + الشغل المبذول ضد المقاومات

∴ ض$_م$ – ض$_ب$ = ط$_ب$ – ط$_م$ + شـم

∴ $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × ٤,٨ – ٠

= $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × (٦,٣)^٢ – ٠ + شـم

و منها : شـم = ١٣,٥٩٧٥ جول

٤ – ٤ القدرة

تعريف :

القدرة هى : المعدل الزمنى لبذل شغل

أو القدرة هى : الشغل المبذول فى وحدة الزمن

أى أن : القدرة = $\frac{ء}{ءن}$ (شغ)

، ∵ شغ = $\overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$ ∴ القدرة = $\frac{ء}{ءن}$ ($\overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$)

و إذا كانت القوة (ق) ثابتة فإن :

القدرة = $\overrightarrow{ق} \bullet \frac{ء\overrightarrow{ف}}{ءن}$ = $\overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ع}$ = ق ع جتا θ

و إذا كانت $\overrightarrow{ع}$ لها نفس اتجاه $\overrightarrow{ق}$ فإن : القدرة = ق ع

ملاحظات :

(١) القدرة كمية قياسية تتعين عند كل لحظة زمنية بمعلومية ق ، ع و تحدد قيمتها بالمعدل الزمنى لبذل الشغل عند هذه اللحظة

(٢) القدرة تتعين لحظياً (عند لحظة ما) بينما الشغل يحسب دائماً بين لحظتين مختلفتين

القدرة عند لحظة ما = ق × السرعة عند هذه اللحظة

القدرة المتوسطة :

إذا بذلت القوة شغلاً قدره (شغ) خلال فترة زمنية Δن = $ن_2 - ن_1$

فإن : القدرة المتوسطة = $\frac{شغ}{\Delta ن}$ = $\frac{شغ}{ن_2 - ن_1}$

استخدام التكامل فى ايجاد الشغل :

∵ القدرة = $\frac{ء}{ءن}$ (شغ) ∴ شغ = $\int_{ن_1}^{ن_2}$ (القدرة) ءن

ملاحظات :

(١) عند ثبوت مقدار القوة (ق) فإن : مقدار القدرة يتغير طردياً مع مقدار السرعة (ق) ، و يكون (ق) ثابت التغير حيث :
القدرة = ق ع

(٢) عندما يتحرك جسم بسرعة منتظمة (ع) فإن : القدرة تكون ثابتة ، القدرة = ق ع

(٣) إذا تغير مقدار السرعة (ع) تغير مقدار القدرة ، و يكون :
أقصى قدرة (قدرة الآلة) = ق × أقصى سرعة

(٤) عند حركة جسم بلأقصى سرعة له على طريق أفقى أو صاعداً منحدر أو هابطاً منحدر فإن : القدرة تكون متساوية فى الحالات الثلاثة

(٥) إذا كانت (ق) ثابتة ، (ع) ثابتة " منتظمة ، قصوى " فإن :
القدرة = ق ع

(٦) إذا كانت (ق) ثابتة ، (ع) متغيرة فإن :
القدرة = $\frac{ء شغ}{ءن}$

(٧) إذا كانت (ق) متغيرة ، (ع) متغيرة فإن :
شغ = $\int_{ن_1}^{ن_2}$ (القدرة) ءن

الجدول التالى يلخص ذلك :

القوة (ق)	السرعة (ع)	القدرة	
ثابتة	ثابتة	ثابتة	القدرة = ق ع
ثابتة	متغيرة	متغيرة	القدرة = $\frac{ء شغ}{ءن}$
متغيرة	متغيرة	متغيرة	شغ = $\int_{ن_1}^{ن_2}$ (القدرة) ءن

وحدات قياس القدرة :

حيث أن : القدرة تساوى المعدل الزمنى لبذل الشغل

فإن : وحدة قياس القدرة = $\frac{\text{وحدة قياس الشغل}}{\text{وحدة قياس الزمن}}$

= وحدة قياس القوة × وحدة قياس السرعة

الوحدات	المطلقة		التثاقلية	العملية
ق	نيوتن	داين	ث كجم	
ع	م / ث	سم / ث	م / ث	
القدرة	نيوتن . م / ث (جول / ث = وات)	إرج / ث	ث كجم . م / ث	الحصان · الوات · الكيلو وات
التحويل بين الوحدات	١ جول / ث (وات) = ١ ÷ ٩,٨ ث كجم . م / ث = $١٠^{٧}$ إرج / ث			
	١ إرج / ث = $١٠^{-٧}$ جول / ث (وات = نيوتن . م / ث)			
	١ حصان = ٧٥ ث كجم . م / ث = ٧٣٥ وات = ٠,٧٣٥ كيلووات			
	١ ث كجم . م / ث = $\frac{١}{٧٥}$ حصان = ٩,٨ وات (نيوتن . م / ث)			
	١ وات = $\frac{١}{٧٣٥}$ حصان = $١٠^{-٣}$ كيلو وات			
	١ كيلو وات = $١٠^{٣}$ وات (جول / ث = نيوتن . م / ث) = $١٠^{١٠}$ إرج / ث			

تعريف وحدات قياس القدرة :

(١) **النيوتن . متر / ثانية** : هو قدرة قوة تبذل شغلاً بمعدل زمنى ثابت مقداره نيوتن . متر واحد كل ثانية

و يطلق عليه أيضاً : جول / ثانية أو وات

(٢) **ثقل كيلوجرام . متر / ثانية** : هو قدرة قوة تبذل شغلاً بمعدل زمنى ثابت مقداره كيلوجرام . متر واحد كل ثانية

(٣) **الإرج / ثانية** : هو قدرة قوة تبذل شغلاً بمعدل زمنى ثابت مقداره إرجاً واحداً كل ثانية

(٤) **الحصان** : هو قدرة قوة تبذل شغلاً قدره ٧٥ ثقل كيلوجرام . متر كل ثانية

ملاحظة :

إذا كان معدل بذل الشغل منتظماً فإن :

القدرة = $\frac{\text{الشغل}}{\text{الزمن}}$ = $\frac{\text{القوة × المسافة}}{\text{الزمن}}$

إجابة حاول أن تحل (١) صفحة ٢٦٨

محرك طائرة يعطى قوة مقدارها ٣٢,٢ × $١٠^{٤}$ نيوتن عندما تكون سرعة الطائرة ٩٠٠ كم / س ، احسب قدرة المحرك بالحصان

الحل

قوة محرك الطائرة = ٣٢,٢ × $١٠^{٤}$ نيوتن = ٣٢,٢ × $١٠^{٤}$ ÷ ٩,٨

= ٣٢٨٥٧,١٤٢٩ ث كجم

قدرة المحرك = ق ع = (٣,٣ × $١٠^{٤}$ × ٩٠٠ × $\frac{٥}{١٨}$) ÷ ٧٥

= ١٠٩٥٢٣,٨ حصان

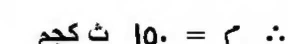
إجابة حاول أن تحل (٢) صفحة ٢٦٨

شاحنة كتلتها ٦ طن تتحرك على طريق أفقى بسرعة منتظمة ٥٤ كم / س عندما تكون قدرة محركها ٣٠ حصان

احسب مقاومة الطريق بثقل الكيلوجرام لكل طن من الكتلة

الحل

∵ الشاحنة تتحرك بسرعة منتظمة على طريق أفقى



∴ ق = م ، ∵ القدرة = ق ع

∴ $٣٠ \times ٧٥ = م \times ٥٤ \times \frac{٥}{١٨}$

∴ م = ١٥٠ ث كجم

، المقاومة لكل طن من الكتلة = ١٥٠ ÷ ٦ = ٢٥ ث كجم

إجابة حاول أن تحل (٣) صفحة ٢٦٩

فى المثال السابق :

إذا هبطت السيارة بعد ذلك على نفس المستوى بعد تحميلها ببضائع كتلتها ٣ طن ، احسب أقصى سرعة للهبوط بالكم / س علماً بأن : المقاومة عن كل طن من الكتلة لم تتغير

" من المثال : كتلة السيارة ٩ طن ، المنحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٢٥}$ ، المقاومات تعادل ٢٠ ث كجم لكل طن من الكتلة "

الحل

∵ الحركة لأسفل المستوى

∴ $ق' = م - و \text{ حا } \theta$

$= ٢٠ \times ٩ - (٩ + ٣) \times ١٠^{٣} \times \frac{١}{١٢٥}$

= ١٨٠ − ٩٦ = ٨٤ ث كجم

، ∵ القدرة = ٤٢ حصان ، القدرة = ق' ع' ∴ ٤٢ × ٧٥ = ٨٤ ع'

و منها : $ع' = \frac{٧٥}{٢}$ م / ث $= \frac{٧٥}{٢} \times \frac{١٨}{٥} = ١٣٥$ كم / س

إجابة حاول أن تحل (٤) صفحة ٢٧٠

فى المثال السابق :

احسب عدد الصناديق إذا كانت قدرة العامل ٣٥٢,٨ وات

" من المثال : كتلة الصندوق الواحد ٣٠ كجم ، ارتفاع الشاحنة ٠,٩ متر عدد الصناديق التى يستطيع العامل تحميلها فى زمن قدره ١ دقيقة "

الحل

∵ القدرة $= \frac{\text{الشغل الكلى}}{\text{الزمن}} = \frac{\text{عدد الصناديق} \times \text{الشغل اللازم لتحميل صندوق واحد}}{\text{الزمن}}$

∴ $٣٥٢,٨ = \frac{\text{عدد الصناديق} \times ٣٠ \times ٩,٨ \times ٠,٩}{١ \times ٦٠}$

∴ عدد الصناديق = ٨٠ صندوق

إجابة حاول أن تحل (٥) صفحة ٢٧٠

قاطرة كتلتها ٢٨ طن تجر عربة كتلتها ٥٦ طن بعجلة ثابتة أسفل منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ و لما بلغت قدرة محركها ٨٤ حصان أصبحت سرعتها ٢١ م/ث ، احسب عجلة الحركة إذا عُلم أن المقاومة ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة



الحل

∵ القدرة = ق ع

∴ ٨٤ × ٧٥ = ق × ٢١ و منها :

ق = ٣٠٠ ث كجم = ٣٠٠ × ٩,٨ = ٢٩٤٠ نيوتن

، ∵ معادلة الحركة هى : $ق + ك ء \text{ حا } \theta - م = ك حـ$

∴ $٢٩٤٠ + (٢٨ + ٥٦) \times ١٠^{٣} \times \frac{١}{١٠٠} \times ٩,٨ - ١٠ \times ٩,٨ \times (٢٨ + ٥٦)$

$= (٢٨ + ٥٦) \times ١٠^{٣} \times حـ$ ومنها : $حـ = \frac{٧}{٢٠٠}$ م / ث^{٢}

إجابة حاول أن تحل (٦) صفحة ٢٧١

أثرت قوة ثابتة $\overrightarrow{ق}$ على جسيم بحيث كان متجه ازاحته يعطى كدالة فى الزمن ن بالعلاقة : $\overrightarrow{ف} = (٣ن^{٢} + ن)\overrightarrow{س} - ٤ن\overrightarrow{ص}$ حيث $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ متجها وحدة متعامدين ، أوجد $\overrightarrow{ق}$ إذا كانت قدرة القوة $\overrightarrow{ق}$ تساوى ٧٥ إرج / ث عندما : ن = ٤ ثانية ، و كانت قدرة القوة $\overrightarrow{ق}$ تساوى ١٦٥ إرج / ث عندما : ن = ٩ ثانية ، علماً بأن ف مقاسة بالسنتيمتر ، ق مقيسة بوحدة الأرج

الحل

نفرض أن : $\overrightarrow{ق} = ك\overrightarrow{س} + م\overrightarrow{ص}$

∴ ش = $\overrightarrow{ق} \bullet \overrightarrow{ف}$ = (ك ، م) • ($٣ن^{٢}$ + ن ، −٤ن)

= ك($٣ن^{٢}$ + ن) − ٤م ن

، ∵ القدرة = $\frac{ءش}{ءن}$ = ك(٦ن + ١) − ٤م

، ∵ القدرة = ٧٥ إرج / ث عندما : ن = ٤ ثانية

∴ ٧٥ = ٢٥ ك − ٤ م (١)

، ∵ القدرة = ١٦٥ إرج / ث عندما : ن = ٩ ثانية

∴ ١٦٥ = ٥٥ ك − ٤ م (٢)

، بطرح (١) من (٢) ينتج : ك = ٣ ، م = صفر

∴ $\overrightarrow{ق} = ٣\overrightarrow{س}$

إجابة حاول أن تحل (٧) صفحة ٢٧٢

إذا كانت قوة محرك سيارة تبذل شغلاً بمعدل يعطى خلال الفترة الزمنية ن ∈ [٠ ، ٥] بالعلاقة : ١٤٤ن − $٢٦ن^{٢}$ ، و إذا كانت كتلة السيارة ٩٨٠ كجم و سرعتها فى نهاية الثانية الثالثة ٩٠ كم / س فأوجد سرعتها فى نهاية الثانية الرابعة

الحل

∵ قوة محرك سيارة تبذل شغلاً بمعدل = ١٤٤ن − $٢٦ن^{٢}$

∴ قدرة محرك السيارة = ١٤٤ن − $٢٦ن^{٢}$

، ∵ القدرة متغيرة بين كل لحظتين زمنيتين

∴ الشغل = $\int_{ن_{١}}^{ن_{٢}}$ (القدرة) ءن = $\int_{٣}^{٤}$ (١٤٤ن − $٢٦ن^{٢}$) ءن

= $[٧٢ن^{٢} - \frac{٢٦}{٣}ن^{٣}]_{٣}^{٤}$

= (٧٢ × ١٦ − $\frac{٢٦}{٣}$ × ٦٤) − (٧٢ × ٩ − $\frac{٢٦}{٣}$ × ٢٧)

= ١٣٨ $\frac{١}{٣}$ جول

، بفرض سرعة السيارة فى نهاية الثانية الرابعة = ع

، ∵ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول

∴ $\frac{١}{٢}$ × ٩٨٠ ($ع^{٢}$ − $(٩٠ \times \frac{٥}{١٨})^{٢}$) = ١٣٨ $\frac{١}{٣}$

∴ ٤٩٠ ($ع^{٢}$ − ٦٢٥) = ١٣٨ $\frac{١}{٣}$

و منها : ع = ٢٥ متر / ث " تقريباً "



حل تمارين (٤ – ٤) صفحة ٢٧٢ بالكتاب المدرسى

أولاً : أكمل

(١) جسيم يتحرك تحت تأثير القوة $\overline{\text{ق}} = ٣\,\overline{\text{س}} + ٤\,\overline{\text{ص}}$ بحيث كانت ازاحته : $\overline{\text{ف}} = \text{ن}\,\overline{\text{س}} + (\text{ن}^٢ + \text{ن})\,\overline{\text{ص}}$ فإن : قدرة القوة $\overline{\text{ق}}$ عند اللحظة ن = ٣ ثانية تساوى .... داين . سم / ث حيث ق بالداين ، ف بالسنتيمتر

الحل

∵ $\text{شـ} = \overline{\text{ق}} \bullet \overline{\text{ف}} = (٣ ، ٤) \bullet (\text{ن} ، \text{ن}^٢ + \text{ن})$

$= ٣\text{ن} + ٤\text{ن}^٢ + ٤\text{ن} = ٤\text{ن}^٢ + ٧\text{ن}$

∴ القدرة $= \frac{\text{د شـ}}{\text{د ن}} = ٨\text{ن} + ٧$

، عندما : ن = ٣ ثانية فإن : القدرة = ٣١ داين . سم / ث

(٢) قطار كتلته ٣٧٥ طن و قدرة محركه ٦٢٥ حصان يتحرك على أرض أفقية بأقصى سرعة له و قدرها ٩٠ كم / س ، فإن المقاومة التى يلاقيها عن كل طن من كتلة القطار = ... ث كجم

الحل

∵ القطار يتحرك بأقصى سرعة له على طريق أفقى ∴ ق = م

، ∵ القدرة = ق ع ∴ $٦٢٥ \times ٧٥ = \text{م} \times ٩٠ \times \frac{٥}{١٨}$

∴ م = ١٨٧٥ ث كجم ، المقاومة لكل طن من الكتلة $= \frac{١٨٧٥}{٣٧٥} = ٥$ ث كجم

(٣) تتحرك سيارة كتلتها ٤ طن و قدرة محركها ١٠ حصان فى خط مستقيم على أرض أفقية فكانت أقصى سرعة لها و قدرها ٧٥ كم / س ، فإن مقدار مقاومة الطريق لحركة السيارة = ... ث كجم

الحل

∵ السيارة تتحرك بأقصى سرعة له على طريق أفقى ∴ ق = م

، ∵ القدرة = ق ع ∴ $١٠ \times ٧٥ = \text{م} \times ٧٥ \times \frac{٥}{١٨}$ ∴ م = ٣٦ ث كجم

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية :

(٤) قطار كتلته ١٠٨ طن يتحرك بسرعة منتظمة على طريق أفقى بسرعة ٣٠ كم / س فإذا كانت المقاومات تعادل ١٠,٥ ث كجم لكل طن من كتلته فأوجد قدرة القاطرة بالحصان عندئذ

الحل

∵ القطار يتحرك بسرعة منتظمة على طريق أفقى

∴ ق = م = ١٠,٥ × ١٠٨ = ١١٣٤ ث كجم

∴ القدرة = ق ع = م ع = $١١٣٤ \times ٣٠ \times \frac{٥}{١٨} = ٩٤٥٠$ ث كجم . م / ث

= ٩٤٥٠ ÷ ٧٥ = ١٢٦ حصان

(٥) قطار قدرة آلته ٥٠٤ حصان و كتلته ٢١٦ طن يتحرك بسرعة على طريق أفقى بأقصى سرعة له ضد مقاومات تعادل ٥ ث كجم لكل طن من الكتلة فأوجد أقصى سرعة له بالكيلومتر / ساعة

الحل

∵ القطار يتحرك بأقصى سرعة على طريق أفقى

∴ ق = م = ٥ × ٢١٦ = ١٠٨٠ ث كجم ، ∵ القدرة = ق ع = م ع

∴ ٥٠٤ × ٧٥ = ١٠٨٠ ع و منها : ع = ٣٥ م / ث = $٣٥ \times \frac{١٨}{٥} = ١٢٦$ كم / س

(٦) يتحرك منطاد تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعته ، فإذا كانت المقاومة تعادل ٨٠٠ ثقل كجم عندما كانت سرعته ٢٠ كم / س و كانت قدرة المنطاد ٢٠٠ حصان عندما يتحرك بأقصى سرعة له فأوجد هذه السرعة بالكم / ساعة

الحل

بفرض أن : أقصى سرعة = ع كم / س = ع × $\frac{٥}{١٨}$ م / ث

، ∵ القدرة = ق ع ، عند أقصى سرعة فإن : ق = ع

∴ ٢٠٠ × ٧٥ = م × ع × $\frac{٥}{١٨}$ ∴ م = $\frac{٥٤٠٠}{ع}$

، ∵ م ∝ ع^{٢} ∴ $\frac{م_{١}}{م_{٢}} = \frac{ع_{١}^{٢}}{ع_{٢}^{٢}}$

، ∵ م$_{٢}$ = ٨٠٠ ث كجم عندما : ع$_{٢}$ = ٢٠ كم / س

∴ $\frac{٥٤٠٠}{٨٠٠ ع} = \frac{ع^{٢}}{(٢٠)^{٢}}$ ∴ ع^{٣} = ٢٧٠٠٠ ∴ ع = ٣٠ كم / س

(٧) تتحرك سيارة كتلتها ١٥٠٠ كجم و قدرة محركها ١٢٠ حصان على طريق مستقيم أفقى بأقصى سرعة لها و قدرها ٧٢ كم / س ، ما هى أقصى سرعة يمكن لهذه السيارة أن تصعد بها طريقاً مستقيماً منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠}$ علماً بأن المقاومة واحدة على الطريقين ؟

الحل

على الطريق الأفقى :

∵ السيارة تتحرك بأقصى سرعة

∴ ق = م ، ∵ القدرة = ق ع = م ع

∴ ١٢٠ × ٧٥ = ٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$ م

∴ م = ٤٥٠ ث كجم = المقاومة على المنحدر

على المنحدر : ق$'$ = م + و حا θ = ٤٥٠ + ١٥٠٠ × $\frac{١}{١٠}$ = ٦٠٠ ث كجم

بفرض أن : أقصى سرعة للسيارة = ع$'$ ، ∵ القدرة = ق$'$ ع$'$ = م ع$'$

∴ ١٢٠ × ٧٥ = ٦٠٠ ع$'$ و منها : ع$'$ = ١٥ م / ث = ١٥ × $\frac{١٨}{٥}$ = ٥٤ كم / س

(٨) سيارة كتلتها ٣ طن تسير على طريق أفقى بسرعة منتظمة قدرها ٣٧,٥ كم / س و عندما وصلت إلى قمة منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠,٠٣ أوقف السائق المحرك و تحركت السيارة أسفل المنحدر بسرعتها السابقة ، فإذا كانت مقاومة المنحدر $\frac{٢}{٣}$ مقاومة الطريق الأفقى فأوجد :

أولاً : مقاومة المنحدر بثقل الكيلوجرام

ثانياً : قدرة محرك السيارة على الطريق الأفقى

الحل

بفرض أن : مقاومة الطريق الأفقى = م

∴ مقاومة المنحدر = م$'$ = $\frac{٢}{٣}$ م

على المنحدر : ∵ السائق أوقف المحرك

∴ $\frac{٢}{٣}$ م = و حا θ = ٣ × ١٠^{٣} × $\frac{٣}{١٠٠}$ = ٩٠

∴ م = ١٣٥ ث كجم

على الأفقى : ∵ السيارة تتحرك بأقصى سرعة ∴ ق = م = ١٣٥ ث كجم

∴ القدرة = ق ع = م ع = ١٣٥ × $\frac{٣٧٥}{١٠}$ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٤٠٦,٢٥ ث كجم . م / ث

= ١٤٠٦,٢٥ ÷ ٧٥ = ١٨,٧٥ حصان

(٩) تحركت سيارة كتلتها ٦ طن بأقصى سرعة لها و قدرها ٢٧ كم / س صاعدة طريقاً منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠}$ ، عادت السيارة و هبطت على الطريق نفسه بأقصى سرعة لها و قدرها ١٣٥ كم / س ، عين مقدار قوة مقاومة الطريق للحركة بفرض أنه لم يتغير طوال الوقت ، ثم أوجد قدرة محرك السيارة

الحل

عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

ق = م + و جا θ = م + ٦٠٠٠ × ١/١٠ = م + ٦٠٠

، ∵ القدرة = ق ع

∴ القدرة = (م + ١٠٠) × ٢٧ × ٥/١٨

∴ القدرة = (م + ٦٠٠) × ١٥/٢   (١)

عندما تكون السيارة هابطة المنحدر بأقصى سرعة :

ق/ = م − و جا θ = م − ٦٠٠٠ × ١/١٠ = م − ٦٠٠

، ∵ القدرة = ق/ ع/

∴ القدرة = (م − ٦٠٠) × ١٣٥ × ٥/١٨

∴ القدرة = (م − ٦٠٠) × ٧٥/٢   (٢)

، ∵ القدرة ثابتة   ∴ من (١) ، (٢) ينتج :

(م + ٦٠٠) × ١٥/٢ = (م − ٦٠٠) × ٧٥/٢ ، بالضرب ÷ ٢/١٥ ينتج :

∴ م + ٦٠٠ = ٥ م − ٣٠٠٠   و منها : م = ٩٠٠ ث كجم

بالتعويض فى (١) ينتج :

القدرة = (٩٠٠ + ٦٠٠) × ١٥/٢ = ١١٢٥٠ ث كجم . م / ث

= ١١٢٥٠ ÷ ٧٥ = ١٥٠ حصان

(٦) طائرة قدرة محركها ١٣٥٠ حصاناً عندما تتحرك أفقياً بسرعة ثابتة قدرها ٢٧٠ كم / س ، أوجد مقاومة الهواء لحركة الطائرة عندئذ و إذا كانت مقاومة الهواء تتناسب مع مربع سرعتها ، أوجد قدرة قدرة المحرك عندما يسير أفقياً بسرعة ثابتة قدرها ١٨٠ كم / س

الحل

بفرض أن : سرعتى الطائرة فى الحالتين هما : ع١ ، ع٢ كم / س

، ∵ القدرة = ق ع ، الطائرة تتحرك بسرعة ثابتة فى الحالتين

∴ القدرة أولاً = ق١ ع١ = م١ ع١   ∴ ١٣٥٠ × ٧٥ = م١ × ٢٧٠ × ٥/١٨

∴ م١ = ١٣٥٠ ث كجم   ، ∵ م ∝ ع²

∴ م١ / م٢ = ع١² / ع٢²   ∴ ١٣٥ / م٢ = (٢٧٠)² / (١٨٠)²   و منها : م٢ = ٦٠٠ ث كجم

∴ القدرة ثانياً = ق٢ ع٢ = م٢ ع٢ = ٦٠٠ × ١٨٠ × ٥/١٨ = ٣٠٠٠٠ ث كجم . م / ث

= ٣٠٠٠٠ ÷ ٧٥ = ٤٠٠ حصان

(١١) تجر قاطرة قدرة آلتها ٤٠٠ حصان قطاراً بأقصى سرعة لها و قدرها ٧٢ كم / س على أرض أفقية ، أحسب المقاومة لحركة القطار ، إذا كانت كتلة القطار و القاطرة معاً ٢٠٠ طن أوج أقصى سرعة يصعد بها القطار طريقاً منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها ١/٢٠٠ على فرض أن مقاومة الطريق للحركة لم تتغير

الحل

على الطريق الأفقى :

∵ القاطرة تتحرك بأقصى سرعة

∴ ق = م ، ∵ القدرة = ق ع = م ع

∴ ٤٠٠ × ٧٥ = ٧٢ × ٥/١٨ م

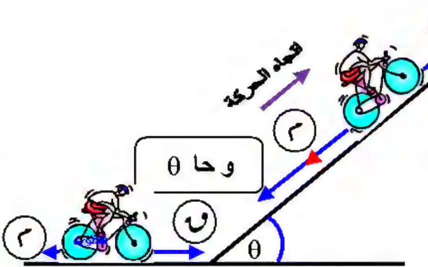
∴ م = ١٥٠٠ ث كجم = المقاومة على المنحدر

على المنحدر : ق/ = م + و جا θ = ١٥٠٠ + ٢٠٠ × ١٠³ × ١/٢٠٠ = ٢٥٠٠ ث كجم

بفرض أن : أقصى سرعة للقاطرة = ع/ ، ∵ القدرة = ق/ ع/ = م ع/

∴ ٤٠٠ × ٧٥ = ٢٥٠٠ ع/ و منها : ع/ = ١٢ م / ث = ١٢ × ١٨/٥ = ٤٣,٢ كم / س

(١٢) راكب دراجة كتلته مع دراجته ٨٠ كجم و أكبر قدرة له $\frac{٤}{٥}$ حصان فإذا كانت أقصى سرعة له على طريق أفقى هى ١٨ كم / س ، فأحسب مقاومة الطريق بثقل كجم ، و إذا عُلم أنه صعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٣}{٤٠}$ بأقصى سرعة له فأحسب هذه السرعة بالكم / ساعة



الحل

على الطريق الأفقى :

∵ الدراجة تتحرك بأقصى سرعة

∴ ق = م ، ∵ القدرة = ق ع = م ع

∴ $\frac{٤}{٥}$ × ٧٥ = ١٨ × $\frac{٥}{١٨}$ م

∴ م = ١٢ ث كجم = المقاومة على المنحدر

على المنحدر : ق/ = م + و جا θ = ١٢ + ٨٠ × $\frac{٣}{٤٠}$ = ١٨ ث كجم

بفرض أن : أقصى سرعة للدراجة = ع/ ، ∵ القدرة = ق/ ع/ = م ع/

∴ $\frac{٤}{٥}$ × ٧٥ = ١٨ ع/ و منها : ع/ = $\frac{١٠}{٣}$ م / ث = $\frac{١٠}{٣}$ × $\frac{١٨}{٥}$ = ١٢ كم / س

(١٣) عربة نقل كتلتها ٥ طن تتحرك على طريق أفقى بسرعة منتظمة قدرها ١٤٤ كم / س عندما كانت قدرة آلتها ١٢٠ حصان ، أوجد مقاومة الطريق لكل طن من الكتلة بثقل كجم ، و إذا كانت المقاومة تتناسب مع السرعة ، فأوجد قدرة المحرك بالحصان عندما تصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٣}{٢٠٠}$ بسرعة منتظمة قدرها ٩٦ كم / س

الحل

على الطريق الأفقى :

∵ العربة تتحرك بسرعة منتظمة

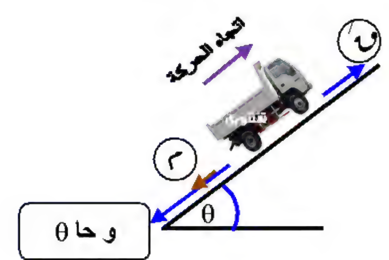
∴ ق = م ، ∵ القدرة = ق ع = م ع

∴ ١٢٠ × ٧٥ = ١٤٤ × $\frac{٥}{١٨}$ م

∴ م = ٢٢٥ ث كجم

∴ المقاومة لكل طن من الكتلة = ٢٢٥ ÷ ٥

= ٤٥ ث كجم / طن ، ∵ م ∝ ع



∴ $\frac{م_١}{م_٢}$ = $\frac{ع_١}{ع_٢}$ ∴ $\frac{٢٢٥}{م_٢}$ = $\frac{١٤٤}{٩٦}$ و منها : $م_٢$ = ١٥٠ ث كجم

على المنحدر : ق/ = م + و جا θ = ١٥٠ + ٥ × $١٠^٣$ × $\frac{٣}{٢٠٠}$ = ٢٢٥ ث كجم

∴ القدرة = $ق_٢ ع_٢$ = $م_٢ ع_٢$ = ٢٢٥ × ٩٦ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٦٠٠٠ ث كجم . م / ث

= ٦٠٠٠ ÷ ٧٥ = ٨٠ حصان

(١٤) هبطت شاحنة كتلتها ٢ طن على منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ من موقع (أ) إلى موقع (ب) بأقصى سرعة و قدرها ٩٠ كم / س ، احسب قدرة محرك الشاحنة إذا علمت أن مقاومة الطريق لحركتها تقدر بنسبة ١٣ ٪ من وزن الشاحنة ، حملت الشاحنة عند وصولها إلى الموقع (ب) شحنة كتلتها $\frac{١}{٢}$ طن ثم تحركت صاعدة الطريق إلى موقع (أ) بأقصى سرعة ، أوجد هذه السرعة إذا ظلت المقاومة على نفس نسبتها من الوزن

الحل

الشاحنة هابطة المنحدر بأقصى سرعة :

∵ ق = م − و جا θ = $\frac{١٣}{١٠٠}$ × ٢ × $١٠^٣$ −

٢ × $١٠^٣$ × $\frac{١}{١٠٠}$ = ٢٤٠ ث كجم

∴ القدرة = ق ع = م ع = ٢٤٠ × ٩٠ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ القدرة = ٦٠٠٠ ث كجم . م/ث = ٦٠٠٠ ÷ ٧٥ = ٨٠ حصان

الشاحنة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

ق/ = م + و حا θ = $\frac{١٣}{١٠٠}$ × (٢ + $\frac{١}{٢}$) × ١٠^{٣}

− (٢ + $\frac{١}{٢}$) × ١٠^{٣} × $\frac{١}{١٠٠}$ = ٣٥٠ ث كجم

∴ القدرة = ق/ ع/ = م/ ع/ = ٣٥٠ ع/

∴ ٨٠ × ٧٥ = ٣٥٠ ع/

و منها : ع/ = ١٧ $\frac{١}{٧}$ م/ث = ١٧ $\frac{١}{٧}$ × $\frac{١٨}{٥}$ = ٦١ $\frac{٥}{٧}$ كم/س

(١٥) قطار كتلته (ك) طن يتحرك على طريق أفقى بأقصى سرعة و قدرها ٦٠ كم/س ، فُصلت منه العربة الأخيرة و كتلتها ١٥ طن فزادت أقصى سرعة له بمقدار ٧,٥ كم/س ، أوجد قدرة الآلة بالحصان ، و كذلك كتلة القطار ، علماً بأن المقاومة تساوى ٩ ثقل كجم عن كل طن من الكتلة

الحل

قبل فصل العربة :

∵ القطار يتحرك بأقصى سرعة على طريق أفقى

∴ القدرة = ق ع = م ع = ٩ ك × ٦٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٥٠ ك   (١)

بعد فصل العربة :

∵ القطار يتحرك بأقصى سرعة على طريق أفقى

∴ القدرة = ق/ ع/ = م/ ع/

= ٩ (ك − ١٥) × (٦٠ + ٧,٥) × $\frac{٥}{١٨}$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج : ١٥٠ ك = ١٦٨,٧٥ ك − ٢٥٣١,٢٥

∴ ١٨,٧٥ ك = ٢٥٣١,٢٥   ∴ ك = ١٣٥ طن

∴ القدرة = ١٥٠ × ١٣٥ = ٢٠٢٥٠ ث كجم . م/ث = ٢٠٢٥٠ ÷ ٧٥ = ٢٧٠ حصان

(١٦) جسيم يتحرك تحت تأثير القوة $\vec{ق}$ = ٣ $\vec{س}$ + ٤ $\vec{ص}$ و كان متجه ازاحته $\vec{ف}$ يعطى كدالة فى الزمن ن بالعلاقة : $\vec{ف}$ = ن $\vec{س}$ + ($\frac{١}{٢}$ ن^{٢} + ن) $\vec{ص}$ ، أوجد إذا كانت ق مقيسة بالنيوتن ، ف بالمتر ، ن بالثانية أوجد :

(أ) الشغل المبذول خلال الثوانى الثلاث الأولى

(ب) متوسط القدرة خلال الثوانى الثلاث الأولى

(حـ) قدرة القوة $\vec{ق}$ عند ن = ٣ ث

الحل

∵ ش = $\vec{ق}$ • $\vec{ف}$ = (٣ ، ٤) • (ن ، $\frac{١}{٢}$ ن^{٢} + ن) = ٢ ن^{٢} + ٧ ن

(أ) ∵ عندما : ن = ٠ فإن : ش = ٠

، عندما : ن = ٣ فإن : ش = ٢ × ٩ + ٧ × ٣ = ٣٩

∴ الشغل المبذول خلال الثوانى الثلاث الأولى = ٣٩ − ٠ = ٣٩ جول

(ب) متوسط القدرة = $\frac{ش}{\Delta ن}$ = $\frac{٣٩}{٣}$ = ١٣ وات

(حـ) ∵ القدرة = $\frac{ءش}{ءن}$ = ٤ ن + ٧

∴ عندما : ن = ٣ ثانية فإن : القدرة = ٤ × ٣ + ٧ = ١٩ وات

(١٧) يتحرك جسيم تحت تأثير القوة $\vec{ق}$ = (٢ ن − ١) $\vec{س}$ + (٥ ن + ٢) $\vec{ص}$ بحيث كان متجه ازاحته يعطى كدالة فى الزمن من العلاقة : $\vec{ف}$ = (٣ ن^{٢} + ن) $\vec{س}$ + ٤ ن $\vec{ص}$ أوجد إذا كانت ق مقيسة بالنيوتن ، ف بالمتر ، ن بالثانية

(أ) الشغل المبذول خلال الثوانى الثالثة و الرابعة و الخامسة

(ب) القدرة المتوسطة خلال الثوانى الثالثة و الرابعة و الخامسة

(حـ) قدرة القوة عند ن = ٥ ث

الحل

∵ ع⃗ = ءف⃗ / ءن = (٦ن + ١ ، ٤)

∴ القدرة = ق⃗ • ع⃗ = (٢ن − ١ ، ٢ن + ٥) • (٦ن + ١ ، ٤)

= ١٢ن٢ + ١٦ن + ٧

(أ) الشغل المبذول خلال الثوانى الثالثة و الرابعة و الخامسة = $\int_{٢}^{٥}$ (القدرة) ءن

= $\int_{٢}^{٥}$ (١٢ن٢ + ١٦ن + ٧) ءن = [٤ن٣ + ٨ن٢ + ٧ن]$_{٢}^{٥}$

= (٥٠٠ + ٢٠٠ + ٣٥) − (٣٢ + ٣٢ + ١٤) = ٦٥٧ جول

(ب) القدرة المتوسطة = ش / Δن = ٦٥٧ ÷ ٣ = ١٣ وات

(حـ) عندما : ن = ٥ ثانية فإن : القدرة = ٣٨٧ وات

(١٨) جسم كتلته ٣ كجم يتحرك تحت تأثير قوة ق⃗ و كان متجه موضع الجسم عند أى لحظة زمنية ن يعطى بالعلاقة : س⃗ (ن) = ن٣ س⃗ + ن٢ ص⃗ حيث س مقيسة بالمتر ، ق بالنيوتن ، ن بالثانية أوجد :

(أ) القوة المؤثرة ق⃗ بدلالة ن

(ب) قدرة القوة ق⃗ بدلالة الزمن ن

(حـ) الشغل المبذول من القوة ق⃗ خلال الفترة الزمنية ٠ ≤ ن ≤ ٢

الحل

∵ ع⃗ = ءس⃗ / ءن = (٣ن٢ ، ٢ن) ، حـ⃗ = ءع⃗ / ءن = (٦ن ، ٢)

(أ) ق⃗ = ك حـ⃗ = ٣ (٦ن ، ٢) = (١٨ن ، ٦)

(ب) القدرة = ق⃗ • ع⃗ = (١٨ن ، ٦) • (٣ن٢ ، ٢ن)

∴ القدرة = ٥٤ن٣ + ١٢ن

(حـ) الشغل = $\int_{٠}^{٢}$ (القدرة) ءن = $\int_{٠}^{٢}$ (٥٤ن٣ + ١٢ن) ءن

= [٥٤/٤ ن٤ + ٦ن٢]$_{٠}^{٢}$ = (٢١٦ + ٢٤) − (٠) = ٢٤٠ جول

(١٩) إذا كانت قدرة آلة (بالحصان) تساوى (٦ن − ١/٢٠ ن٢) حيث ن الزمن بالثوانى ، ن ∈ [٠ ، ١٢٠] أوجد :

(أ) قدرة الآلة عندما : ن = ٩٠

(ب) الشغل المبذول خلال الفترة [٠ ، ٣٠]

(حـ) أقصى قدرة للآلة

الحل

(أ) عندما : ن = ٩٠ فإن : القدرة = ٦ × ٩٠ − ١/٢٠ × ٨١٠٠ = ١٣٥ حصان

(ب) الشغل المبذول خلال الفترة [٠ ، ٣٠] = $\int_{٠}^{٣٠}$ (القدرة × ٧٥) ءن

= ٧٥ × $\int_{٠}^{٣٠}$ (٦ن − ١/٢٠ ن٢) ءن = ٧٥ × [٣ن٢ − ١/٦٠ ن٣]$_{٠}^{٣٠}$

= ٧٥ × ((٢٧٠٠ − ٤٥٠) − (٠)) = ١٦٨٧٥٠ ث كجم . م

(حـ) أقصى قدرة للآلة تكون عندما : ء/ءن (القدرة) = صفر

أى عندما : ٦ − ١/١٠ ن = ٠ و منها : ن = ٦٠

∴ أقصى القدرة = ٦ × ٦٠ − ١/٢٠ × ٣٦٠٠ = ١٨٠ حصان

(٢٠) جسيم كتلته ٥ كجم يتحرك تحت تأثير قوة ق⃗ بحيث كان متجه موضعه يعطى بالعلاقة : س (ن) = ن س⃗ + ن٢ ص⃗ ، إذا كانت ق مقيسة بالنيوتن ، س بالمتر فأوجد مستخدماً التكامل الشغل المبذول من القوة ق فى الفترة [٠ ، ٢]

الحل

∵ ع→ = ءس→ / ءن = (١ ، ٢ن) ، ح→ = ءع→ / ءن = (٠ ، ٢)

∴ ق→ = ك ح→ = ٥ (٠ ، ٢) = (٠ ، ١٠)

، القدرة = ق→ • ع→ = (٠ ، ١٠) • (١ ، ٢ن) = ٢٠ ن

∴ الشغل = ∫ (القدرة) ءن = ∫ (٢٠ ن) ءن

= [١٠ن^{2}] = (٤٠٠) − (٠) = ٤٠٠ جول

(٢١) جسيم كتلته ٣ كجم يتحرك تحت تأثير قوة ق→ بحيث كان متجه سرعته ع→ يعطى بالعلاقة : ع→ = (١ − حا ٢ن) س→ + (− ١ + حتا ٢ن) ص→ إذا كانت ق مقيسة بالنيوتن ، ع بوحدة م/ث فأوجد :

(أ) القوة ق→ بدلالة الزمن ن

(ب) طاقة الحركة ط$_{ع}$ عند الزمن ن

(حـ) أثبت أن معدل تغير ط$_{ع}$ يساوى القدرة الناتجة عن القوة ق→

الحل

ح→ = ءع→ / ءن = (− ٢ حتا ٢ن ، − ٢ حا ٢ن)

(أ) ق→ = ك ح→ = ٣ (− ٢ حتا ٢ن ، − ٢ حا ٢ن)

= (− ٦ حتا ٢ن ، − ٦ حا ٢ن)

(ب) ع^{2} = ع→ • ع→

= (١ − حا ٢ن ، − ١ + حتا ٢ن) • (١ − حا ٢ن ، − ١ + حتا ٢ن)

= ١ − ٢ حا ٢ن + حا^{2} ٢ن + ١ − ٢ حتا ٢ن + حتا^{2} ٢ن

= ٢ − ٢ حا ٢ن − ٢ حتا ٢ن + (حا^{2} ٢ن + حتا^{2} ٢ن)

ع^{2} = ٢ − ٢ حا ٢ن − ٢ حتا ٢ن + ١

= ٣ − ٢ حا ٢ن − ٢ حتا ٢ن

∴ طاقة الحركة ط$_{ع}$ = ½ ك ع^{2}

= ½ × ٣ × (٣ − ٢ حا ٢ن − ٢ حتا ٢ن)

= ٩/٢ − ٣ حا ٢ن − ٣ حتا ٢ن

(حـ) معدل تغير ط$_{ع}$ = ءط$_{ع}$ / ءن = − ٦ حتا ٢ن + ٦ حا ٢ن (١)

، ∵ القدرة = ق→ • ع→ = (− ٦ حتا ٢ن ، − ٦ حا ٢ن) • (١ − حا ٢ن ، − ١ + حتا ٢ن)

= − ٦ حتا ٢ن + ٦ حا ٢ن حتا ٢ن

+ ٦ حا ٢ن − حا ٢ن حتا ٢ن

= − ٦ حتا ٢ن + ٦ حا ٢ن (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن :

معدل تغير ط$_{ع}$ يساوى القدرة الناتجة عن القوة ق→

حل تمارين عامة صفحة ٢٧٥ بالكتاب المدرسى

(١) قذف جسيم كتلته ٢٠٠ جم إلى أعلى مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٨}{٤٩}$ و فى اتجاه خط أكبر ميل بسرعة ٣٠ سم / ث احسب التغير الذى يطرأ على طاقة وضع هذا الجسيم عندما تصبح سرعته ١٨ سم / ث

الحل

∵ ط$_{\text{أ}}$ + ض$_{\text{أ}}$ = ط$_{\text{ب}}$ + ض$_{\text{ب}}$

∵ ط$_{\text{أ}}$ = $\frac{١}{٢}$ ك ع$_{\text{أ}}^{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ × ٢٠٠ × (٣٠)^{٢} = ٩٠٠٠٠ إرج

، ط$_{\text{ب}}$ = $\frac{١}{٢}$ ك ع$_{\text{ب}}^{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ × ٢٠٠ × (١٨)^{٢} = ٣٢٤٠٠ إرج

، ∵ ط$_{\text{أ}}$ + ض$_{\text{أ}}$ = ط$_{\text{ب}}$ + ض$_{\text{ب}}$

∴ ض$_{\text{ب}}$ − ض$_{\text{أ}}$ = ط$_{\text{أ}}$ − ط$_{\text{ب}}$ = ٩٠٠٠٠ − ٣٢٤٠٠ = ٥٧٦٠٠ إرج

(٢) أثرت قوة مقدارها ٤٨ ث جم على جسم ساكن موضوع على مستوى أفقى لفترة زمنية فأكتسب الجسم فى نهايتها طاقة حركة قدرها ١٨٩٠٠ ث جم . سم ، بلغت كمية حركته عندئذ ١٧٦٤٠٠ جم . سم / ث ثم رفعت القوة فعاد الجسم إلى السكون مرة أخرى بعد أن قطع مسافة ١٠,٥ متر من لحظة رفع القوة أوجد كتلة الجسم و مقدار مقاومة المستوى لحركته بفرض ثبوتها كذلك أوجد زمن تأثير القوة

الحل

∵ ط = $\frac{١}{٢}$ ك ع^{٢} ∴ ١٨٩٠٠ × ٩٨٠ = $\frac{١}{٢}$ ك ع^{٢} (١)

، ∵ ـه = ك ع ∴ ١٧٦٤٠٠ = ك ع (٢)

بقسمة (١) ÷ (٢) ينتج : ع = ٢١٠ سم / ث

بالتعويض فى (١) ينتج : ك = ٨٤٠ جم

بعد رفع القوة :

ط − ط. = − م × ف

∴ ٠ − ١٨٩٠٠ × ٩٨٠ = − م × ١٠٥٠

و منها : م = ١٧٦٤٠ داين = ١٧٦٤٠ ÷ ٩٨٠٠ = ١٨ ث جم

أثناء تأثير القوة :

ك جـ = ق − م

∴ ٨٤٠ جـ = ٨٤ × ٩٨٠ − ١٨ × ٩٨٠

و منها : جـ = ٣٥ سم / ث^{٢}

، ع = ع. + جـ ن ∴ ٢١٠ = ٠ + ٣٥ ن و منها : ن = ٦ ث

حل آخر لايجاد زمن تأثير القوة

∵ (ق − م) × ن = ك (ع − ع.)

∴ (٤٨ − ١٨) × ٩٨٠ × ن = ٨٤٠ (٢١٠ − ٠) و منها : ن = ٦ ث

(٣) سيارة كتلتها ١٨٠٠ كجم يتحرك على طريق أفقى بسرعة ثابتة قدرها ٥٤ كم / س فإذا كان مقدار المقاومة لحركة السيارة يعادل ٠,٢٥ من وزن السيارة فأوجد قدرة الآلة فى هذه الحالة بالحصان

الحل

∵ السيارة تتحرك بسرعة ثابتة على طريق أفقى

∴ ق = م = ٠,٢٥ × ١٨٠٠ = ٤٥٠ ث كجم

∴ القدرة = ق ع = م ع = ٤٥٠ × ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٦٧٥٠ ث كجم . م / ث

= ٦٧٥٠ ÷ ٧٥ = ٩٠ حصان

(٤) تسقطت مطرقة كتلتها طن واحد من ارتفاع ٤,٩ متر رأسياً على جسم حديدى كتلته ٤٠٠ كجم فدكته رأسياً فى الأرض مسافة ١٠ سم

عين السرعة المشتركة للمطرقة و الجسم بعد الاصطدام مباشرة ، الطاقة المفقودة نتيجة التصادم ، و مقدار مقاومة الأرض بفرض ثبوتها

الحل

سرعة المطرقة قبل التصادم بالجسم مباشرة :

$ع^{٢} = ع_{٠}^{٢} + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩٫٨ × ٤٫٩$

و منها : ع = ٩٫٨ م / ث

أولاً : عند التصادم : نعتبر أن اتجاه سرعة المطرقة قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

$∵ ك_{١} ع_{١} + ك_{٢} ع_{٢} = (ك_{١} + ك_{٢}) ع$

∴ ١٠٠٠ × ٩٫٨ − ٤٠٠ × ٠ = ١٤٠٠ ع

و منها : ع = ٧ م / ث فى اتجاه حركة المطرقة

ثانياً : طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم − طاقة الحركة بعد التصادم

$∴$ طاقة الحركة المفقودة = $[(\frac{١}{٢} × ١٠٠٠ × (٩٫٨)^{٢}) + \frac{١}{٢} × ٤٠٠ × (٠)^{٢}]$

$− (\frac{١}{٢} × ١٤٠٠ × (٧)^{٢}) = ٤٨٠٢٠ − ٣٤٣٠٠ = ١٣٧٢٠$ جول

ثالثاً : متوسط مقاومة الأرض :

$∵ ط − ط_{٠} = (ك ء − م) × ف$

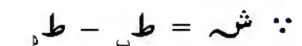
$∴ ٠ − \frac{١}{٢} × ١٤٠٠ × (٧)^{٢} = (١٤٠٠ × ٩٫٨ − م) × ٠٫١$

∴ − ٣٤٣٠٠ = ١٣٧٢ − ٠٫١ م

و منها : م = ٣٥٦٧٢٠ نيوتن = ٣٥٦٧٢٠ ÷ ٩٫٨ = ٣٦٤٠٠ ث كجم

(٥) مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٩٨}$ قذف عليه جسم كتلته ٢ كجم فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى و لأعلى بسرعة ١٫٤ م / ث ، احسب الشغل المبذول من الوزن حتى يسكن لحظياً

الحل



$∵ شـ = ط_{ب} − ط_{أ}$

، الجسم يتحرك تحت تأثير وزنه فقط

$∴$ الشغل المبذول من الوزن $= ط_{ب} − ط_{أ}$

$= \frac{١}{٢} × ٢ × (٠ − (١٫٤)^{٢}) = − ١٫٩٦$ جول

حل آخر

∵ المستوى أملس ، الجسم يتحرك تحت تأثير وزنه فقط

$∴ حـ = − ء جا θ = − ٩٫٨ × \frac{١}{٩٨} = − ٠٫١$ م / $ث^{٢}$

، $∵ ع^{٢} = ع_{٠}^{٢} + ٢ حـ ف$ $∴ ٠ = (١٫٤)^{٢} + ٢ × (− ٠٫١) ف$

و منها : ف = ٩٫٨ م

$∴$ الشغل المبذول من الوزن $= − ك ء ف جا θ = − ٢ × ٩٫٨ × ٩٫٨ × \frac{١}{٩٨}$

= − ١٫٩٦ جول

(٦) يتحرك جسم كتلته ٢ كجم تحت تأثير قوة ثابتة : $\overrightarrow{ق} = ٤ \overrightarrow{سَ} + ٨ \overrightarrow{صَ}$ حيث ق مقيسة بالنيوتن ، فإذا بدأ الجسم حركته من السكون من نقطة متجه الموضع عندها : $٢ \overrightarrow{سَ} + ٥ \overrightarrow{صَ}$ ، فأوجد متجه موضع الجسيم بعد ٣ ثوان ، أوجد أيضاً مقدار الشغل الذى بذلته هذه القوة خلال هذه الفترة الزمنية ، و أوجد القدرة المتولدة عندما ن = ٣ ث

الحل

$∵ \overrightarrow{ق} = ك \overrightarrow{حـ}$ $∴ (٤ ، ٨) = ٢ \overrightarrow{حـ}$ $∴ \overrightarrow{حـ} = (٢ ، ٤)$

، $∵ \overrightarrow{ع} = \int \overrightarrow{حـ} ءن$ $∴ \overrightarrow{ع} = (٢ن ، ٤ن) + ث$

، ∵ الجسم بدأ الحركة من السكون ∴ ث = ٠

∴ $\overleftarrow{ع}$ = (٢ ن ، ٤ ن)

، ∵ $\overleftarrow{س}$ = ∫ $\overleftarrow{ع}$ ء ن ∴ $\overleftarrow{س}$ = (ن^2 ، ٢ ن^2) + ث

، ∵ عندما : ن = ٠ يكون : $\overleftarrow{س}$ = (٢ ، ٥)

∴ $\overleftarrow{س}$ = (ن^2 ، ٢ ن^2) + (٢ ، ٥) = (ن^2 + ٢ ، ٢ ن^2 + ٥)

، عندما : ن = ٣ فإن : $\overleftarrow{س}$ = (١١ ، ٢٣)

، ∵ $\overleftarrow{ف}$ = $\overleftarrow{س}$ − $\overleftarrow{س}_0$ = (ن^2 ، ٢ ن^2)

∴ شغ = $\overleftarrow{ق}$ • $\overleftarrow{ف}$ = (٤ ، ٨) • (ن^2 ، ٢ ن^2) = ٢٠ ن^2

∵ عندما : ن = ٠ فإن : شغ = ٠

، عندما : ن = ٣ فإن : شغ = ٢٠ × ٩ = ١٨٠

∴ الشغل المبذول خلال الثوانى الثلاث الأولى = ١٨٠ − ٠ = ١٨٠ جول

∵ القدرة = $\frac{ء شغ}{ء ن}$ = ٤٠ ن

∴ عندما : ن = ٣ ثانية فإن : القدرة = ٤٠ × ٣ = ١٢٠ وات

(٧) راكب دراجة كتلته هو و الدراجة ٩٨ كجم يتحرك على طريق أفقية خشنة فبلغت سرعته أقصى قيمة لها و قدرها ٧,٥ م / ث^2 بعد زمن قدره دقيقة واحدة ، و عندما أوقف حركة ساقيه على بدال الدراجة سكنت الدراجة بعد أن قطعت مسافة قدرها ١٥ متراً ، احسب أقصى قدرة لهذا الرجل خلال هذه الرحلة بالحصان

الحل

بعد إيقاف حركة الساقين :

∵ ط − ط$_0$ = − م ف

∴ ٠ − $\frac{1}{2}$ × ٩٨ × (٧,٥)^2 = − م × ١٥

∴ م = ١٨٣,٧٥ نيوتن = ١٨٣,٧٥ ÷ ٩,٨ = ١٨,٧٥ ث كجم

أثناء تأثير القوة المحركة للدراجة :

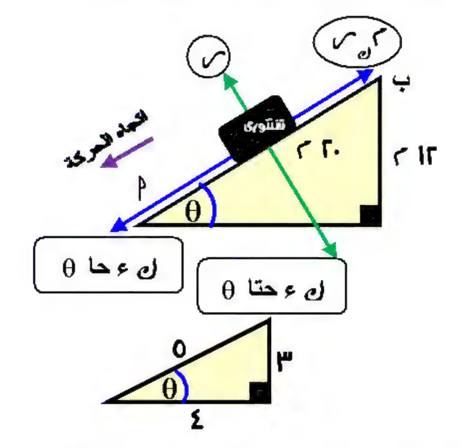
∵ ع = ع$_0$ + جـ ن ∴ ٧,٥ = ٠ + جـ × ٦٠ و منها : جـ = $\frac{1}{8}$ م / ث^2

، ∵ ق − م = ك جـ ∴ ق − ١٨٣,٧٥ = ٩٨ × $\frac{1}{8}$ ∴ ق = ١٩٦ نيوتن

∴ القدرة = ق ع = ١٩٦ × ٧,٥ = ١٤٧٠ وات = ١٤٧٠ ÷ ٣٧٥ = ٢ جصان

(٨) يهبط جسم كتلته ٦٠ كجم من السكون على خط أكبر ميل لمستوى مائل طوله ٢٠ متراً و ارتفاعه ١٢ متراً ، فإذا الجسم الحركة من أعلى نقطة فى المستوى ، و كان معامل الاحتكاك بين الجسم و المستوى $\frac{3}{16}$ ، فأوجد طاقة حركة الجسم عندما يصل إلى قاعدة المستوى

الحل



∵ ر = ك ء جتا θ

= ٦٠ × ٩,٨ × $\frac{4}{5}$ = ٤٧٠,٤ نيوتن

، ∵ ض$_ب$ − ض$_أ$ = ط$_أ$ − ط$_ب$ + شغ$_م$

∴ ٦٠ × ٩,٨ × ١٢ − ٠

= ط$_أ$ − ٠ + $\frac{3}{16}$ × ٤٧٠,٤ × ٢٠

و منها : ط$_أ$ = ٥٢٩٢ جول

(٩) وُضع جسم كتلته ٥ كجم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية ظلها $\frac{7}{24}$ و أثرت عليه قوة فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى فحركته لأعلى المستوى بسرعة منتظمة مسافة ٧٥ سم ، فإذا كان معامل الاحتكاك بين الجسم و المستوى هو $\frac{5}{12}$ فأوجد :

(أ) مقدار الشغل المبذول ضد مقاومة المستوى

(ب) مقدار الشغل المبذول من القوة

الحل

(أ) ∵ ر = ك ء حتا θ

= ٥ × ٩,٨ × $\frac{٢٤}{٢٥}$ = ٤٧,٠٤ نيوتن

∴ ڪ = مك ر = $\frac{٥}{١٢}$ × ٤٧,٠٤

= ١٩,٦ نيوتن

∴ الشغل ضد مقاومة المستوى = ڪ × ف

= ١٦,٦ × ٠,٧٥ = ١٤,٧ جول

(ب) ∵ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة

∴ ق = مك ر + ك ء حا θ

= $\frac{٥}{١٢}$ × ٤٧,٠٤ + ٥ × ٩,٨ × $\frac{٧}{٢٥}$ = ٣٣,٣٢ نيوتن

∴ الشغل من القوة = ق × ف

= ٣٣,٣٢ × ٠,٧٥ = ٢٤,٩٩ جول

(١٠) محرك سيارة يبذل شغلاً بمعدل ثابت قدره ٥ كيلووات و كتلة السيارة ١٢٠٠ كجم ، فإذا كانت السيارة تسير على طريق أفقى ضد مقاومات ثابتة مقدارها ٣٢٥ نيوتن فأوجد :

(أ) مقدار عجلة حركة السيارة عندما تكون سرعتها ٨ م / ث

(ب) أقصى سرعة للسيارة

الحل

∵ القدرة = المعدل الزمنى لبذل الشغل

∴ القدرة = ٥ × ١٠٠٠ = ٥٠٠٠ وات

(أ) ∵ القدرة = ق ع   ∴ ٥٠٠٠ = ٨ ق

و منها : ق = ٦٢٥ نيوتن

، ∵ السيارة تسير على طريق أفقى

∴ معادلة حركة السيارة هى : ق − م = ك جـ

∴ ٦٢٥ − ٣٢٥ = ١٢٠٠ جـ   و منها : جـ = $\frac{١}{٤}$ م / ث^2

(ب) ∵ السيارة تسير على طريق أفقى

∴ عند أقصى سرعة للسيارة فإن : ق = م

∴ القدرة = ق ع = م ع   ∴ ٥٠٠٠ = ٣٢٥ ع   و منها : ع = $\frac{٢٠٠}{١٣}$ م / ث

(١١) تتحرك سيارة كتلتها ٥ طن بسرعة منتظمة مقدارها ٣٦ كم / س صاعدة منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٤٠}$ ضد مقاومات تعادل ٢,٥ ٪ من وزن السيارة ، أوجد قدرة محرك السيارة عندئذ بالحصان ، و إذا زادت قدرة المحرك فجأة إلى ٥٠ حصان ، فأوجد مقدار عجلة السيارة بعدها مباشرة

الحل

∵ السيارة تصعد المنحدر بسرعة منتظمة

∴ ق = م + ك ء حا θ

، ∵ م = $\frac{٢٥}{١٠٠٠}$ × ٥٠٠٠ = ١٢٥ ث كجم

∴ ق = ١٢٥ + ٥٠٠٠ × ٩,٨ × $\frac{١}{٤٠}$ = ٢٥٠ ث كجم

∴ القدرة = ق ع = ٢٥٠ × ٣٦ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٥٠٠ ث كجم . م / ث

= ٢٥٠٠ ÷ ٧٥ = ٣٣ $\frac{١}{٣}$ حصان

بعد زيادة القدرة :

∵ القدرة = ق/ ع   ∴ ٥٠ × ٧٥ = ق/ × ٣٦ × $\frac{٥}{١٨}$

و منها : ق/ = ٣٧٥ ث كجم   ، ∵ ق/ − م − ك ء حا θ = ك جـ

∴ ٣٧٥ × ٩,٨ − ١٢٥ × ٩,٨ − ٥٠٠٠ × ٩,٨ × $\frac{١}{٤٠}$ = ٥٠٠٠ جـ

و منها : جـ = $\frac{٤٩}{٢٠٠}$ م / ث^2

(١٢) يتحرك قطار بسرعة ثابتة مقدارها ٧٢ كم / س ، فُصلت منه العربة الأخيرة و كتلتها ١٦ طن فزادت سرعة القطار إلى ٩٦ كم / س ، إذا كانت قدرة آلات القطار ثابتة فأوجد قدرة الآلة و كتلة القطار علماً بأن القطار يلاقى مقاومة ثابتة قدرها ٦ ثقل كجم لكل طن من الكتلة المتحركة

الحل

نفرض أن كتلة القطار = ك طن

قبل فصل العربة :

∵ القطار يتحرك بسرعة ثابتة

∴ القدرة = ق ع = م ع = ٦ ك × ٧٢ × $\frac{5}{18}$ = ١٢٠ ك　　(١)

بعد فصل العربة :

∵ القطار يتحرك بسرعة ثابتة

∴ القدرة = ق′ ع′ = م′ ع′

= ٦ (ك − ١٦) × ٩٦ × $\frac{5}{18}$　　(٢)

من (١) ، (٢) ينتج : ١٢٠ ك = ١٦٠ ك − ٢٥٦٠

∴ ٤٠ ك = ٢٥٦٠　　∴ ك = ٦٤ طن

∴ القدرة = ١٢٠ × ٦٤ = ٧٦٨٠ ث كجم . م / ث = ٧٦٨٠ ÷ ٧٥ = ١٠٢,٤ حصان

(١٣) جسيم يتحرك على خط مستقيم تحت تأثير القوة ق (نيوتن) حيث ق = $\frac{1}{5}$ س (نيوتن) حيث س بالمتر هو بُعد الجسيم عن نقطة أصل ثابتة على الخط المستقيم ، أوجد الشغل المبذول من ق فى من الحالات الآتية :

(أ) عندما يتحرك الجسيم من س = ٠ إلى س = ١٠

(ب) عندما يتحرك الجسيم من س = ١ إلى س = ٥

الحل

(أ) ش = $\int_{0}^{10}$ ق ء س = $\int_{0}^{10}$ ($\frac{1}{5}$ س) ء س

= $\left[\frac{1}{10} \right.$ س$^2 \left. \right]_{0}^{10}$ = (١٠) − (٠) = ١٠ جول

(ب) ش = $\int_{1}^{5}$ ق ء س = $\int_{1}^{5}$ ($\frac{1}{5}$ س) ء س

= $\left[\frac{1}{10} \right.$ س$^2 \left. \right]_{1}^{5}$ = ($\frac{5}{2}$) − ($\frac{1}{10}$) = ٢,٤ جول

(١٤) سقط جسم كتلته ١ كجم من السكون إلى أسفل تحت تأثير عجلة الجاذبية ضد مقاومات قدرها $\frac{24}{25}$ س (نيوتن) حيث س بعد الجسم عن نقطة السقوط بالمتر عند أى لحظة ، أوجد الشغل من الجسم ضد المقاومة منذ لحظة سقوطه حتى يقطع مسافة ١٠ متر أسفل نقطة السقوط و أوجد سرعته عند هذه اللحظة

الحل

ش = $\int_{0}^{10}$ م ء س = $\int_{0}^{10}$ ($\frac{24}{25}$ س) ء س

= $\left[\frac{24}{50} \right.$ س$^2 \left. \right]_{0}^{10}$ = (٤٨) − (٠) = ٤٨ جول

، ∵ ض$_{أ}$ − ض$_{ب}$ = ط$_{ب}$ − ط$_{أ}$ + ش$_{م}$

∴ ١ × ٩,٨ × ١٠ − ٠ = ($\frac{1}{2}$ × ١ × ع^2 − ٠) + ٤٨

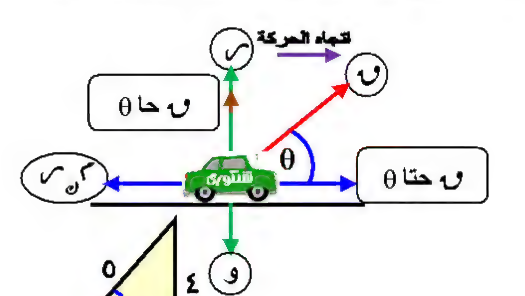
و منها : ع = ١٠ م / ث

(١٥) قوة ثابتة مقدارها ق تميل على الأفقى بزاوية ظلها $\frac{3}{4}$ تجر سيارة معطلة كتلتها ١٤٠٠ كجم بسرعة منتظمة قدرها ٢٢,٥ م / ث على طريق أفقى خشن فإذا كان معامل الاحتكاك بين الطريق و السيارة ٠,٣ فأوجد :

(أ) قدرة القوة فى هذه الحالة

(ب) الشغل المبذول من القوة لتحريك السيارة لمدة دقيقة واحدة

الحل



∵ ر + ق حا θ = و

∴ ر + ق × $\frac{٤}{٥}$ = ١٤٠٠

∴ ر = ١٤٠٠ − $\frac{٤}{٥}$ ق (١)

∵ السرعة منتظمة ،

∴ ق حتا θ = $م_ك$ ر

∴ ق × $\frac{٣}{٥}$ = ٠,٣ ر ، بالتعويض من (١) ينتج :

$\frac{٣}{٥}$ ق = ٠,٣ × (١٤٠٠ − $\frac{٤}{٥}$ ق)

∴ $\frac{٣}{٥}$ ق = ٤٢٠ − $\frac{٦}{٢٥}$ ق و منها : ق = ٥٠٠ ث كجم

(أ) ∵ القدرة = ق ع

∴ القدرة = ٥٠٠ × ٢٢,٥ = ١١٢٥٠ ث كجم . م / ث

= ١١٢٥٠ ÷ ٧٥ = ١٥٠ حصان

(ب) ∵ السرعة منتظمة ∴ ف = ع ن = ٢٢,٥ × ٦٠ = ١٣٥٠ م

∴ الشغل المبذول من القوة = ق حتا θ × ف

= ٥٠٠ × $\frac{٣}{٥}$ × ١٣٥٠ = ٤٠٥٠٠٠ ث كجم

اجابة أسئلة الاختبارات الخاصة بالوحدة

الاختبار الأول

السؤال الأول : أختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

(٤) الشكل المقابل يوضح العلاقة بين القوة $\overrightarrow{ق}$ التى يؤثر بها طفل أفقياً على صندوق كتلته ١٠ كجم ليتحرك على سطح أملس مع مركبة المسافة التى يقطعها الصندوق فى اتجاه س فإن الشغل المبذول بواسطة $\overrightarrow{ق}$ على الصندوق من س = ٠ إلى س = ٨ يساوى .... الشغل المبذول بواسطة $\overrightarrow{ق}$ على الصندوق من س = ٨ إلى س = ١٢

الحل



∵ ش = $\int_{ف_١}^{ف_٢}$ ق ء ف

∴ $ش_١$ = $\int_{٠}^{٨}$ ق ء ف =

المساحة تحت المنحنى من ف = ٠ إلى ف = ٨

= مساحة سطح △ و أ حـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٠ = ٤٠ وحدة شغل

، $ش_٢$ = $\int_{٨}^{١٢}$ ق ء ف = المساحة تحت المنحنى من ف = ٨ إلى ف = ١٢

= مساحة سطح △ و أ حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ١٠ = ٢٠ وحدة شغل

∴ $ش_١$ = ٢ $ش_٢$

السؤال الثانى :

(١) قاطرة كتلتها ٣٠ طن بدأت الحركة من السكون على مستوى أفقى بعجلة منتظمة ضد مقاومات $\frac{١}{١٠٠}$ من وزنها و عندما بلغت سرعتها ٩٠ كم / س أصبحت قدرتها ٤٤١ كيلووات اوجد :

(أ) قوة آلات القاطرة بثقل الكيلوجرام

(ب) مقدار العجلة المنتظمة

الحـل

∵ (أ) القدرة = ق × ع

∴ ٤٤١ × ١٠٠٠ = ق × ٩٠ × $\frac{٥}{١٨}$

و منها : ق = ١٧٦٤٠ نيوتن = ١٧٦٤٠ ÷ ٩,٨ = ١٨٠٠ ث كجم

∵ (ب) القاطرة تتحرك على مستوى أفقى

∴ ك جـ = ق − م

∴ ٣٠ × ١٠٠٠ جـ = ١٧٦٤٠ − $\frac{١}{١٠٠}$ × ٣٠ × ١٠٠٠ × ٩,٨

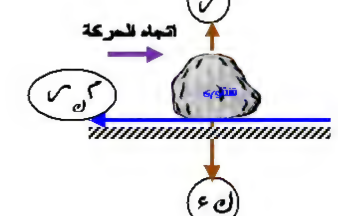
و منها : جـ = ٠,٤٩ م / ث^{٢}

السؤال الثالث :

(٢) صخرة كتلتها ٢٠ كجم تتحرك على مستوى أفقى خشن بسرعة ٨ م / ث و توقفت نتيجة الاحتكاك و كان معامل الاحتكاك الحركى بين الصخرة و السطح $\frac{١}{٥}$ احسب الشغل الناتج عن الاحتكاك حتى تتوقف الصخرة



الحـل



∵ المستوى خشن ∴ معادلات الحركة هى :

ك جـ = − م$_{ك}$ ر ، ر = ك ء

∴ ك جـ = − م$_{ك}$ × ك ء

∴ ٢٠ جـ = − $\frac{١}{٥}$ × ٢٠ × ٩,٨ = − ١,٩٦ م / ث^{٢}

، ∵ الصخرة تتوقف ، ع^{٢} = ع$_{٠}^{٢}$ + ٢ جـ ف

∴ ٠ = (٨)^{٢} + ٢ × (− ١,٩٦) ف و منها : ف = $\frac{٨٠٠}{٤٩}$ م

∴ الشغل المبذول عن الاحتكاك = − م$_{ك}$ ر × ف

= − $\frac{١}{٥}$ × ٢٠ × ٩,٨ × $\frac{٨٠٠}{٤٩}$ = − ٦٤٠ جول

السؤال الرابع :

(٢) حقيبة كتلتها ٥ كجم تنزلق على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٢٤° لأسفل مسافة ١,٥ م فإذا كان معامل الاحتكاك = $\frac{٣١}{١٠٠}$ احسب الشغل المبذول بواسطة كل من : الاحتكاك ، الوزن ، رد الفعل و إذا كانت سرعة الحقيبة ٢,٢ م / ث ، احسب سرعتها بعد أن تقطع مسافة ١,٥ م

الحـل

∵ قوة الاحتكاك : ك = م$_{ك}$ ر

، ر = ٥ ء حتا ٢٤° ، م$_{ك}$ = $\frac{٣١}{١٠٠}$

∴ ك = م$_{ك}$ ر

= $\frac{٣١}{١٠٠}$ × ٥ × ٩,٨ حتا ٢٤°

∴ الشغل المبذول من قوة الاحتكاك

= − ك × ف

= − $\frac{٣١}{١٠٠}$ × ٥ × ٩,٨ حتا ٢٤° × ١,٥

= − ٢٠,٨١٥ جول

، الشغل المبذول من قوة الوزن = ك ء حتا θ × ف = ٥ × ٩,٨ حا ٢٤° × ١,٥

= ٢٩,٨٩٥ جول

، الشغل من قوة رد الفعل العمودى = صفر
لأن : قوة رد فعل المستوى عمودية على المستوى الذى تتحرك عليه الحقيبة

∵ ك حـ = ٥ ء حا ٢٤° − م$_{ك}$ ر

∴ ٥ حـ = ٥ × ٩,٨ حا ٢٤° − $\frac{٣١}{١٠٠}$ × ٥ × ٩,٨ حتا ٢٤°

و منها : حـ = ١,٢١ م / ث^{٢}

، ع^{٢} = ع$_{.}^{٢}$ + ٢ حـ ف = (٢,٢)^{٢} + ٢ × ١,٢١ × ١,٥ و منها : ع = ٢,٩١ م / ث

السؤال الخامس :

(أ) وضع جسم عند قمة مستوى مائل أملس طوله ٤٠ م و ارتفاعه ١٠ م أوجد سرعته عند قاعدة المستوى و إذا كان المستوى خشناً و كانت المقاومة لحركته $\frac{١}{٥}$ وزن الجسم أوجد سرعته عند قاعدة المستوى " مستخدماً مبدأ ثبات الطاقة "

الحل

∵ المستوى أملس :

∴ ط$_{أ}$ + ض$_{أ}$ = ط$_{ب}$ + ض$_{ب}$

∴ ٠ + ك × ٩,٨ × ١٠ = $\frac{١}{٢}$ ك ع^{٢} + ٠

و منها : ع = ١٤ م / ث

، ∵ المستوى خشن :

∴ ض$_{أ}$ − ض$_{ب}$ = ط$_{ب}$ − ط$_{أ}$ + شـ$_{م}$

∴ ك × ٩,٨ × ١٠ − ٠ = ($\frac{١}{٢}$ ك ع^{٢} − ٠) + $\frac{١}{٥}$ ك × ٩,٨ × ٤٠

و منها : ع = ٢,٨ $\sqrt{٥}$ م / ث

الاختبار الثانى

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(٢) قذف جسم كتلته ٥٠٠ جم رأسياً لأعلى من نقطة على سطح الأرض بسرعة ١٤,٧ م / ث فإن طاقة وضعه بعد مرور ثانية واحدة من قذفه = ... جول

الحل

∵ ف = ع$_{.}$ ن − $\frac{١}{٢}$ ء ن^{٢} = ١٤,٧ × ١ − $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × (١)^{٢} = ٩,٨ م

∴ ض = ك ء ف = $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × ٩,٨ = ٤٨,٠٢ جول

(٥) إذا كان الشغل المبذول من القوة $\overleftarrow{ق}$ = م $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$ خلال إزاحة نقطة تأثيرها $\overleftarrow{ف}$ = − ٣ $\overleftarrow{س}$ + (م + ١) $\overleftarrow{ص}$ يساوى ٠,٠٥ جول ، || $\overleftarrow{ف}$ || بالسم حيث م ثابت فإن م = ...

الحل

شـ = $\overleftarrow{ق}$ • $\overleftarrow{ف}$ = −٣ م + ٤ (م + ١) = م + ٤ نيوتن . سم

∴ شـ = $\frac{١}{١٠٠}$ (م + ٤) جول

∴ ٠,٠٥ = $\frac{١}{١٠٠}$ (م + ٤) و منها : م = ١

السؤال الثانى :

(أ) صعد رجل وزنه ٧٢ ث كجم طريقاً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٤}$ فقطع ١٠٠ م أحسب التغير فى طاقة وضع الرجل

الحل



ف = ١٠٠ حا θ = ١٠٠ × $\frac{١}{٤}$ = ٢٥

∴ التغير فى طاقة وضع الرجل = ض$_{أ}$ − ض$_{ب}$

= ٧٢ × ٩,٨ × ٢٥ − ٠ = ١٧٦٤٠ جول

السؤال الثالث :

(أ) عامل يدفع صندوق كتلته ٣٠ كجم مسافة قدرها ٤,٥ متر بسرعة ثابتة على سطح أفقى فإذا كان معامل الاحتكاك بين الصندوق و السطح $\frac{1}{4}$ احسب الشغل المبذول بواسطة العامل على الصندوق ثم أحسب الشغل المبذول بواسطة رد الفعل

الحل

∵ ق = مَ ر ، ر = ك ء

∴ ق = مَ × ك ء

= $\frac{1}{4}$ × ٣٠ × ٩,٨ = ٧٣,٥ نيوتن

∴ الشغل المبذول من قوة العامل = ق × ف

= ٧٣,٥ × ٤,٥ = ٣٣٠,٧٥ جول

= ٣٣٠,٧٥ ÷ ٩,٨ = ٣٣,٧٥ ث كجم . م

الشغل من رد الفعل = صفر

لأن : قوة رد فعل المستوى عمودية على المستوى الذى يتحرك عليه الصندوق

السؤال الرابع :

(أ) هبطت عربة سك حديد كتلتها ٢٠ طن من السكون على منحدر يصنع مع الأفقى زاوية جيبها $\frac{1}{70}$ ضد مقاومات مقدارها ١٤ ث كجم لكل طن فوصلت إلى أسفل المنحدر بعد أن قطعت مسافة ٣٥٠ متر عليه و عند أسفل المنحدر أصطدمت بعربة أخرى ساكنة و مساوية لها فى الكتلة فسارت العربتان معاً كجسم واحد على طريق أفقى فإذا سكنت العربتان بعد دقيقة واحدة من لحظة تصادمهما أوجد المسافة الأفقية التى تحركتها العربتان معاً

الحل

معادلة الحركة للعربة التى على المنحدر :

ك جـ = ك ء جا θ − م

∴ ٢٠ × ١٠^٣ جـ = ٢٠ × ١٠^٣ × ٩,٨ × $\frac{1}{70}$

− ١٤ × ٢٠ × ٩,٨

∴ ١٠٠٠ جـ = ١٤٠ − ١٣٧,٢

و منها : جـ = ٠,٠٠٢٨ م / ث^٢

سرعة العربة عند قاع المنحدر :

ع^٢ = ع.^٢ + ٢ جـ ف = ٢,٠ + ٢ × ٠,٠٠٢٨ × ٣٥٠　　و منها : ع = ١,٤ م / ث

عند التصادم : بفرض أن عَ هى سرعة العربتان عندما تتحركان كجسم واحد

٢٠ × ١,٤ − ٢٠ × ٠ = ٤٠ × عَ　　و منها : عَ = ٠,٧ م / ث

بعد التصادم : ع. = ٠,٧ م / ث ، ن = ٦٠ ث ، ع = ٠

، ∵ ع = ع. + جـ ن　∴ ٠ = ٠,٧ + ٦٠ جـ　و منها : جـ = − $\frac{7}{600}$ م / ث^٢

، ∵ ع^٢ = ع.^٢ + ٢ جـ ف　　∴ ٠ = (٠,٧)^٢ + ٢ × (− $\frac{7}{600}$) ف

و منها : ف = ٢١ م

حل آخر لايجاد السرعة عند قاع المنحدر

∵ الشغل المبذول = التغير فى طاقة الحركة

∴ (ك ء جا θ − م) ف = $\frac{1}{2}$ (ع^٢ − ع.^٢)

∴ (٢٠ × ١٠^٣ × ٩,٨ × $\frac{1}{70}$ − ١٤ × ٢٠ × ٩,٨) × ٣٥٠ =

$\frac{1}{2}$ × ٢٠ × ١٠^٣ (ع^٢ − ٠)

∴ (٢٨٠٠ − ٢٧٤٤) × ٣٥٠ = ١٠٠٠٠ ع^٢　　و منها : ع = ١,٤ م / ث

أحمد الشتورى

(٢) يتحرك منطاد رأسياً لأعلى و عندما كان على ارتفاع ٤٠,٤ متراً عن سطح الأرض سقط منه جسم كتلته ٥ كجم فإذا كانت طاقة حركة الجسم لحظة اصطدامه بالأرض تساوى ٢٩٤٠ جول و بفرض اهمال مقاومة الهواء احسب

أولاً : سرعة المنطاد لحظة سقوط الجسم

ثانياً : المسافة التى قطعها الجسم من لحظة سقوطه حتى لحظة انتظامه

الحل

بفرض أن : الجسم سقط من المنطاد عند نقطة أ

و وصل إلى سطح الأرض الذى تمثله نقطة ب

، ∵ $ط_{أ} + ض_{أ} = ط_{ب} + ض_{ب}$

∴ $\frac{١}{٢} \times ٥ ع^{٢} + ٥ \times ٩,٨ \times ٤٠,٤ = ٢٩٤٠ + ٠$

و منها : ع = ١٩,٦ م / ث

و هى سرعة المنطاد لحظة سقوط الجسم

و السرعة الإبتدائية للجسم ، و الجسم يتحرك لأعلى

ليصل لأقصى ارتفاع له عند حـ ثم يسكن لحظياً ثم يسقط حتى يصل لسطح الأرض

∵ $ع^{٢} = ع_{٠}^{٢} - ٢ ء ف$　　∴ $٠ = (١٩,٦)^{٢} + ٢ \times ٩,٨$ ف

و منها : ف = ١٩,٦ م

∴ المسافة الكلية التى يقطعها الجسم = ٢ × ١٩,٦ + ٤٠,٤ = ٧٩,٦ م

حل آخر لايجاد أقصى ارتفاع

أقصى ارتفاع = $\frac{ع_{٠}^{٢}}{٢ ء} = \frac{(١٩,٦)^{٢}}{٢ \times ٩,٨} = ١٩,٦$ م

السؤال الخامس :

(أ) تتحرك سيارة كتلتها ٣ طن بأقصى سرعة لها و مقدارها ٢٧ كم / س صاعدة منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٣٠}$ ثم عادت السيارة و هبطت على نفس المنحدر بأقصى سرعة لها و مقدارها ٧٢ كم / س أوجد المقاومة بفرض ثبوتها ثم أحسب قدرة السيارة بالحصان أوجد ق

الحل

عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

ق = م + و حا θ = م + ٣٠٠٠ × $\frac{١}{٣٠}$ = م + ١٠٠

، ∵ القدرة = ق × ع

∴ القدرة = (م + ١٠٠) × ٢٧ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ القدرة = (م + ١٠٠) × $\frac{١٥}{٢}$　　(١)

عندما تكون السيارة هابطة المنحدر بأقصى سرعة :

ق = م − و حا θ = م − ٣٠٠٠ × $\frac{١}{٣٠}$

= م − ١٠٠

∴ القدرة = (م − − ١٠٠) × ٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ القدرة = (م − − ١٠٠) × ٢٠　　(٢)

، ∵ القدرة ثابتة　　∴ من (١) ، (٢) ينتج :

(م + ١٠٠) × $\frac{١٥}{٢}$ = (م − ١٠٠) × ٢٠　　، بالضرب ÷ $\frac{٢}{٥}$ ينتج :

∴ ٣ م + ٣٠٠ = ٨ م − ٨٠٠　　و منها : م = ٢٢٠ ث كجم

بالتعويض فى (١) ينتج :

القدرة = (٢٢٠ + ١٠٠) × ٢٧ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٤٠٠ ث كجم . م / ث

= ٢٤٠٠ ÷ ٧٥ = ٣٢ حصان

(٢) بندول بسيط مكون من خيط طوله $١\frac{١}{٢}$ متر ثبت طرفه العلوى و حمل طرفه السفلى جسماً كتلته ٥٠٠ جم و يتدلى رأسياً فإذا شد الجسم بقوة أفقية إلى أن أصبح مائلاً على الرأسى بزاوية ٦٠° أوجد :

أولاً : التغير فى طاقة وضع الجسم

ثانياً : الشغل الذى بذلته القوة بالجول

ثالثاً : سرعة الجسم عند منتصف المسار إذا أزيلت القوة الأفقية و ترك الجسم ليتذبذب

الحل

من هندسة الشكل :

ن حـ = ن أ حتا ٦٠°

= ١,٥ × ٠,٥ = ٠,٧٥ م

، ن ب = ن أ = ١,٥ م

∴ ب حـ = ن ب − ن حـ = ١,٥ − ٠,٧٥ = ٠,٧٥ م

أى أن : المسافة الرأسية التى تحركتها الكتلة = ٠,٧٥ م

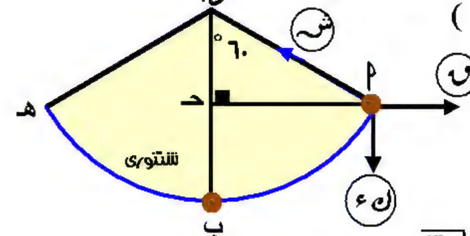
أولاً : التغير فى طاقة وضع الجسم = $ض_{أ} - ض_{ب}$ = ك ء × ن ب − ك ء × ن حـ

= ك ء (ن ب − ن حـ) = ك ء × ب حـ

= ٠,٥ × ٩,٨ × ٠,٧٥ = ٣,٦٧٥ جول

ثانياً : حيث : الجسم يسكن لحظياً عند أ ينتج :

فيكون △ ن أ حـ (مثلث القوى)



∴ $\frac{ش}{أ ن} = \frac{ق}{أ حـ} = \frac{ك ء}{ن حـ}$

، ∵ أ حـ = ن أ حتا ٦٠°

= $٠,٧٥\sqrt{٣}$ م

∴ ق = $\frac{٠,٥ \times ٩,٨ \times ٠,٧٥\sqrt{٣}}{٠,٧٥}$ = $٤,٩\sqrt{٣}$ نيوتن

الشغل الذى بذلته القوة = ق × المسافة الأفقية التى يتحركها الجسم بواسطتها

= ق × أ حـ = $٤,٩\sqrt{٣} \times ٠,٧٥\sqrt{٣}$ = ١١,٠٢٥ جول

ملاحظة :

يمكن ايجاد قيمة ق باستخدام قاعدة لامى أو تحليل الشد

، الشغل لا يتوقف على المسار الذى يسلكه الجسم بل يتوقف على الازاحة

ثالثاً : من مبدأ ثبات الطاقة : ∵ $ط_{أ} + ض_{أ} = ط_{ب} + ض_{ب}$

∴ ٠ + ٣,٦٧٥ = $\frac{١}{٢}$ ك $ع^{٢}$ + ٠ ∴ ٣,٦٧٥ = $\frac{١}{٢} \times ٠,٥$ $ع^{٢}$

و منها : ع = $٠,٧\sqrt{٣٠}$ م / ث = ٣,٨٣٤ م / ث

و هى السرعة عند منتصف المسار

الاختبار الثالث

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(أ) فى لحظة ما كانت كمية حركة جسم ١١٢ كجم . م/ث و طاقة حركته ٨٠ كجم . م فإن كتلة الجسم = ... كجم ، سرعته = ... م/ث عندئذ

الحل

∵ ك ع = ١١٢ كجم . م/ث (١)

، ∵ $\frac{1}{2}$ ك ع^2 = ٨٠ ث كجم . م = ٨٠ × ٩,٨ = ٧٨٤ جول (٢)

∴ $\frac{1}{2}$ (ك ع) × ع = ٧٨٤ ، بالتعويض من (١) ينتج :

∴ $\frac{1}{2}$ × ١١٢ ع = ٧٨٤ ∴ ٥٦ ع = ٧٨٤ ∴ ع = ١٤ م/ث

، بالتعويض من (١) ينتج : ١٤ ع = ١١٢ ∴ ك = ٨ كجم

(٥) فى الشكل المقابل :

مستوى مائل أملس طوله ٢٠ متر و ارتفاعه ٢,٥ متر وضع جسم عند قمة المستوى و ترك ليهبط على المستوى فإنه يصل إلى قاعدة المستوى بسرعة .... م/ث

أ ، ب ، ٢٠ م ، ٢,٥ م ، اتجاه الحركة

الحل

∵ المستوى أملس : ∴ ط$_{أ}$ + ض$_{أ}$ = ط$_{ب}$ + ض$_{ب}$

∴ ٠ + ك × ٩,٨ × ٢,٥ = $\frac{1}{2}$ ك ع^2 + ٠ و منها : ع = ٧ م/ث

(٦) قذف جسم كتلته ٢٠٠ جرام رأسياً إلى أعلى بسرعة ٤٩ م/ث فإن طاقة وضعه عند أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم = ... جول

الحل

أقصى ارتفاع (ل) = $\frac{(٤٩)^2}{٢ × ٩,٨}$ = ١٢٢,٥ م

∴ ض = ك ء ل = ٠,٢ × ٩,٨ × ١٢٢,٥ = ٢٤٠,١ جول

السؤال الثانى :

(أ) فى الشكل المقابل :

ثلاث كتل ك ، ك ، ٣ ك تتحرك من أعلى لأسفل من السكون (بفرض اهمال مقاومة الهواء و الاحتكاك)

ك ، ك ، ٣ك ، أ ، ب ، حـ ، اتجاه الحركة

أولاً : أى من الكتل الثلاث تصل للأرض بأكبر سرعة

ثانياً : أى من الكتل الثلاث تبذل شغلاً أكثر للوصول للأرض

الحل

بفرض أن : المسافة الرأسية بين موضع الكتل و الأرض = ل

∵ ض – ض$_{.}$ = ط – ط$_{.}$ + شـ$_{م}$ ، شـ$_{م}$ = ٠

∴ للكتلة عند حـ : ك ء ل – ٠ = $\frac{1}{2}$ ك ع^2 – ٠ و منها : ع^2 = ٢ ء ل

، للكتلة عند ب : ك ء ل – ٠ = $\frac{1}{2}$ ك ع^2 – ٠ و منها : ع^2 = ٢ ء ل

، للكتلة عند أ : ٣ك ء ل – ٠ = $\frac{1}{2}$ × ٣ ك ع^2 – ٠ و منها : ع^2 = ٢ ء ل

∴ الكتل الثلاث تصل للأرض بنفس السرعة

، ∵ شـ = ط − ط.

∴ شـجـ = شـب = $\frac{1}{2}$ ك ع^2 − ٠ = $\frac{1}{2}$ ك ع^2 × ٢ ء ل = ك ء ل

، شـأ = $\frac{1}{2}$ × ٣ ك ع^2 × ٢ ء ل = ٣ ك ء ل

∴ الشغل المبذول من الكتلة عند أ يكون أكبر من الشغل المبذول من الكتلتين الأخريين

(٢) أثرت القوة ٥ ث كجم فى كتلة ١٩٦ كجم متحركة فى خط مستقيم أفقى فى اتجاه القوة فقطعت مسافة ٢,٨ متر احسب مقدار ازيادة طاقة الحركة للكتلة بالجول ، و إذا كانت طاقة حركة الكتلة فى نهاية المسافة ١٤١,١٢ جول احسب السرعة الإبتدائية للكتلة

الحل

الزيادة فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من القوة = ق × ف

= ٥ × ٩,٨ × ٢,٨ = ١٣٧,٢ جول

، ∵ شـ = ط − ط.   ∴ ١٣٧,٢ = ١٤١,١٢ − $\frac{1}{2}$ × ١٩٦ ع.^{2}

∴ $\frac{1}{2}$ × ١٩٦ ع.^{2} = ٣,٩٢   و منها : ع. = $\frac{1}{5}$ م / ث

السؤال الثالث :

(٢) سيارة قدرة آلاتها ثابتة و أقصى سرعة لها عند صعودها منحدر ما هى ٥٤ كم / س و أقصى سرعة لها عند هبوطها نفس المنحدر هى ١٠٨ كم / س أوجد أقصى سرعة تتحرك بها على مستوى أفقى علماً بأن مقاومة الطريق لحركة السيارة ثابتة في الحلات الثلاث

الحل

عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

ق$_1$ = م + و حا θ ، ∵ القدرة = ق$_1$ × ع$_1$

∴ القدرة = (م + و حا θ) × ٥٤ × $\frac{5}{18}$

∴ القدرة = (م + و حا θ) × ١٥   (١)

عندما تكون السيارة هابطة المنحدر بأقصى سرعة :

ق$_2$ = م − و حا θ ، ∵ القدرة = ق$_2$ × ع$_2$

∴ القدرة = (م − و حا θ) × ١٠٨ × $\frac{5}{18}$

∴ القدرة = (م − و حا θ) × ٣٠   (٢)

، ∵ القدرة ثابتة   ∴ من (١) ، (٢) ينتج :

(م + و حا θ) × ١٥ = (م − و حا θ) × ٣٠

∴ م + و حا θ = (م − و حا θ) × ٢

∴ م + و حا θ = ٢ م − ٢ و حا θ   ∴ م = ٣ و حا θ

بالتعويض فى (١) ينتج :

القدرة = (٣ و حا θ + و حا θ) × ١٥ = ٦٠ و حا θ   (٣)

عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

ق$_3$ = م = ٣ و حا θ

∴ القدرة = ٣ و حا θ × ع$_3$ (٤)

من (٣) ، (٤) ينتج : ٦٠ و حا θ = ٣ و حا θ × ع$_3$

∴ ع$_3$ = ٢٠ م / ث

السؤال الرابع :

(أ) كرة كتلتها ٢٠٠ جم تتحرك بسرعة ٧ م/ث إصطدمت بكرة ساكنة كتلتها ٣٠٠ جم و تحركتا معاً كجسم واحد أوجد :

أولاً : السرعة المشتركة لهما بعد التصادم مباشرة

ثانياً : طاقة الحركة المفقودة بالتصادم

ثالثاً : المسافة التى يسكن بعدها الجسم إذا لاقى مقاومة ٢٠ ث جم

الحل

$ع_١ = ٧٠٠$ سم / ث $ع_٢ = ٠$ ٢٠٠ جم   ٣٠٠ جم   ٥٠٠ جم   ع

نعتبر أن اتجاه سرعة الكرة الأولى قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ $ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = (ك_١ + ك_٢) ع$

∴ $٢٠٠ \times ٧٠٠ + ٣٠٠ \times ٠ = ٥٠٠$ ع

و منها : ع = ٢٨٠ سم / ث فى اتجاه حركة الكرة الأولى

∵ طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم − طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = $[\frac{١}{٢} \times ٢٠٠ \times (٧٠٠)^٢ + \frac{١}{٢} \times ٣٠٠ \times (٠)^٢]$

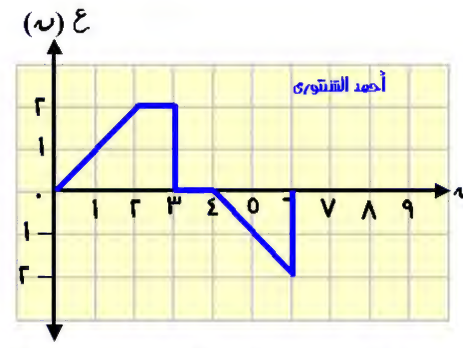
$- \frac{١}{٢} \times ٥٠٠ \times (٢٨٠)^٢ = ٢٩٤٠٠٠٠$ أرج

∵ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول

∴ $٠ - \frac{١}{٢} \times ٥٠٠ \times (٢٨٠)^٢ = - ٢٠ \times ٩٨٠$ ف

و منها : ف = ١٠٠ سم

(٢) فى الشكل المقابل : $\overleftarrow{ق}$ تؤثر على سيارة أطفال كتلتها ٢ كجم تسير فى خط مستقيم موازى لمحور السينات مركبة س تتغير بتغير القوة كما بالشكل أحسب الشغل المبذول بواسطة القوة عند :



١) س = ٠ إلى س = ٣ متر   ٢) س = ٣ إلى س = ٤ متر

٣) س = ٤ إلى س = ٧ متر   ٤) س = ٧ إلى س = ٢ متر

الحل

ع (ن)   أحمد الشتتورى   أ   ب   حـ   ء   ى   هـ   و   س

∵ ش = $\int_{ف_١}^{ف_٢} ق \, ء ف$

∴ $ش_١ = \int_{٠}^{٣} ق \, ء ف$ = مساحة سطح شبه المنحرف و أ ب حـ

$= \frac{١}{٢} \times (١ + ٣) \times ٢ = ٤$ جول

بالمثل : $ش_٢ = \int_{٣}^{٤} ق \, ء ف = ٠$ (لاحظ : ق = ٠)

، $ش_٣ = \int_{٤}^{٧} ق \, ء ف = \int_{٤}^{٦} ق \, ء ف + \int_{٦}^{٧} ق \, ء ف$

= − مساحة سطح Δ ء هـ ى + ٠ = $- \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٢ = - ٢$ جول

(المساحة تحت محور السينات)

، $ش_٤ = \int_{٧}^{٢} ق \, ء ف = - \int_{٢}^{٧} ق \, ء ف$

$= - [\int_{٢}^{٣} ق \, ء ف + \int_{٣}^{٤} ق \, ء ف + \int_{٤}^{٦} ق \, ء ف + \int_{٦}^{٧} ق \, ء ف] = - [١ \times ٢ + ٠ - ٢ + ٠] = ٠$

الاختبار الرابع

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(٣) رصاصة كتلتها ٩٨ جم تتحرك أفقياً بسرعة ٧٢٠ كم / س غاصت فى حاجز رأسى مسافة ١٠ سم قبل أن تسكن فإن متوسط مقاومة الحاجز = ... ث كجم

الحل

ى ، ع = ٢٠٠ م / ث ، ١٠ سم ، م

نفرض أن : ى متجه وحدة فى اتجاه الحركة

، ∵ ع. = ٧٢٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٠٠ م / ث

، ع = ٠ ، ف = ٠,١ م

، ∵ ش = ط − ط. ∴ − م × ٠,١ = ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ٠,٩٨ × (٢٠٠)^{٢}

∴ م = ١٩٦٠٠ نيوتن = ١٩٦٠٠ ÷ ٩,٨ = ٢٠٠٠ ث كجم

(٤) سفينة كتلتها ٤٤١ طن تتحرك بسرعة ٧٢ كم / س فإن طاقة حركتها = ... كيلووات . ساعة

الحل

ط = $\frac{١}{٢}$ × ٤٤١ × ١٠^{٣} × (٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$)^{٢} = ٨٨٢ × ١٠^{٥} جول (وات . ث)

= ٨٨٢ × ١٠^{٥} ÷ (٣٦ × ١٠^{٥}) = ٢٤,٥ كيلووات . ساعة

(٥) آلة تبذل شغلاً قدره ١٥٠٠٠ ث كجم . متر خلال ١٠ ثوان فإن قدرة الآلة بالحصان = ...

الحل

∵ الشغل المبذول = ١٥٠٠٠ ث كجم . متر خلال ١٠ ثوان

∴ القدرة = ١٥٠٠٠ ÷ ١٠ = ١٥٠٠ ث كجم . متر / ث

= ١٥٠٠ ÷ ٧٥ = ٢٠ حصان

(٦) قوة مقدارها ٨٠ نيوتن تعمل فى اتجاه ٣٠° شمال الشرق فإن الشغل المبذول بواسطة القوة خلال إزاحة معيارها ٤٠ متر نحو الشمال يساوى .... جول

الحل

الشمال ، ٨٠ ، ٣٠° ، الشرق

مركبة القوة نحو الشمال (اتجاه الازاحة) =

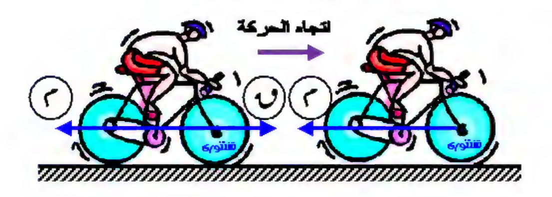
٨٠ حا ٣٠° = ٨٠ × $\frac{١}{٢}$ = ٤٠

∴ الشغل المبذول = ٤٠ × ٤٠ = ١٦٠٠ جول

السؤال الثانى :

(١) يتحرك راكب دراجة على طريق أفقى خشن بعجلة منتظمة فتغيرت طاقة حركته بمقدار ١٠٧٨٠٠ جول خلال $\frac{١}{٢}$ كم ثم أوقف الراكب حركة ساقيه فقطع ١٠٠ متر فقدت خلالها طاقة الحركة بمقدار ٧٨٤٠ جول أوجد بثقل الكيلو جرام كلاً من المقاومات و القوة

الحل



أثناء تأثير القوة المحركة للدراجة :

ط − ط. = (ق − م) × ف

∴ ١٠٧٨٠٠ = (ق − م) × ٥٠٠

∴ ق − م = ٢١٥,٦ (١)

بعد إيقاف حركة الساقين :

ط − ط. = − م ف ∴ − ٧٨٤٠ = − م × ١٠٠

∴ م = ٧٨,٤ نيوتن = ٧٨,٤ ÷ ٩,٨ = ٨ ث كجم

بالتعويض (١) ينتج : ق − ٧٨,٤ = ٢١٥,٦

∴ ق = ٢٩٤ نيوتن = ٢٩٤ ÷ ٩,٨ = ٣٠ ث كجم

السؤال الثالث :

(أ) قذفت كرة كتلتها ٢٠٠ جم بسرعة ٢١ متر / ث على مستوى أفقى ضد مقاومات تعادل ١/١٤ من وزنها و بعد ١٠ ثوان صدمت كرة أخرى مساوية لها فى الكتلة تتحرك بسرعة ٧ متر / ث فى الاتجاه المضاد فإذا تحركت الكرتان معاً كجسم واحد بعد التصادم

أحسب أولاً : السرعة المشتركة للكرتين

ثانياً : دفع كل من الكرتين على الأخرى

ثالثاً : طاقة الحركة المفقودة بالتصادم

الحل

قبل التصادم : ل حـ = − م

∴ ل حـ = − ١/١٤ ل ء

∴ حـ = − ١/١٤ × ٩,٨ = −٠,٧ م / ث²

∴ ع = ع٠ + حـ ن

= ٢١ − ٠,٧ × ١٠ = ١٤ م / ث

عند التصادم :

نعتبر أن اتجاه سرعة الكرة الأولى قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ ل١ ع١ + ل٢ ع٢ = (ل١ + ل٢) ع

∴ ٠,٢ × ١٤ − ٠,٢ × ٧ = ٤٠٠ ع

و منها : ع = ٣,٥ م / ث فى اتجاه حركة الكرة الأولى

دفع الكرة الأولى على الكرة الثانية = التغير فى كمية حركة الكرة الثانية

د = ل٢ (ع − ع٢) = ٠,٢ × (٣,٥ + ٧) = ٢,١ كجم.م / ث

دفع الكرة الثانية على الكرة الأولى = التغير فى كمية حركة الكرة الأولى

د = ل١ (ع − ع١) = ٠,٢ × (٣,٥ − ١٤) = − ٢,١ كجم.م / ث

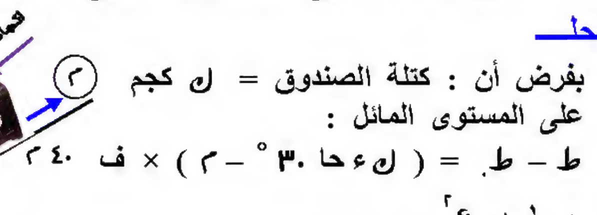
∵ طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم − طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = [½ × ٠,٢ × (١٤)² + ½ × ٠,٢ × (٧)²]

− ½ × ٠,٤ × (٣,٥)² = ٢٢,٠٥ داين

(٢) تنقل الصناديق فى أحد المصانع بانزلاقها على مستوى مائل ينتهى بمستوى أفقى فإذا كان طول المستوى ٤٠ متر و زاوية ميله على الأفقى ٣٠° و المقاومة لكل من المستويين تعادل ⅕ وزن الجسم أوجد سرعة الصندوق عند نهاية المسار بفرض أن سرعته لا تتغير بانتقاله إلى المستوى الأفقى إذا طول الجزء الأفقى ١٠ أمتار

الحل



بفرض أن : كتلة الصندوق = ل كجم

على المستوى المائل :

ط − ط٠ = (ل ء جا ٣٠° − م) × ف

∴ ½ ل ع² − ٠ =

(ل × ٩,٨ × ½ − ⅕ ل × ٩,٨) × ٤٠　　∴ ع² = ٢٣٥,٢

(ع عند نهاية المستوى المائل = ع عند بداية المستوى الأفقى)

على المستوى الأفقى : ط − ط٠ = − م × ف

∴ ½ ل ع² − ½ ل × ٢٣٥,٢ = − ⅕ ل × ٩,٨ × ١٠

∴ ½ ع² = ١١٧,٦ − ١٩,٦

∴ ع² = ١٩٦　　∴ ع = ١٤ م / ث

السؤال الرابع :

(أ) أثرت قوة مقدارها ١٢,٦ نيوتن على جسم ساكن موضوع على مستوى أفقى لفترة من الزمن فأكتسب الجسم فى نهايتها طاقة حركة قدرها ٩ ث كجم . م ، بلغت كمية حركته عندئذ ٤٢ كجم . م/ث ثم رفعت القوة فعاد الجسم إلى السكون مرة أخرى بعد أن قطع مسافة ٢١ م من لحظة رفع القوة أوجد كتلة الجسم و مقاومة المستوى لحركة الجسم بالنيوتن بفرض ثبوتها ثم أوجد زمن تأثير القوة

الحل

∵ ط = $\frac{1}{2}$ ك ع^2 ∴ ٩ × ٩,٨ = $\frac{1}{2}$ ك ع^2 (١)

، ∵ م = ك ع ∴ ٤٢ = ك ع (٢)

بقسمة (١) ÷ (٢) ينتج : ع = ٤,٢ م / ث

بالتعويض فى (١) ينتج : ك = ١٠ كجم

بعد رفع القوة :

ط – ط. = – م × ف

∴ ٠ – ٩ × ٩,٨ = – م × ٢١

و منها : م = ٤,٢ نيوتن

أثناء تأثير القوة :

ك جـ = ق – م

∴ ١٠ جـ = ١٢,٦ – ٤,٢

و منها : جـ = ٠,٨٤ م / ث^2

، ع = ع. + جـ ن ∴ ٤,٢ = ٠ + ٠,٨٤ ن و منها : ن = ٥ ث

حل آخر لايجاد زمن تأثير القوة

∵ (ق – م) × ن = ك (ع – ع.)

∴ (١٢,٦ – ٤,٢) × ن = ٥ (٤,٢ – ٠) و منها : ن = ٥ ث

السؤال الخامس :

(أ) قاطرة قدرة محركها ١٠٨٠ حصاناً و كتلتها ٥٠ طن تجر قطار كتلته ١٣٠ طن على مستوى أفقى خشن بعجلة ٤٩ سم / ث^2 فإذا كانت كانت مقاومة الهواء و الاحتكاك تعادل ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة أحسب أقصى سرعة يقطعها القطار بالكيلومتر / الساعة

الحل

الكتلة الكلية للقاطرة و القطار (ك)

= ٥٠ + ١٣٠ = ١٨٠ طن

مقاومة الهواء و الاحتكاك (م) = ١٠ × ١٨٠ × ٩,٨ = ١٧٦٤٠ نيوتن

جـ = ٤٩ سم / ث^2 = ٠,٤٩ م / ث^2

معادلة الحركة : ك جـ = ق – م

∴ ١٨٠ × ١٠^3 × ٠,٤٩ = ق – ١٧٦٤٠

و منها : ق = ١٠٥٨٤٠ نيوتن = ١٠٥٨٤٠ ÷ ٩,٨ = ١٠٨٠٠ ث كجم

، ∵ القدرة = ق × ع ∴ ١٠٨٠ × ٧٥ = ١٠٨٠٠ ع

و منها : ع = ٧,٥ م / ث = ٧,٥ × $\frac{18}{5}$ = ٢٧ كم / س

(ب) عامل يدفع عربة كتلتها ٢٠ كجم لتصعد مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٥° لأعلى بقوة مقدارها ١٤٠ نيوتن فإذا كان معامل الاحتكاك بين المستوى و العربة $\frac{3}{10}$ و العربة تتحرك مسافة ٣,٨ م احسب الشغل الكلى المبذول على العربة ، و إذا تحركت العربة أسفل المستوى من سكون احسب سرعة العربة عندما تكون على مسافة ٣,٨ م على المستوى

الحل

أحمد الشنتوى

٥٧

عندما تكون العربة صاعدة المستوى

بتأثر قوة :

م = ك ء حتا ٢٥°

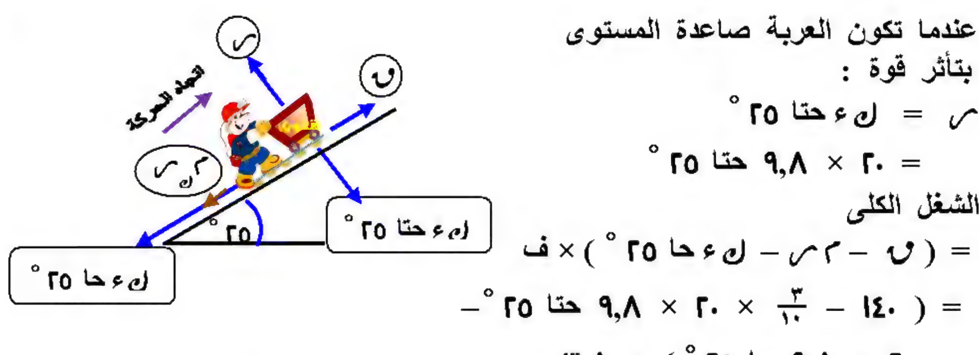
= ٢٠ × ٩,٨ حتا ٢٥°

الشغل الكلى

= (ق − م ر − ك ء حا ٢٥°) × ف

= (١٤٠ − ٣/١٠ × ٢٠ × ٩,٨ حتا ٢٥° − ٢٠ × ٩,٨ حا ٢٥°) × ٣,٨

= ١٤,٧٣ جول



عندما تكون العربة هابطة المستوى :

ط − ط. = (ك ء حا ٢٥° − م ر) × ف

∴ ½ × ٢٠ ع² − . = (٢٠ × ٩,٨ × حا ٢٥° − ٣/١٠ × ٢٠ × ٩,٨ حتا ٢٥°) × ٣,٨

و منها : ع = ٣,٣٥ م / ث

الاختبار الخامس

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

٤) قذيفة كتلتها ٤٥ جرام تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ١٤٤٠ كم / س فإن طاقة حركتها = ... جول

الحل

ط = ½ ك ع² = ½ × ٠,٠٤٥ × (١٤٤٠ × ٥/١٨)² = ٣٦٠٠ جول

٥) آلة تبذل شغلاً بمعدل منتظم = ١٨٠٠٠ ث كجم . متر كل دقيقة فإن قدرة الآلة بالحصان = ...

الحل

∵ الشغل المبذول = ١٨٠٠٠ ث كجم . متر كل دقيقة

∴ القدرة = ١٨٠٠٠ ÷ ٦٠ = ٣٠٠ ث كجم . متر / ث

= ١٥٠٠ ÷ ٧٥ = ٤ حصان

السؤال الثانى :

(أ) يتحرك جسم كتلته كيلو جرام تحت تأثير القوى

ق١ = ب س + ٢ ص ، ق٢ = ٢ س + ص ،

ق٣ = − ٣ س + أ ص حيث س ، ص متجها وحدة متعامدين ، ||ق١|| ، ||ق٢|| ، ||ق٣|| مقيسة بالنيوتن ، أ ، ب ثابتان

فإذا كان متجه الإزاحة ف = ن² س + (٢ ن² − ن) ص

حيث ف بالمتر ، ن بالثانية أولاً : أوجد قيمة الثابتين أ ، ب

ثانياً : احسب الشغل المبذول من محصلة القوى المذكورة خلال الثوانى العشر الأولى من حركة الجسم

الحل

$\overleftarrow{ق} = \overleftarrow{ق_1} + \overleftarrow{ق_2} + \overleftarrow{ق_3} = (ب - ١)\overleftarrow{س} + (أ + ٣)\overleftarrow{ص}$

، ∵ $\overleftarrow{ف} = ن^2 \overleftarrow{س} + (٢ن^2 - ن)\overleftarrow{ص}$

∴ $\overleftarrow{ع} = ٢ن \overleftarrow{س} + (٢ن - ١)\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{جـ} = ٢\overleftarrow{س} + ٢\overleftarrow{ص}$

، ∵ $\overleftarrow{ق} = ك \overleftarrow{جـ}$

∴ $(ب - ١)\overleftarrow{س} + (أ + ٣)\overleftarrow{ص} = ١ \times (٢\overleftarrow{س} + ٢\overleftarrow{ص})$

و منها : $ب - ١ = ٢$ ∴ $ب = ٣$

، $أ + ٣ = ٢$ ∴ $أ = ١$

الشغل المبذول من محصلة القوى = $\overleftarrow{ق} \bullet \overleftarrow{ف}$

$= (٢ ، ٤) \bullet (ن^2 ، ٢ن^2 - ن) = ٢ن^2 + ٨ن^2 - ٤ن$

$= ١٠ن^2 - ٤ن$

∴ الشغل المبذول من محصلة القوى خلال الثوانى العشر الأولى من حركة الجسم

$ش_{١٠} - ش_{.} = ١٠ \times ١٠^2 - ٤ \times ١٠ - ٠ = ٩٦٠$ جول

السؤال الثالث :

(١) تتحرك قاطرة أفقياً تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعتها و هذه المقاومة تساوى ٤٥٠ ث كجم عندما كانت سرعة القاطرة ٣٠ كم / س احسب أقصى سرعة للقاطرة إذا كانت قدرة محركها ٤٠٠ حصان.

الحل

نفرض أن : أقصى سرعة للقاطرة = ع كم / س ، المقاومة = م ث كجم

، ∵ القدرة = ق × ع ∴ $٤٠٠ \times ٧٥ = ق ع \times \frac{٥}{١٨}$

و منها : ق ع = ١٠٨٠٠٠

، ∵ القاطرة تتحرك أفقياً بأقصى سرعة ∴ ق = م

∴ م ع = ١٠٨٠٠٠ (١)

، ∵ $م \propto ع^2$ ∴ $\frac{م_1}{م_2} = \frac{ع_1^2}{ع_2^2}$ ∴ $\frac{٤٥٠}{م} = \frac{(٣٠)^2}{ع^2}$

و منها : $ع^2 = ٢م$ بالضرب × ع ينتج :

$ع^3 = ٢ م ع$ بالتعويض من (١) ينتج :

$ع^3 = ٢ \times ١٠٨٠٠٠ = ٢١٦٠٠٠$ و منها : ع = ٦٠ كم / س

(٢) درع وقائى مصنوع من طبقتين ملتحمتين منتظمتى السمك من الحديد و النحاس فإذا كان سمك الحديد ١ سم و سمك النحاس ٣ سم و كان الدرع فى مستوى رأسى عندما أطلقت عليه رصاصتين متساويتين فى الكتلة فى اتجاهين متضادين و عموديتين على مستوى الدرع و بسرعة واحدة فاخترقت الأولى الحديد و سكنت بعد أن دخلت فى النحاس $\frac{٥}{٤}$ سم بينما اخترقت الثانية النحاس و سكنت فى الحديد $\frac{٣}{٤}$ سم اثبت أن مقاومة الحديد = ٧ أمثال مقاومة النحاس

الحل

نفرض أن : كتلة كل من الرصاصتين = ك جم ، و مقاومة الحديد = $م_1$ ث جم ، و مقاومة النحاس = $م_2$ ث جم ، و سرعتيهما الإبتدائتين = $ع_{.}$ سم / ث

، ∵ $ط - ط_{.} = - م_1 \times ف_1 - م_2 \times ف_2$

∴ بالنسبة لطبقة الحديد : $٠ - \frac{١}{٢} \times ك ع_{.}^2 = - م_1 \times ١ - م_2 \times \frac{٥}{٤}$ (١)

، بالنسبة لطبقة النحاس : ٠ − $\frac{1}{2}$ × ك $ع_0^2$ = −$م_2$ × ٣ − $م_1$ × $\frac{3}{4}$ (٢)

، ∵ الرصاصتان من لهما نفس الكتلة و نفس سرعة القذف

∴ الشغل المبذول ضد المقاومات من الرصاصتين متساوى

∴ من (١) ، (٢) ينتج : −$م_1$ × ١ − $م_2$ × $\frac{5}{4}$ = −$م_2$ × ٣ − $م_1$ × $\frac{3}{4}$

∴ $م_1$ × ١ − $م_1$ × $\frac{3}{4}$ = $م_2$ × ٣ − $م_2$ × $\frac{5}{4}$

و منها : $\frac{1}{4}$ $م_1$ = $\frac{7}{4}$ $م_2$ ∴ $م_1$ = ٧ $م_2$

أى أن : مقاومة الحديد = ٧ أمثال مقاومة النحاس

السؤال الرابع :

(١) عند عمل أساس احدى العمارات استخدمت مطرقة كتلتها ٤٨٠ كجم من ارتفاع ٢,٥ متر على عمود أساس خرسانى كتلته ١٢٠ كجم فيكونان جسماً واحداً يغوص فى الأرض مسافة ٢٤ سم أوجد :

أولاً : السرعة المشتركة للمطرقة و العمود بعد التصادم مباشرة

ثانياً : دفع المطرقة للعمود

ثالثاً : متوسط مقاومة سطح الأرض للمطرقة و العمود

الحل

سرعة المطرقة قبل التصادم بالعمود مباشرة :

$ع^2$ = $ع_0^2$ + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٢,٥

و منها : ع = ٧ م / ث

عند التصادم :

نعتبر أن اتجاه سرعة المطرقة قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ $ك_1$ $ع_1$ + $ك_2$ $ع_2$ = ($ك_1$ + $ك_2$) ع

∴ ٤٨٠ × ٧ − ١٢٠ × ٠ = ٦٠٠ ع

و منها : ع = ٠,٥٦ م / ث فى اتجاه حركة المطرقة

دفع المطرقة للعمود = التغير فى كمية حركة العمود

د = $ك_2$ (ع − $ع_2$) = ١٢٠ × (٥,٦ − ٠) = ٦٧٢ كجم.م / ث

متوسط مقاومة الأرض :

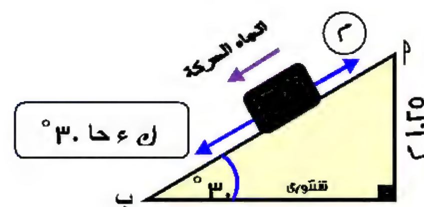
∵ ط − ط. = (ك ء − م) × ف

∴ ٠ − $\frac{1}{2}$ × ٦٠٠ × $(٥,٦)^2$ = (٦٠٠ × ٩,٨ − م) × ٠,٢٤

و منها : م = ٤٥٠٨٠ نيوتن = ٤٥٠٨٠ ÷ ٩,٨ = ٤٦٠٠ ث كجم

(٢) جسم موضوع عند أعلى نقطة من منحدر ارتفاعه ١٢٥ سم و يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° تحرك الجسم فى اتجاه خط أكبر ميل للمنحدر لأسفل ضد مقاومة ثابتة تقدر بربع وزنه احسب سرعة وصول الجسم إلى أسفل نقطة للمنحدر و ما هى السرعة التى يقذف بها الجسم من أسفل نقطة فى الاتجاه المضاد حتى يصل بالكاد إلى لقمة المنحدر

الحل



نفرض أن : كتلة الجسم = ك كجم

ارتفاع المنحدر = ١٢٥ سم = ١,٢٥ م

من هندسة الشكل :

طول المنحدر = ١,٢٥ قتا ٣٠° = ٢,٥ م

∵ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات

∴ عندما يكون الجسم هابطاً المنحدر فإن :

$ض_أ$ − $ض_ب$ = $ط_ب$ − $ط_أ$ + $ش_م$

∴ ل × ٩,٨ × ١,٢٥ − ٠ = ½ ل ع٢ − ٠ + ¼ ل × ٩,٨ × ٢,٥

∴ ½ ع٢ = ٩,٨ × ١,٢٥ − ¼ × ٩,٨ × ٢,٥ و منها : ع = ٣,٥ م / ث

، عندما يكون الجسم صاعداً المنحدر فإن :

ضب − ضم = طم − طب + شـم

٠ − ل × ٩,٨ × ١,٢٥ = ٠ − ½ ل ع٢

+ ¼ ل × ٩,٨ × ٢,٥

∴ ½ ع٢ = ٩,٨ × ١,٢٥ + ¼ × ٩,٨ × ٢,٥ و منها : ع = ٦,٠٦ م / ث

حل آخر

عندما يكون الجسم هابطاً المنحدر فإن معادلة الحركة هى :

ل جـ = ل ء حا ٣٠° − م ∴ ل جـ = ل ء × ½ − ¼ ل ء

و منها : جـ = ¼ ء = ¼ × ٩,٨ = ٢,٤٥ م / ث٢

، ع٢ = ع٢ + ٢ جـ ف = ٠ + ٢ × ٢,٤٥ × ٢,٥ و منها : ع = ٣,٥ م / ث

عندما يكون الجسم صاعداً المنحدر فإن معادلة الحركة هى :

ل جـ = − ل ء حا ٣٠° − م ∴ ل جـ = − ل ء × ½ − ¼ ل ء

و منها : جـ = − ¾ ء = − ¾ × ٩,٨ = − ٧,٣٥ م / ث٢

، ∵ ع٢ = ع٢ + ٢ جـ ف

∴ ٠ = ع٢ + ٢ (− ٧,٣٥) × ٢,٥ و منها : ع = ٦,٠٦ م / ث

السؤال الخامس :

(أ) جسم كتلته ٤٢ جرام على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية حا⁻¹ ⅘ فإذا كانت قوة الشد فى الحبل ١٠ ث جم قد بذلت شغلاً

٨٤ ث جم . سم خلال ٢ ثانية من بدء الحركة أوجد :

أولاً : عجلة الجسم

ثانياً : النسبة بين مقاومة المستوى و رد الفعل العمودى

الحل

∵ الشغل المبذول من قوة الشد = ق حتا θ × ف

∴ ٨٤ × ٩٨٠ = ١٠ × ٩٨٠ × ⅗ × ف

و منها : ف = ١٤ سم

، ∵ ف = ع. ن + ½ جـ ن٢

∴ ١٤ = ٠ + ½ جـ × (٢)٢ و منها : جـ = ١٤ سم / ث٢

، ∵ معادلات الحركة هى :

ل جـ = ق حتا θ − م ∴ ٤٢ × ٧ = ١٠ × ٩٨٠ × ⅗ − م

و منها : م = ٥٥٨٦ داين = ٥٥٨٦ ÷ ٩٨٠ = ٥,٧ ث جم

، ر + ق حا θ = ل ء ∴ ر + ١٠ × ٩٨٠ × ⅘ = ٤٢ × ٩٨٠

و منها : ر = ٣٣٣٢٠ داين = ٣٣٣٢٠ ÷ ٩٨٠ = ٣٤ ث جم

∴ م : ر = ٥,٧ : ٣٤ = ٥٧ : ٣٤٠





اجابات اختبارات الديناميكا
الاختبار الأول (السادس بالكتاب)

أولاً : أجب عن السؤال التالى :

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) كمية حركة جسم كتلته ٧٠٠ جم يتحرك فى خط مستقيم مبتدئاً بسرعة مقدارها ١٥ م / ث و بعجلة منتظمة ٢,٥ م / ث² فى نفس اتجاه سرعته الابتدائية بعد مرور ١٢ ث من بدء الحركة يساوى .... كجم . م / ث

الحل

ع = ع. + جـ ن = ١٥ + ٢,٥ × ١٢ = ٤٥ م / ث

∴ ـه = ٠,٧ × ٤٥ = ٣١,٥ كجم . م / ث

(٢) جسم كتلته الوحدة يتحرك تحت تأثير القوة ق→ = (أ + ٣) س→ + ب ص→ فإذا كان متجه إزاحته ف→ = ن² س→ + ½ ن² ص→ فإن : أ = ... ، ب = ...

الحل

∵ ف→ = ن³ س→ + ½ ن² ص→ ∴ ع→ = ٢ ن س→ + ن ص→

∴ جـ→ = ٢ س→ + ص→ ، ∵ ق→ = ك جـ→

∴ (أ + ٣) س→ + ب ص→ = ١ × (٢ س→ + ص→)

و منها : أ + ٣ = ٢ ∴ أ = -١ ، ب = ١

(٣) إذا وقف طفل كتلته ٥٠ كجم على ميزان ضغط فى داخل مصعد متحرك لأسفل بعجلة مقدارها ١,٤ م / ث² فإن قراءة الميزان = ... ث كجم

الحل

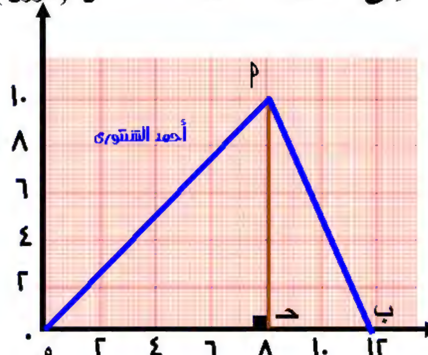
∵ المصعد يتحرك لأسفل

∴ ر = ك (ء - جـ) = ٣٥ × (٩,٨ - ١,٤) = ٢٩٤ نيوتن

= ٢٩٤ ÷ ٩,٨ = ٣٠ ث كجم

(٤) الشكل المقابل يوضح العلاقة بين القوة ق→ التى يؤثر بها طفل أفقياً على صندوق كتلته ١٠ كجم ليتحرك على سطح أملس مع مركبة المسافة التى يقطعها الصندوق فى اتجاه س فإن الشغل المبذول بواسطة ق→ على الصندوق من س = ٠ إلى س = ٨ يساوى .... الشغل المبذول بواسطة ق→ على الصندوق من س = ٨ إلى س = ١٢

الحل



∵ ش = $\int_{ف_1}^{ف_2}$ ق ء ف

∴ ش١ = $\int_{0}^{8}$ ق ء ف =

المساحة تحت المنحنى من ف = ٠ إلى ف = ٨

= مساحة سطح △ و أ جـ

= ½ × ٨ × ١٠ = ٤٠ وحدة شغل

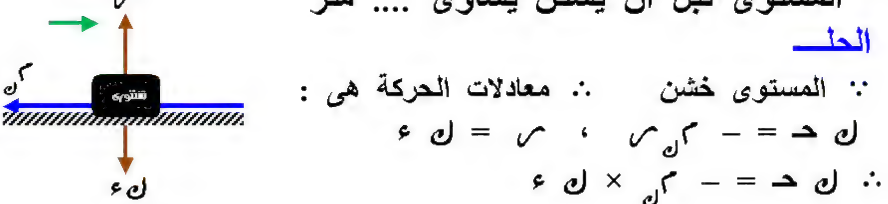
، ش٢ = $\int_{8}^{12}$ ق ء ف = المساحة تحت المنحنى من ف = ٨ إلى ف = ١٢

= مساحة سطح △ وأ حـ = $\frac{1}{2}$ × ٤ × ١٠ = ٢٠ وحدة شغل

∴ شـ١ = ٢ شـ٢

(٥) قذف جسم أفقياً بسرعة ٢,٨ م / ث على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك بينه و بين الجسم $\frac{1}{10}$ فإن المسافة التى يقطعها الجسم على المستوى قبل أن يسكن يساوى .... متر

الحل



∵ المستوى خشن ∴ معادلات الحركة هى :

ك حـ = − مك ر ، ر = ك ء

∴ ك حـ = − مك × ك ء

∴ حـ = − مك × ء = − $\frac{1}{10}$ × ٩,٨ = − ٠,٩٨ م / ث²

، ∵ الجسم يسكن ، ع² = ع٠² + ٢ حـ ف

∴ ٠ = (٢,٨)² + ٢ × (− ٠,٩٨) ف و منها : ف = ٤ م

(٦) فى الشكل المقابل : البكرة صغيرة ملساء و المستوى أملس فإذا تحركت المجموعة من السكون فإن مقدار عجلة حركة المجوعة .... م / ث²

الحل

∵ المستوى خشن ∴ معادلات الحركة هى :

٣ ك حـ = ٣ ك ء − شـ ، ك حـ = شـ

بالجمع ينتج : ٣ ك حـ = ٤ ك ء

∴ حـ = $\frac{3}{4}$ ء = $\frac{3}{4}$ × ٩,٨

= ٧,٣٥ م / ث²

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يلى :

السؤال الثانى :

(أ) قاطرة كتلتها ٣٠ طن بدأت الحركة من السكون على مستوى أفقى بعجلة منتظمة ضد مقاومات $\frac{1}{100}$ من وزنها و عندما بلغت سرعتها ٩٠ كم / س أصبحت قدرتها ٤٤١ كيلووات اوجد :

(أ) قوة آلات القاطرة بثقل الكيلوجرام

(ب) مقدار العجلة المنتظمة

الحل



∴ القدرة = ق × ع

∴ ٤٤١ × ١٠٠٠ = ق × ٩٠ × $\frac{5}{18}$ و منها :

ق = ١٧٦٤٠ نيوتن = ١٧٦٤٠ ÷ ٩,٨ = ١٨٠٠ ث كجم

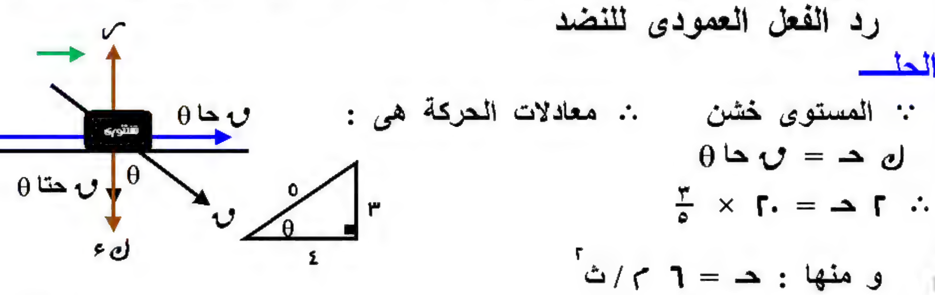
، ∵ ك حـ = ق − م

∴ ٣٠ × ١٠٠٠ حـ = ١٧٦٤٠ − $\frac{1}{100}$ × ٣٠ × ١٠٠٠ × ٩,٨

و منها : حـ = ٠,٤٩ م / ث²

(٢) أثرت قوة مقدارها ٢٠ نيوتن و يصنع اتجاهها زاوية حادة جيبها $\frac{3}{5}$ مع الرأسى إلى أسفل على جسم كتلته ٢ كجم موضوع على نضد أفقى أملس أوجد عجلة الجسم الناشئة عن هذا التأثير و كذلك مقدار رد الفعل العمودى للنضد

الحل



∵ المستوى خشن ∴ معادلات الحركة هى :

ك حـ = ق جا θ

∴ ٢ حـ = ٢٠ × $\frac{3}{5}$

و منها : حـ = ٦ م / ث²

، ر = ك ء + ق حتا θ = ٢ × ٩,٨ + ٢٠ × $\frac{٤}{٥}$ = ٣٥,٦ نيوتن

السؤال الثالث :

(١) جسمان كتلتهما ٤٠ جم ، ٦٠ جم يتحركان فى خط مستقيم واحد على نضد أفقى سرعة كل منهما ٥٠ سم / ث ، ٣٠ سم / ث على الترتيب فإذا تحرك الجسمان بعد التصادم مباشرة كجسم واحد أوجد سرعتهما المشتركة حينئذ إذا كان الجسمان يسيران فى اتجاهين متضادين ثم أحسب مقدارة قوة التضاغط بين الجسمين بثقل الجرام إذا كان زمن التصادم $\frac{١}{٤٩}$ من الثانية

الحل

نعتبر أن اتجاه سرعة الجسم الأول قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = (ك١ + ك٢) ع

∴ ٤٠ × ٥٠ − ٦٠ × ٣٠ = ١٠٠ ع

و منها : ع = ٢ سم / ث فى اتجاه حركة الجسم الأول

، ∵ دفع الجسم الأول على الجسم الثانى = التغير فى كمية حركة الجسم الثانى

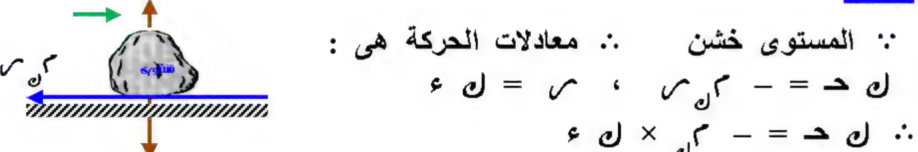
∴ د = ٦٠ × [٢ − (− ٣٠)] = ٦٠ × (٢ + ٣٠) = ١٩٢٠ داين . ث

، ∵ د = ق × ن ∴ ١٩٢٠ = ق × $\frac{١}{٤٩}$

و منها : ق = ١٩٢٠ × ٤٩ داين = (١٩٢٠ × ٤٩) ÷ ٩٨٠ = ٩٦ ث جم

(٢) صخرة كتلتها ٢٠ كجم تتحرك على مستوى أفقى خشن بسرعة ٨ م / ث و توقفت نتيجة الاحتكاك و كان معامل الاحتكاك الحركى بين الصخرة و السطح $\frac{١}{٥}$ احسب الشغل الناتج عن الاحتكاك حتى توقف الصخرة

الحل



∵ المستوى خشن ∴ معادلات الحركة هى :

ك جـ = − م‌ك ر ، ر = ك ء

∴ ك جـ = − م‌ك × ك ء

∴ ٢٠ جـ = − $\frac{١}{٥}$ × ٢٠ × ٩,٨ = − ١,٩٦ م / ث²

، ∵ الصخرة تتوقف ، ع² = ع٠² + ٢ جـ ف

∴ ٠ = (٨)² + ٢ × (− ١,٩٦) ف و منها : ف = $\frac{٨٠٠}{٤٩}$ م

∴ الشغل المبذول عن الاحتكاك = − م‌ك ر × ف

= − $\frac{١}{٥}$ × ٢٠ × ٩,٨ × $\frac{٨٠٠}{٤٩}$ = − ٦٤٠ جول

السؤال الرابع :

(١) خيط خفيف غير مرن يمر على بكرة ملساء و يتدلى من أحد طرفيه ميزان زنبركى كتلته ١٥٠ جم و معلق به جسماً كتلته ٢٥٠ جم و من الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٦٠٠ جم فإذا بدأت المجموعة الحركة من السكون أوجد الشد فى الخيط و قراءة الميزان بثقل الجرام

الحل

معادلات الحركة هى :

٦٠٠ جـ = ٦٠٠ ء − ش (١)

٤٠٠ جـ = ش − ٤٠٠ ء (٢) بالجمع ينتج :

١٠٠٠ جـ = ٢٠٠ ء = ٢٠٠ × ٩٨٠

و منها : جـ = ١٩٦ سم / ث²

بالتعويض فى (٢) ينتج :

ش = ٤٠٠ × (١٩٦ + ٩٨٠) = ٤٧٠٤٠٠ داين

∴ ش = ٤٧٠٤٠٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٤٨٠ ث جم

∴ ر = ك (ء + حـ) = ٢٥٠ × (٩٨٠ + ١٩٦) = ٢٩٤٠٠٠ نيوتن

= ٢٩٤٠٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٣٠٠ ث كجم

(٢) حقيبة كتلتها ٥ كجم تنزلق على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٢٤° لأسفل مسافة ١,٥ م فإذا كان معامل الاحتكاك = $\frac{٣١}{١٠٠}$ احسب الشغل المبذول بواسطة كل من : الاحتكاك ، الوزن ، رد الفعل و إذا كانت سرعة الحقيبة ٢,٢ م / ث احسب سرعتها بعد أن تقطع مسافة ١,٥ م

الحل

∵ قوة الاحتكاك : ك = مك ر

، ر = ٥ ء حتا ٢٤° ، مك = $\frac{٣١}{١٠٠}$

∴ ك = $\frac{٣١}{١٠٠}$ × ٥ × ٩,٨ حتا ٢٤°

∴ الشغل المبذول من قوة الاحتكاك =

− مك ر × ف = − $\frac{٣١}{١٠٠}$ × ٥ × ٩,٨ حتا ٢٤° × ١,٥ = − ٢٠,٨١٥ جول

الشغل المبذول من قوة الوزن = ك ء حتا θ × ف = ٥ × ٩,٨ حا ٢٤° × ١,٥

= ٢٩,٨٩٥ جول

الشغل من قوة رد الفعل العمودى = صفر

لأن : قوة رد فعل المستوى عمودية على المستوى الذى تتحرك عليه الحقيبة

∵ ك حـ = ٥ ء حا ٢٤° − مك ر

∴ ٥ حـ = ٥ × ٩,٨ حا ٢٤° − $\frac{٣١}{١٠٠}$ × ٥ × ٩,٨ حتا ٢٤°

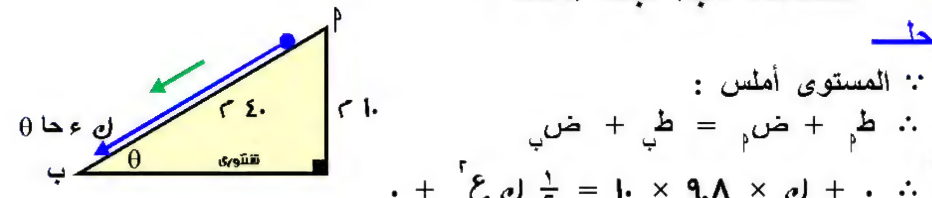
و منها : حـ = ١,٢١ م / ث²

، ع² = ع.² + ٢ حـ ف = (٢,٢)² + ٢ × ١,٢١ × ١,٥ و منها : ع = ٢,٩١ م / ث

السؤال الخامس :

(أ) وضع جسم عند قمة مستوى مائل أملس طوله ٤٠ م و ارتفاعه ١٠ م أوجد سرعته عند قاعدة المستوى و إذا كان المستوى خشناً و كانت المقاومة لحركته $\frac{١}{٥}$ وزن الجسم أوجد سرعته عند قاعدة المستوى " مستخدماً مبدأ ثبات الطاقة "

الحل



∵ المستوى أملس :

∴ طم + ضم = طب + ضب

∴ ٠ + ك × ٩,٨ × ١٠ = $\frac{١}{٢}$ ك ع² + ٠

و منها : ع = ١٤ م / ث

، ∵ المستوى خشن :

∴ ضم − ضب = (طب − طم) + شم

∴ ك × ٩,٨ × ١٠ − ٠ = ($\frac{١}{٢}$ ك ع² − ٠) + $\frac{١}{٥}$ ك × ٩,٨ × ٤٠

و منها : ع = ٢,٨ $\sqrt{٥}$ م / ث

(٢) جسم كتلته ١٦ كجم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت :

ف = (٣ ن² − ٨ ن) ى حيث ى متجه الوحدة فى اتجاه الحركة إذا كان معيار ف بوحدة المتر ، ن بالثانية أوجد التغير فى كمية الحركة للجسم فى فترات الأزمنة التالية :

أولاً : [٢ ، ٤]　　ثانياً : [٥ ، ٨]

الحل

أولاً : Δ حـ = ك $\int_{ن_١}^{ن_٢}$ حـ ء ن = ١٦ $\int_{٢}^{٤}$ (٣ ن² − ٨ ن) ء ن

= ١٦ [ن³ − ٤ ن²]$_{٢}^{٤}$

= ١٦ [(٦٤ − ٦٤) − (٨ − ١٦)] = ١٢٨ كجم . م / ث

ثانياً : △ م = ك $\int$ ح ء ن = ١٦ $\int_{٥}^{٨}$ (٣ ن^{٢} − ٨ ن) ء ن

= ١٦ [ن^{٣} − ٤ ن^{٢}]$_{٥}^{٨}$

= ١٦ [(٥١٢ − ٢٥٦) − (١٢٥ − ١٠٠)] = ٣٦٩٦ كجم . م / ث

الاختبار الثانى

أولاً : أجب عن السؤال التالى :

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) إذا تحرك جسم كتلته الوحدة فى خط مستقيم بحيث كانت عجلة حركة تعطى بالعلاقة : ح = ٤ ن + ٢ حيث ح مقاسة بوحدة م / ث^{٢} ، ن بالثانية فإن التغير فى كمية حركته فى الفترة الزمنية [٢ ، ٦] يساوى .... كجم . م / ث

الحل

△ م = ك $\int_{٢}^{٦}$ ح ء ن = ١ × $\int_{٢}^{٦}$ (٤ ن + ٢) ء ن

= ١ × [٢ ن^{٢} + ٢ ن]$_{٢}^{٦}$

= ١ × [(٧٢ + ١٢) − (٨ + ٤)] = ٧٢ كجم . م / ث

(٢) قذف جسم كتلته ٥٠٠ جم رأسياً لأعلى من نقطة على سطح الأرض بسرعة ١٤,٧ م / ث فإن طاقة وضعه بعد مرور ثانية واحدة من قذفه = ... جول

الحل

∵ ف = ع. ن − ½ ء ن^{٢} = ١٤,٧ × ١ − ½ × ٩,٨ × (١)^{٢} = ٩,٨ م

∴ ض = ك ء ف = ½ × ٩,٨ × ٩,٨ = ٤٨,٠٢ جول

(٣) يتحرك جسم بسرعة منتظمة فى خط مستقيم تحت تأثير القوى $\overleftarrow{ق}_{١}$ = ٢ أ $\overleftarrow{س}$ − ٣ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_{٢}$ = ٦ $\overleftarrow{س}$ + ب $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق}_{٣}$ = أ $\overleftarrow{س}$ + ٥ $\overleftarrow{ص}$ فإن أ = ... ، ب = ...

الحل

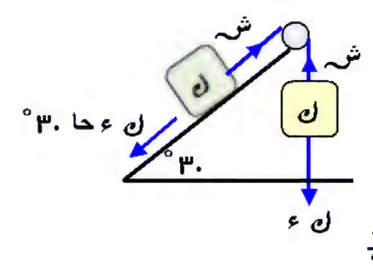
∵ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة ∴ $\overleftarrow{ق}_{١}$ + $\overleftarrow{ق}_{٢}$ + $\overleftarrow{ق}_{٣}$ = $\overleftarrow{٠}$

∴ (٣ أ + ٦) $\overleftarrow{س}$ + (ب + ٢) $\overleftarrow{ص}$ = $\overleftarrow{٠}$ و منها :

٣ أ + ٦ = ٠ ∴ أ = − ٢ ، ب + ٢ = ٠ ∴ ب = − ٢

(٤) فى الشكل المقابل : المستوى أملس و البكرة ملساء عند تحريك هذه المجموعة فإن عجلة المجموعة = ... م / ث^{٢}

الحل



∵ المستوى أملس ∴ معادلات الحركة هى :

ك ح = ك ء حا ٣٠° − ش (١)

ك ح = ش (٢) بالجمع ينتج :

٢ ك ح = ك ء حا ٣٠° = ك × ٩,٨ × ½

و منها : ح = ٢,٤٥ م / ث^{٢}

(٥) إذا كان الشغل المبذول من القوة ق→ = م س→ + ٤ ص→ خلال إزاحة نقطة تأثيرها ف→ = −٣ س→ + (م + ١) ص→ يساوى ٠,٠٥ جول ، ‖ ف→ ‖ بالسم حيث م ثابت فإن م = ...

الحل

ش = ق→ • ف→ = −٣ م + ٤ (م + ١) = م + ٤ نيوتن . سم

∴ ش = ١/١٠٠ (م + ٤) جول

∴ ٠,٠٥ = ١/١٠٠ (م + ٤)   و منها : م = ١

(٦) علق جسم فى خطاف ميزان زنبركى مثبت بسقف و صعد يتحرك رأسياً إلى أعلى فكان الوزن الظاهرى للجسم ضعف الوزن الحقيقى فإن عجلة الحركة جـ = ... م / ث²

الحل

بفرض أن : الوزن الحقيقى للجسم = ك ء

∴ الوزن الظاهرى للجسم = ٢ ك ء

، ∵ الجسم يتحرك رأسياً إلى أعلى

∴ ك جـ = ش − ك ء   ∴ ك جـ = ٢ ك ء − ك ء

∴ ك جـ = ك ء   ∴ جـ = ء = ٩,٨ م / ث²

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يلى :

السؤال الثانى :

(أ) صعد رجل وزنه ٧٢ ث كجم طريقاً يميل على الأفقى بزاوية جيبها ١/٤ فقطع ١٠٠ م أحسب التغير فى طاقة وضع الرجل

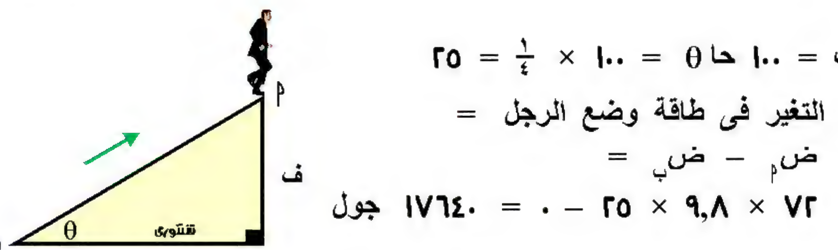
الحل

ف = ١٠٠ حا θ = ١٠٠ × ١/٤ = ٢٥

∴ التغير فى طاقة وضع الرجل =

$ض_أ − ض_ب$ =

٧٢ × ٩,٨ × ٢٥ − ٠ = ١٧٦٤٠ جول



(ب) قاطرة كتلتها ٣٠ طن و قوة آلاتها ٥٦ ثقل طن تجر عدداً من العربات كتلة كل منها ١٠ طن لتصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° بعجلة منتظمة ٤٩ سم / ث² فإذا كانت المقاومة لحركة القاطرة و العربات ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة المتحركة أوجد عدد العربات

الحل

نفرض أن : كتلة القطار = ك طن

∵ القطار يصعد المنحدر

∴ ك جـ = ق − م − ك ء حا ٣٠°

∴ ك × ١٠³ × ٠,٤٩ = ٥٦ × ١٠³ × ٩,٨ − ١٠ × ك × ٩,٨ − ك × ١٠³ × ٩,٨ × ١/٢

و منها : ٥٤٨٨ ك = ٥٤٨٨٠٠   ∴ ك = ١٠٠ طن

∴ كتلة العربات = ١٠٠ − ٣٠ = ٧٠ طن   ∴ عدد العربات = ٧٠/١٠ = ٧ عربات

السؤال الثالث :

(أ) عامل يدفع صندوق كتلته ٣٠ كجم مسافة قدرها ٤,٥ متر بسرعة ثابتة على سطح أفقى فإذا كان معامل احتكاك بين الصندوق و السطح ١/٤ احسب الشغل المبذول بواسطة العامل على الصندوق

ثم أحسب الشغل المبذول بواسطة رد الفعل

الحل

ن = م_ك ر ، ر = ك ء

∴ ن = م_ك × ك ء

= $\frac{1}{4}$ × ٣٠ × ٩,٨ = ٧٣,٥ نيوتن

∴ الشغل المبذول من قوة العامل = ن × ف

= ٧٣,٥ × ٤,٥ = ٣٣٠,٧٥ جول = ٣٣٠,٧٥ ÷ ٩,٨ = ٣٣,٧٥ ث كجم . م

الشغل من رد الفعل = صفر

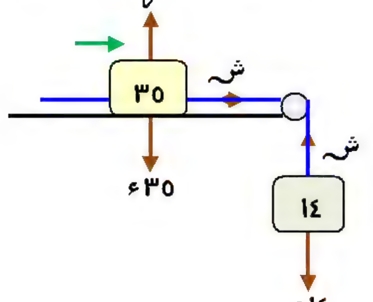
لأن : قوة رد فعل المستوى عمودية على المستوى الذى يتحرك عليه الصندوق

(٢) وضع جسم كتلته ٣٥ جم على نضد أفقى أملس و ربط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة عند حافة النضد و يحمل طرفه الآخر جسماً كتلته ١٤ جم اوجد :

أولاً : العجلة المشتركة و الشد فى الخيط و كذلك الضغط على محور البكرة بوحدة ث جم

ثانياً : إذا قطع الخيط بعد ثانية $1\frac{1}{2}$ من بدء الحركة اوجد المسافة التى التى قطعها كل من الجسمين بعد $\frac{1}{2}$ ثانية من لحظة قطع الخيط

الحل



∵ النضد أملس ∴ معادلات الحركة هى :

١٤ حـ = ١٤ × ٩٨٠ − ش (١)

٣٥ حـ = ش (٢) بالجمع ينتج :

٤٩ حـ = ١٤ × ٩٨٠

و منها : حـ = ٢٨٠ سم / ث^2

بالتعويض فى (٢) ينتج :

ش = ٣٥ × ٢٨٠ = ٩٨٠٠ داين

= ٩٨٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٠ ث جم

، ض = ش $\sqrt{2}$ = ١٠ $\sqrt{2}$ ث جم

عند لحظة قطع الخيط :

ع = ع. + حـ ن = ٠ + ٢٨٠ × ١,٥ = ٤٢٠ سم / ث

بالنسبة للجسم الذى كتلته ٣٥ جم :

يتحرك على النضد فى نفس اتجاه حركته الأولى بسرعة منتظمة (لأن النضد أملس) قدرها ٤٢٠ سم / ث

∴ ف = ع ن = ٤٢٠ × $\frac{1}{2}$ = ٢١٠ سم / ث

بالنسبة للجسم الذى كتلته ١٤ جم :

يتحرك رأسياً لأسفل بسرعة إبتدائية قدرها ٤٢٠ سم / ث

و بعجلة ء = ٩٨٠ سم / ث^2

∴ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ ء ن^2 = ٤٢٠ × $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ × ٩٨٠ × $(\frac{1}{2})^2$

= ٣٣٢,٥ سم

السؤال الرابع :

(أ) هبطت عربة سك حديد كتلتها ٢٠ طن من السكون على منحدر يصنع مع الأفقى زاوية جيبها $\frac{1}{70}$ ضد مقاومات مقدارها ١٤ ث كجم لكل طن فوصلت إلى أسفل المنحدر بعد أن قطعت مسافة ٣٥٠ متر عليه و عند أسفل المنحدر أصطدمت بعربة أخرى ساكنة و مساوية لها فى الكتلة فسارت العربتان معاً كجسم واحد على طريق أفقى فإذا سكنت العربتان بعد دقيقة واحدة من لحظة تصادمهما أوجد المسافة الأفقية التى تحركتها العربتان معاً

الحل

معادلة الحركة للعربة التى على المنحدر :

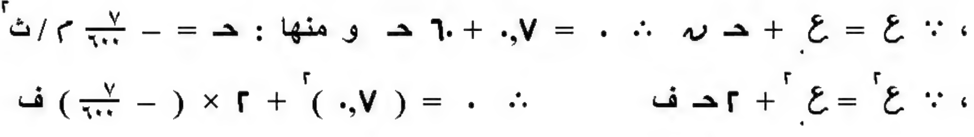
ك حـ = ك ء حا θ − م

∴ ٢٠ × ١٠^{٣} حـ = ٢٠ × ١٠^{٣} × ٩,٨ × $\frac{١}{٧٠}$

− ١٤ × ٢٠ × ٩,٨

∴ ١٠٠٠ حـ = ١٤٠ − ١٣٧,٢

و منها : حـ = ٠,٠٠٢٨ م / ث^{٢}



سرعة العربة عند قاع المنحدر :

ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ حـ ف = ٢,٠ + ٢ × ٠,٠٠٢٨ × ٣٥٠ و منها : ع = ١,٤ م / ث

عند التصادم : بفرض أن ع/ هى سرعة العربتان عندما تتحركان كجسم واحد

٢٠ × ١,٤ − ٢٠ × ٠ = ٤٠ × ع/ و منها : ع/ = ٠,٧ م / ث

بعد التصادم : ع. = ٠,٧ م / ث ، ن = ٦٠ ث ، ع = ٠

، ∵ ع = ع. + حـ ن ∴ ٠ = ٠,٧ + ٦٠ حـ و منها : حـ = − $\frac{٧}{٦٠٠}$ م / ث^{٢}

، ∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ حـ ف ∴ ٠ = (٠,٧)^{٢} + ٢ × (− $\frac{٧}{٦٠٠}$) ف

و منها : ف = ٢١ م

حل آخر لايجاد السرعة عند قاع المنحدر

∵ الشغل المبذول = التغير فى طاقة الحركة

∴ (ك ء حا θ − م) ف = $\frac{١}{٢}$ (ع^{٢} − ع.^{٢})

∴ (٢٠ × ١٠^{٣} × ٩,٨ × $\frac{١}{٧٠}$ − ١٤ × ٢٠ × ٩,٨) × ٣٥٠ =

$\frac{١}{٢}$ × ٢٠ × ١٠^{٣} (ع^{٢} − ٠)

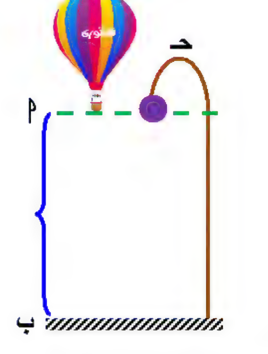
∴ (٢٨٠٠ − ٢٧٤٤) × ٣٥٠ = ١٠٠٠٠ ع^{٢} و منها : ع = ١,٤ م / ث

(٢) يتحرك منطاد رأسياً لأعلى و عندما كان على ارتفاع ٤٠,٤ متراً عن سطح الأرض سقط منه جسم كتلته ٥ كجم فإذا كانت طاقة حركة الجسم لحظة اصطدامه بالأرض تساوى ٢٩٤٠ جول و بفرض اهمال مقاومة الهواء احسب

أولاً : سرعة المنطاد لحظة سقوط الجسم

ثانياً : المسافة التى قطعها الجسم من لحظة سقوطه حتى لحظة انتظامه

الحل



بفرض أن : الجسم سقط من المنطاد عند نقطة أ

و وصل إلى سطح الأرض الذى تمثله نقطة ب

، ∵ ط$_{أ}$ + ض$_{أ}$ = ط$_{ب}$ + ض$_{ب}$

∴ $\frac{١}{٢}$ × ٥ ع^{٢} + ٥ × ٩,٨ × ٤٠,٤ = ٢٩٤٠ + ٠

و منها : ع = ١٩,٦ م / ث

و هى سرعة المنطاد لحظة سقوط الجسم

و السرعة الإبتدائية للجسم ، و الجسم يتحرك لأعلى

ليصل لأقصى ارتفاع له عند حـ ثم يسكن لحظياً ثم يسقط حتى يصل لسطح الأرض

∵ ع^{٢} = ع.^{٢} − ٢ ء ف ∴ ٠ = (١٩,٦)^{٢} + ٢ × ٩,٨ ف

و منها : ف = ١٩,٦ م

∴ المسافة الكلية التى يقطعها الجسم = ٢ × ١٩,٦ + ٤٠,٤ = ٧٩,٦ م

حل آخر لايجاد أقصى ارتفاع

أقصى ارتفاع = $\frac{ع.^{٢}}{٢ ء}$ = $\frac{(١٩,٦)^{٢}}{٢ × ٩,٨}$ = ١٩,٦ م

السؤال الخامس :

(أ) تتحرك سيارة كتلتها ٣ طن بأقصى سرعة لها و مقدارها ٢٧ كم / س صاعدة منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٣٠}$ ثم عادت السيارة و هبطت على نفس المنحدر بأقصى سرعة لها و مقدارها ٧٢ كم / س أوجد المقاومة بفرض ثبوتها ثم أحسب قدرة السيارة بالحصان

أوجد ق

الحل

عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

ق = م + و حا θ = م + ٣٠٠٠ × $\frac{١}{٣٠}$ = م + ١٠٠

، ∵ القدرة = ق × ع

∴ القدرة = (م + ١٠٠) × ٢٧ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ القدرة = (م + ١٠٠) × $\frac{١٥}{٢}$ (١)

عندما تكون السيارة هابطة المنحدر بأقصى سرعة :

ق = م − و حا θ = م − ٣٠٠٠ × $\frac{١}{٣٠}$ = م − ١٠٠

، ∵ القدرة = ق × ع

∴ القدرة = (م − − ١٠٠) × ٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ القدرة = (م − − ١٠٠) × ٢٠ (٢)

، ∵ القدرة ثابتة ∴ من (١) ، (٢) ينتج :

(م + ١٠٠) × $\frac{١٥}{٢}$ = (م − ١٠٠) × ٢٠ ، بالضرب ÷ $\frac{٢}{٥}$ ينتج :

∴ ٣ م + ٣٠٠ = ٨ م − ٨٠٠ و منها : م = ٢٢٠ ث كجم

بالتعويض فى (١) ينتج :

القدرة = (٢٢٠ + ١٠٠) × ٢٧ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٤٠٠ ث كجم . م / ث

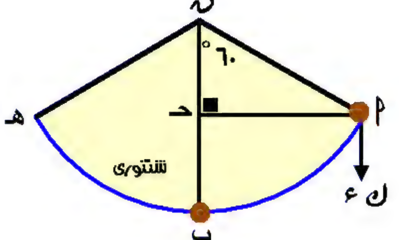
= ٢٤٠٠ ÷ ٧٥ = ٣٢ حصان

(٢) بندول بسيط مكون من خيط طوله ١ $\frac{١}{٢}$ متر ثبت طرفه العلوى و حمل طرفه السفلى جسماً كتلته ٥٠٠ جم و يتدلى رأسياً فإذا شد الجسم بقوة أفقية إلى أن أصبح مائلاً على الرأسى بزاوية ٦٠° أوجد :

أولاً : التغير فى طاقة وضع الجسم

ثانياً : الشغل الذى بذلته القوة بالجول

ثالثاً : سرعة الجسم عند منتصف المسار إذا أزيلت القوة الأفقية و ترك الجسم ليتذبذب



الحل

من هندسة الشكل :

ن حـ = ن أ حتا ٦٠°

= ١ $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٣}{٤}$ م

، ن ب = ن أ = ١ $\frac{١}{٢}$ م

∴ ب حـ = ن ب − ن حـ = ١ $\frac{١}{٢}$ − $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{٣}{٤}$ م

أى أن : المسافة الرأسية التى تحركتها الكتلة = $\frac{٣}{٤}$ م

التغير فى طاقة وضع الجسم = $ض_{أ}$ − $ض_{ب}$ = ك ء × ن ب − ك ء × ن حـ

= ك ء (ن ب − ن حـ) = ك ء × ب حـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × $\frac{٣}{٤}$ = ٣,٦٧٥ جول

الشغل الذى بذلته القوة = − التغير فى طاقة وضع الجسم = − ($ض_{ب}$ − $ض_{أ}$)

= $ض_{أ}$ − $ض_{ب}$ = ٣,٦٧٥ جول

و من مبدأ ثبات الطاقة : ∵ $ط_{أ}$ + $ض_{أ}$ = $ط_{ب}$ + $ض_{ب}$

∴ ٠ + ٣,٦٧٥ = $\frac{١}{٢}$ ك $ع^{٢}$ + ٠ ∴ ٣,٦٧٥ = $\frac{١}{٢}$ × ٠,٥ $ع^{٢}$

و منها : ع = ٠,٧ $\sqrt{٣٠}$ م / ث = ٣,٨٣٤ م / ث

و هى السرعة عند منتصف المسار

الاختبار الثالث

أولاً : أجب عن السؤال التالى :

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) فى لحظة ما كانت كمية حركة جسم ١١٢ كجم . م / ث و طاقة حركته ٨٠ كجم . م فإن كتلة الجسم = ... كجم ، سرعته = ... م / ث عندئذ

الحل

∵ ك ع = ١١٢ كجم . م / ث (١)

، ∵ $\frac{1}{2}$ ك ع^2 = ٨٠ ث كجم . م = ٨٠ × ٩,٨ = ٧٨٤ جول (٢)

∴ $\frac{1}{2}$ (ك ع) × ع = ٧٨٤ ، بالتعويض من (١) ينتج :

∴ $\frac{1}{2}$ × ١١٢ ع = ٧٨٤ ∴ ٥٦ ع = ٧٨٤ ∴ ع = ١٤ م / ث

، بالتعويض من (١) ينتج : ١٤ ع = ١١٢ ∴ ك = ٨ كجم

(٢) جسم كتلته ٣٠٠ جم يحرك فى خط مستقيم متجه إزاحته ف = (ن^2 + ن + ١) ى حيث || ف || بالسم ، ن بالثانية فإن معيار القوة المؤثرة عليه = ... داين

الحل

∵ ف = (ن^2 + ن + ١) ى ∴ ع = (٢ ن + ١) ى

، حـ = (٢) ى ، ∵ ق = ك حـ

∴ ق = ٣٠٠ × ٢ = ٦٠٠ ى ∴ || ق || = ٦٠٠ داين

(٣) جسم وزنه الحقيقى ٢٨ نيوتن ، وزنه الظاهرى ٣٢ نيوتن كما يعينه ميزان زنبركى داخل مصعد يتحرك بتقصير منتظم فإن اتجاه حركته يكون .... و اتجاه العجلة يكون ....

الحل

∵ الوزن الظاهرى > الوزن الحقيقى ، و المصعد يتحرك بتقصير منتظم

∴ اتجاه الحركة يكون لأسفل ، اتجاه العجلة يكون لأعلى

(٤) المسافة الرأسية بين جسمين مربوطين فى نهاية خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة و يتدليان رأسياً هى ١٠٠ سم بعد ٢ ثانية من بدء الحركة فإن سرعة كل منهما حيئذ = ... سم / ث

الحل

∵ المسافة الرأسية بين الجسمين = ١٠٠ سم بعد ٢ ث من بدء الحركة

∴ كل جسم يقطع مسافة = ١٠٠ ÷ ٢ = ٥٠ سم بعد ٢ ث

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ حـ ن^2 ∴ ٥٠ = ٠ + $\frac{1}{2}$ حـ × ٤

∴ حـ = ٢٥ سم / ث^2 ∴ ع = ع. + حـ ن = ٠ + ٢٥ × ٢ = ٥٠ سم / ث

(٥) فى الشكل المقابل :

مستوى مائل أملس طوله ٢٠ متر و ارتفاعه ٢,٥ متر وضع جسم عند قمة المستوى و ترك ليهبط على المستوى فإنه يصل إلى قاعدة المستوى بسرعة .... م / ث

الحل

∵ المستوى أملس : ∴ ط$_{أ}$ + ض$_{أ}$ = ط$_{ب}$ + ض$_{ب}$

∴ ٠ + ك × ٩,٨ × ٢,٥ = $\frac{1}{2}$ ك ع^2 + ٠ و منها : ع = ٧ م / ث

(٦) قذف جسم كتلته ٢٠٠ جرام رأسياً إلى أعلى بسرعة ٤٩ م / ث فإن طاقة وضعه عند أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم = ... جول

الحل

أقصى ارتفاع (ل) = $\frac{(٤٩)^٢}{٢ \times ٩,٨}$ = ١٢٢,٥ م

∴ ض = ك ء ل = ٠,٢ × ٩,٨ × ١٢٢,٥ = ٢٤٠,١ جول

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يلى :

السؤال الثانى :

(أ) فى الشكل المقابل : ثلاث كتل ك ، ك ، ٣ ك تتحرك من أعلى لأسفل من السكون (بفرض اهمال مقاومة الهواء و الاحتكاك)

أولاً : أى من الكتل الثلاث تصل للأرض بأكبر سرعة

ثانياً : أى من الكتل الثلاث تبذل شغلاً أكثر للوصول للأرض

الحل

∵ ض − ضَ = طَ − ط + $شغ_م$ ، $شغ_م$ = ٠

∴ للكتلة عند جـ : ك ء ل − ٠ = ٠ − ½ ك $ع^٢$ و منها : $ع^٢$ = ٢ ء ل

، للكتلة عند ب : ك ء ل − ٠ = ٠ − ½ ك $ع^٢$ و منها : $ع^٢$ = ٢ ء ل

، للكتلة عند أ : ٣ك ء ل − ٠ = ٠ − ½ × ٣ ك $ع^٢$ و منها : $ع^٢$ = ٢ ء ل

∴ الكتل الثلاث تصل للأرض بنفس السرعة

، ∵ شغ = طَ − ط

∴ $شغ_{جـ}$ = $شغ_ب$ = ½ ك $ع^٢$ − ٠ = ½ ك $ع^٢$ × ٢ ء ل = ك ء ل

، $شغ_أ$ = ½ × ٣ ك $ع^٢$ × ٢ ء ل = ٣ ك ء ل

∴ الشغل المبذول من الكتلة عند أ يكون أكبر من الشغل المبذول من الكتلتين الأخريين

(٢) أثرت القوة ٥ ث كجم فى كتلة ١٩٦ كجم متحركة فى خط مستقيم أفقى فى اتجاه القوة فقطعت مسافة ٢,٨ متر احسب مقدار ازيادة طاقة الحركة للكتلة بالجول ، و إذا كانت طاقة حركة الكتلة فى نهاية المسافة ١٤١,١٢ جول احسب السرعة الإبتدائية للكتلة

الحل

الزيادة فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من القوة = ق × ف

= ٥ × ٩,٨ × ٢,٨ = ١٣٧,٢ جول

، ∵ شغ = ط − طَ　　∴ ١٣٧,٢ = ١٤١,١٢ − ½ × ١٩٦ $عَ^٢$

∴ ½ × ١٩٦ $عَ^٢$ = ٣,٩٢　　و منها : عَ = ⅕ م/ث

السؤال الثالث :

(أ) جسم كتلته ١٧٠ جم موضوع على مستوى مائل خشن يميل على بزاوية جيبها $\frac{٨}{١٧}$ ربط بخيط يمر على بكرة ملساء عند قمة المستوى و يتدلى من الطرف الخالص للخيط ثقل ما ، فإذا كان أقل ثقل يلزم تعليقه من هذا الطرف للخيط لحفظ توازن الجسم على المستوى هو ٧٠ ث جم أوجد مقاومة المستوى بثقل الجرام و إذا علق من الطرف الخالص للخيط ثقل قدره ١٩٤ ث جم أوجد عجلة المجموعة بفرض ثبوت المقاومة فى الحالتين

الحل

فى الحالة الأولى : ∵ المجموعة متزنة

∴ معادلات الاتزان هى :

ش = ٧٠ × ٩٨٠　　(١)

، ش + م = ١٧٠ × ٩٨٠ × $\frac{٨}{١٧}$　　(٢)

بالتعويض من (١) فى (٢) ينتج :

٧٠ × ٩٨٠ + م = ١٧٠ × ٩٨٠ × $\frac{٨}{١٧}$

و منها ينتج : م = ٩٨٠٠ داين = ٩٨٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٠ ث جم

في الحالة الثانية :

معادلات الحركة هى :

١٩٤ حـ = ١٩٤ × ٩٨٠ – ش (٣)

١٧٠ حـ = ش – ١٠ × ٩٨٠ – ١٧٠ × ٩٨٠ × $\frac{٨}{١٧}$ (٤)

بالجمع ينتج : ٣٦٤ حـ = ١٠١٩٢٠ و منها : حـ = ٢٨٠ سم / ث^{٢}

(٢) سيارة قدرة آلاتها ثابتة و أقصى سرعة لها عند صعودها منحدر ما هى ٥٤ كم / س و أقصى سرعة لها عند هبوطها نفس المنحدر هى ١٠٨ كم / س أوجد أقصى سرعة تتحرك بها على مستوى أفقى علماً بأن مقاومة الطريق لحركة السيارة ثابتة في الحالات الثلاث

الحل

عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

$ق_١$ = م + و حا θ ، ∵ القدرة = $ق_١$ × $ع_١$

∴ القدرة = (م + و حا θ) × ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ القدرة = (م + و حا θ) × ١٥ (١)

عندما تكون السيارة هابطة المنحدر بأقصى سرعة :

$ق_٢$ = م – و حا θ ، ∵ القدرة = $ق_٢$ × $ع_٢$

∴ القدرة = (م – و حا θ) × ١٠٨ × $\frac{٥}{١٨}$

∴ القدرة = (م – و حا θ) × ٣٠ (٢)

، ∵ القدرة ثابتة ∴ من (١) ، (٢) ينتج :

٣٠ × (م – و حا θ) = ١٥ × (م + و حا θ)

∴ ٢ × (م – و حا θ) = م + و حا θ

∴ ٢ م – ٢ و حا θ = م + و حا θ ∴ م = ٣ و حا θ

بالتعويض فى (١) ينتج :

القدرة = (٣ و حا θ + و حا θ) × ١٥ = ٦٠ و حا θ (٣)

عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

$ق_٣$ = م = ٣ و حا θ

∴ القدرة = ٣ و حا θ × $ع_٣$ (٤)

من (٣) ، (٤) ينتج : ٦٠ و حا θ = ٣ و حا θ × $ع_٣$

∴ $ع_٣$ = ٢٠ م / ث

السؤال الرابع :

(أ) كرة كتلتها ٢٠٠ جم تتحرك بسرعة ٧ م / ث إصطدمت بكرة ساكنة كتلتها ٣٠٠ جم و تحركتا معاً كجسم واحد أوجد :

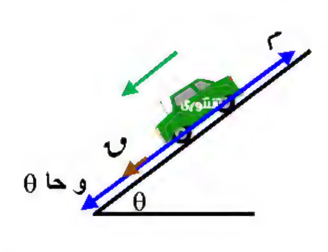
أولاً : السرعة المشتركة لهما بعد التصادم مباشرة

ثانياً : طاقة الحركة المفقودة بالتصادم

ثالثاً : المسافة التى يسكن بعدها الجسم إذا لاقى مقاومة ٢٠ ث جم

الحل

نعتبر أن اتجاه سرعة الكرة الأولى قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع



∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ $ك_١ ع_١$ + $ك_٢ ع_٢$ = ($ك_١$ + $ك_٢$) ع

∴ ٢٠٠ × ٧٠٠ + ٣٠٠ × ٠ = ٥٠٠ ع

و منها : ع = ٢٨٠ سم / ث فى اتجاه حركة الكرة الأولى

∵ طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم − طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = [$\frac{1}{2}$ × ٢٠٠ × (٧٠٠)^{2} + $\frac{1}{2}$ × ٣٠٠ × (٠)^{2}]

− $\frac{1}{2}$ × ٥٠٠ × (٢٨٠)^{2} = ٢٩٤٠٠٠٠٠ أرج

∵ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول

∴ ٠ − $\frac{1}{2}$ × ٥٠٠ × (٢٨٠)^{2} = − ٢٠ × ٩٨٠ ف

و منها : ف = ١٠٠ سم

(٢) فى الشكل المقابل :

$\overleftarrow{ق}$ تؤثر على سيارة أطفال كتلتها ٢ كجم تسير فى خط مستقيم موازى لمحور السينات مركبة س تتغير بتغير القوة كما بالشكل أحسب الشغل المبذول بواسطة القوة عند :

(١) س = ٠ إلى س = ٣ متر　　(٢) س = ٣ إلى س = ٤ متر

(٣) س = ٤ إلى س = ٧ متر　　(٤) س = ٧ إلى س = ٢ متر

الحل

∵ شـ = $\int_{ف_1}^{ف_2}$ ق ء ف

∴ شـ$_{1}$ = $\int_{٠}^{٣}$ ق ء ف =

المساحة تحت المنحنى من ف = ٠ إلى ف = ٨

= مساحة سطح شبه المنحرف و ٩ ب حـ

= $\frac{1}{2}$ × (١ + ٣) × ٢ = ٤ جول

بالمثل : شـ$_{2}$ = $\int_{٣}^{٤}$ ق ء ف = ٠ .　　(لاحظ : ق = ٠)

، شـ$_{3}$ = $\int_{٤}^{٧}$ ق ء ف = $\int_{٤}^{٦}$ ق ء ف + $\int_{٦}^{٧}$ ق ء ف

= − مساحة سطح △ ء هـ ى + ٠ = − $\frac{1}{2}$ × ٢ × ٢ = − ٢ جول

(المساحة تحت محور السينات)

، شـ$_{4}$ = $\int_{٧}^{٢}$ ق ء ف = − $\int_{٢}^{٧}$ ق ء ف

= − [$\int_{٢}^{٣}$ ق ء ف + $\int_{٣}^{٤}$ ق ء ف + $\int_{٤}^{٦}$ ق ء ف + $\int_{٦}^{٧}$ ق ء ف] = − [١ × ٢ + ٠ − ٢ + ٠] = ٠

السؤال الخامس :

(١) يتحرك جسم متغير الكتلة فى خط مستقيم و كانت كتلته عند أى لحظة زمنية ن هى ك = (٤ ن + ١) جرام و كان متجه إزاحته يعطى بالعلاقة $\overleftarrow{ف}$ = (ن^{2} − ٢ ن) $\overleftarrow{ى}$ حيث || $\overleftarrow{ف}$ || بالسم ، ن بالثانية أوجد كمية حركته فى الفترة الزمنية [٣ ، ٥]

الحل

∵ $\overleftarrow{ف}$ = (ن^{2} − ٢ ن) $\overleftarrow{ى}$　　∴ $\overleftarrow{ع}$ = (٢ ن − ٢) $\overleftarrow{ى}$

أى أن : ع = ٢ ن − ٢　　، ∵ ك = ٤ ن + ١

∴ هـ = (٢ ن − ٢) (٤ ن + ١) = ٨ ن^{2} − ٦ ن − ٢

∴ هـ$_{3}$ = ٥٢ جم . سم / ث　　، هـ$_{5}$ = ١٦٨ جم . سم / ث

∴ كية الحركة فى [٣ ، ٥] = هـ$_{5}$ − هـ$_{3}$ = ١٦٨ − ٥٢

= ١١٦ جم . سم / ث

(٢) لتعيين مقدار عجلة الجاذبية فى مكان ما علق جسم كتلته ١,٥ كجم فى خطاف ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجلت قراءة الميزان ١٦,٥ نيوتن عندما كان صاعداً بعجلة جـ م / ث^{2} و سجل ١٢,٧٥ نيوتن عندما كان هابطاً بعجلة جـ م / ث^{2} أحسب عجلة الجاذبية فى ذلك المكان و كذلك عجلة المصعد

الحل

بفرض أن : عجلة الجاذبية فى المكان = ء م / ث^{2}

∵ المصعد صاعد بعجلة جـ م / ث^{2}

∴ معادلة الحركة هى : ك جـ = ش – ك ء

∴ ١,٥ جـ = ١٦,٥ – ١,٥ ء (١)

، ∵ المصعد هابط بعجلة جـ م / ث^{2}

∴ معادلة الحركة هى : ك جـ = ك ء – ش

∴ ١,٥ جـ = ١,٥ ء – ١٢,٧٥ (٢) بالطرح ينتج :

٣ ء = ٢٩,٢٥ و منها : ء = ٩,٧٥ م / ث^{2}

، بالتعويض فى (١) ينتج : ١,٥ جـ = ١٦,٥ – ١,٥ × ٩,٧٥

و منها : جـ = ١,٢٥ م / ث^{2}

الاختبار الرابع

أولاً : أجب عن السؤال التالى :

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) يتحرك جسم كتلته ٥ وحدات تحت تأثي القوة $\overrightarrow{ق}$ = (٢ + ١) $\overrightarrow{س}$ + (ب – ٢) $\overrightarrow{ص}$ و كان متجه إزاحته يعطى من العلاقة $\overrightarrow{ف}$ = ن^{2} $\overrightarrow{س}$ + ($\frac{1}{2}$ ن^{2} + ٣ ن) $\overrightarrow{ص}$

فإن : ٢ = ... ، ب = ...

الحل

∵ $\overrightarrow{ف}$ = ن^{2} $\overrightarrow{س}$ + ($\frac{1}{2}$ ن^{2} + ٣ ن) $\overrightarrow{ص}$

∴ $\overrightarrow{ع}$ = ٢ ن $\overrightarrow{س}$ + (ن + ٣) $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{جـ}$ = ٢ $\overrightarrow{س}$ + $\overrightarrow{ص}$

، $\overrightarrow{ق}$ = ك $\overrightarrow{جـ}$ = ١٠ $\overrightarrow{س}$ + ٥ $\overrightarrow{ص}$

∴ (٢ + ١) $\overrightarrow{س}$ + (ب – ٢) $\overrightarrow{ص}$ = ١٠ $\overrightarrow{س}$ + ٥ $\overrightarrow{ص}$

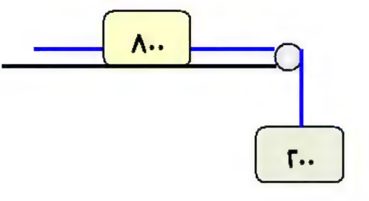
و منها : ٢ + ١ = ١٠ ∴ ٢ = ٩

، ب – ٢ = ٥ و منها : ب = ٧

(٢) فى الشكل المقابل :

مستوى أفقى أملس فإن :

الضغط على البكرة = ... ث جم



الحل

∵ المستوى أملس ∴ معادلات الحركة هى :

٢٠٠ جـ = ٢٠٠ × ٩٨٠ – ش (١)

٨٠٠ جـ = ش (٢) بالجمع ينتج :

١٠٠٠ جـ = ٢٠٠ × ٩٨٠

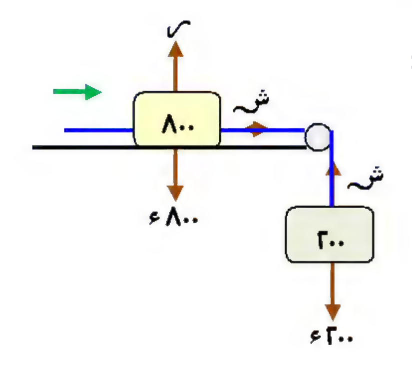
و منها : جـ = ١٩٦ سم / ث^{2}

بالتعويض فى (٢) ينتج :

ش = ٨٠٠ × ١٩٦ = ١٥٦٨٠٠ داين

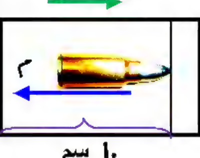
= ١٥٦٨٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٦٠ ث جم

، ض = ش $\sqrt{2}$ = ١٦٠ $\sqrt{2}$ ث جم



(٣) رصاصة كتلتها ٩٨ جم تتحرك أفقياً بسرعة ٧٢٠ كم / س غاصت فى حاجز رأسى مسافة ١٠ سم قبل أن تسكن فإن متوسط مقاومة الحاجز = ... ث كجم

الحل



نفرض أن : ى متجه وحدة فى اتجاه الحركة

، ∵ ع = ٧٢٠ × ٥/١٨ = ٢٠٠ م / ث

، ع = ٠ ، ف = ٠,١ م

، ∵ ش = ط − ط. ∴ − م × ٠,١ = ٠ − ١/٢ × ٠,٩٨ × (٢٠٠)²

∴ م = ١٩٦٠٠ نيوتن = ١٩٦٠٠ ÷ ٩,٨ = ٢٠٠٠ ث كجم

(٤) سفينة كتلتها ٤٤١ طن تتحرك بسرعة ٧٢ كم / س فإن طاقة حركتها = ... كيلووات . ساعة

الحل

ط = ١/٢ × ٤٤١ × ١٠³ × (٧٢ × ٥/١٨)² = ٨٨٢ × ١٠⁵ جول (وات . ث)

= ٨٨٢ × ١٠⁵ ÷ (٣٦ × ١٠⁵) = ٢٤,٥ كيلووات . ساعة

(٥) آلة تبذل شغلاً قدره ١٥٠٠٠ ث كجم . متر خلال ١٠ ثوان فإن قدرة الآلة بالحصان = ...

الحل

∵ الشغل المبذول = ١٥٠٠٠ ث كجم . متر خلال ١٠ ثوان

∴ القدرة = ١٥٠٠٠ ÷ ١٠ = ١٥٠٠ ث كجم . متر / ث

= ١٥٠٠ ÷ ٧٥ = ٢٠ حصان

(٦) قوة مقدارها ٨٠ نيوتن تعمل فى اتجاه ٣٠° شمال الشرق فإن الشغل المبذول بواسطة القوة خلال إزاحة معيارها ٤٠ متر نحو الشمال يساوى .... جول

الحل

مركبة القوة نحو الشمال (اتجاه الازاحة) =

٨٠ حا ٣٠° = ٨٠ × ١/٢ = ٤٠

∴ الشغل المبذول = ٤٠ × ٤٠ = ١٦٠٠ جول

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يلى :

السؤال الثانى :

(أ) يتحرك راكب دراجة على طريق أفقى خشن بعجلة منتظمة فتغيرت طاقة حركته بمقدار ١٠٧٨٠٠ جول خلال ١/٢ كم ثم أوقف الراكب حركة ساقيه فقطع ١٠٠ متر فقدت خلالها طاقة الحركة بمقدار ٧٨٤٠ جول أوجد بثقل الكيلو جرام كلاً من المقاومات و القوة

الحل

أثناء تأثير القوة المحركة للدراجة :

ط − ط. = (ق − م) × ف

∴ ١٠٧٨٠٠ = (ق − م) × ٥٠٠

∴ ق − م = ٢١٥,٦ (١)

بعد إيقاف حركة الساقين :

ط − ط. = − م ف ∴ − ٧٨٤٠ = − م × ١٠٠

∴ م = ٧٨,٤ نيوتن = ٧٨,٤ ÷ ٩,٨ = ٨ ث كجم

بالتعويض (١) ينتج : ق − ٧٨,٤ = ٢١٥,٦

∴ ق = ٢٩٤ نيوتن = ٢٩٤ ÷ ٩,٨ = ٣٠ ث كجم

(٢) كفتا ميزان كتلة كل منهما ٣٥ جم متصلتان بخيط خفيف غير مرن يمرن على بكرة صغيرة ملساء وضع فى إحدى الكفتين جسم كتلته ٢٨٠ جم و فى الكفة الثانية جسم كتلته ك جم فإذا هبطت الكفة التى بها الكتلة ٢٨٠ جم مسافة ٥٦٠ سم من السكون فى ٢ ثانية أوجد :

أولاً : عجلة حركة المجموعة

ثانياً : الشد فى الخيط و كذلك قيمة ك

ثالثاً : الضغط على كل من الكفتين

الحل

∵ ف = ع. ن + ½ جـ ن²

∴ ٥٦٠ = ٠ + ½ جـ × ٤

و منها : جـ = ٢٨٠ سم / ث²

معادلات الحركة هى : ٣١٥ جـ = ٣١٥ × ٩٨٠ − ش (١)

∴ ٣١٥ × ٢٨٠ = ٣١٥ × ٩٨٠ − ش

و منها : ش = ٣١٥ × ٧٠٠ = ٢٢٠٥٠٠ داين

= ٢٢٠٥٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٢٢٥ ث جم

، (ك + ٣٥) جـ = ش − (ك + ٣٥) × ٩٨٠ (٢)

∴ (ك + ٣٥) × ٢٨٠ = ٢٢٠٥٠٠ − (ك + ٣٥) × ٩٨٠ بالقسمة ÷ ١٤٠ ينتج :

∴ ٢ ك + ٧٠ = ١٥٧٥ − ٧ ك − ٢٤٥

∴ ٩ ك = ١٢٦٠ و منها : ك = ١٤٠ جم

مقدار الضغط على الكفة الهابطة (ض١) = ٢٨٠ × (٩٨٠ − ٢٨٠)

= ٢٨٠ × ٧٠٠ = ١٩٦٠٠٠ داين = ١٩٦٠٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٢٠٠ ث جم لأسفل

مقدار الضغط على الكفة الصاعدة (ض٢) = ١٤٠ × (٩٨٠ + ٢٨٠)

= ١٤٠ × ١٢٦٠ = ١٧٦٤٠٠ داين = ١٧٦٤٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٨٠ ث جم لأعلى

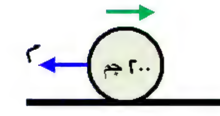
السؤال الثالث :

(أ) قذفت كرة كتلتها ٢٠٠ جم بسرعة ٢١ متر / ث على مستوى أفقى ضد مقاومات تعادل $\frac{1}{14}$ من وزنها و بعد ١٠ ثوان صدمت كرة أخرى مساوية لها فى الكتلة تتحرك بسرعة ٧ متر / ث فى الاتجاه المضاد فإذا تحركت الكرتان معاً كجسم واحد بعد التصادم أحسب أولاً : السرعة المشتركة للكرتين

ثانياً : دفع كل من الكرتين على الأخرى

ثالثاً : طاقة الحركة المفقودة بالتصادم

الحل



قبل التصادم : ك جـ = − م

∴ ك جـ = − $\frac{1}{14}$ ك ء

∴ جـ = − $\frac{1}{14}$ × ٩,٨ = − ٠,٧ م / ث²

∴ ع = ع. + جـ ن

= ٢١ − ٠,٧ × ١٠ = ١٤ م / ث

عند التصادم :

نعتبر أن اتجاه سرعة الكرة الأولى قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = (ك١ + ك٢) ع

∴ ٠,٢ × ١٤ − ٠,٢ × ٧ = ٤٠٠ ع

و منها : ع = ٣,٥ م / ث فى اتجاه حركة الكرة الأولى

دفع الكرة الأولى على الكرة الثانية = التغير فى كمية حركة الكرة الثانية

د = ك٢ (ع − ع٢) = ٠,٢ × (٣,٥ + ٧) = ٢,١ كجم. م / ث

دفع الكرة الثانية على الكرة الأولى = التغير فى كمية حركة الكرة الأولى

د = ك$_٢$ (ع − ع$_١$) = ٠,٢ × (٣,٥ − ١٤) = − ٢,١ كجم . م / ث

∵ طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم − طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = [($\frac{١}{٢}$ × ٠,٢ × (١٤)^٢ + $\frac{١}{٢}$ × ٠,٢ × (٧)^٢]

− $\frac{١}{٢}$ × ٠,٤ × (٣,٥)^٢ = ٢٢,٠٥ داين

(٢) تنقل الصناديق فى أحد المصانع بانزلاقها على مستوى مائل ينتهى بمستوى أفقى فإذا كان طول المستوى ٤٠ متر و زاوية ميله على الأفقى ٣٠° و المقاومة لكل من المستويين تعادل $\frac{١}{٥}$ وزن الجسم أوجد سرعة الصندوق عند نهاية المسار بفرض أن سرعته لا تتغير بانتقاله إلى المستوى الأفقى إذا طول الجزء الأفقى ١٠ أمتار

الحل

بفرض أن : كتلة الصندوق = ك كجم

على المستوى المائل :

ط − ط. = (ك ء جا ٣٠° − م) × ف

∴ $\frac{١}{٢}$ ك ع^٢ − ٠ = (ك × ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٥}$ ك × ٩,٨) × ٤٠

∴ ع^٢ = ٢٣٥,٢

(ع عند نهاية المستوى المائل = ع. عند بداية المستوى الأفقى)

على المستوى الأفقى : ط − ط. = − م × ف

∴ $\frac{١}{٢}$ ك ع^٢ − $\frac{١}{٢}$ ك × ٢٣٥,٢ = − $\frac{١}{٥}$ ك × ٩,٨ × ١٠

∴ $\frac{١}{٢}$ ع^٢ = ١١٧,٦ − ١٩,٦

∴ ع^٢ = ١٩٦ ∴ ع = ١٤ م / ث

السؤال الرابع :

(أ) أثرت قوة مقدارها ١٢,٦ نيوتن على جسم ساكن موضوع على مستوى أفقى لفترة من الزمن فأكتسب الجسم فى نهايتها طاقة حركة قدرها ٩ ث كجم . م ، بلغت كمية حركته عندئذ ٤٢ كم . م / ث ثم رفعت القوة فعاد الجسم إلى السكون مرة أخرى بعد أن قطع مسافة ٢١ م من لحظة رفع القوة أوجد كتلة الجسم و مقاومة المستوى لحركة الجسم بالنيوتن بفرض ثبوتها ثم أوجد زمن تأثير القوة

الحل

∵ ط = $\frac{١}{٢}$ ك ع^٢ ∴ ٩ × ٩,٨ = $\frac{١}{٢}$ ك ع^٢ (١)

، ∵ هـ = ك ع ∴ ٤٢ = ك ع (٢)

بقسمة (١) ÷ (٢) ينتج : ع = ٤,٢ م / ث

بالتعويض فى (١) ينتج : ك = ١٠ كجم

بعد رفع القوة :

ط − ط. = − م × ف

∴ ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × (٤,٢)^٢ = − م × ٢١ و منها : م = ٤,٢ نيوتن

أثناء تأثير القوة :

ك جـ = ق − م

∴ ١٠ جـ = ١٢,٦ − ٤,٢ و منها : جـ = ٠,٨٤ م / ث^٢

، ع = ع. + جـ ن ∴ ٤,٢ = ٠ + ٠,٨٤ ن

و منها : ن = ٥ ث

حل آخر لايجاد زمن تأثير القوة

∵ (ق − م) × ن = ك (ع − ع.)

∴ (١٢,٦ − ٤,٢) × ن = ٥ (٤,٢ − ٠)

و منها : ن = ٥ ث

(٢) علق جسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل القراءة ٨٠ ث كجم عندما كان المصعد صاعداً بعجلة منتظمة حـ م / $ث^2$ و سجل القراءة ٦٠ ث كجم عندما كان المصعد صاعداً بتقصير منتظم بعجلة منتظمة حـ م / $ث^2$ أوجد كتلة الجسم و قيمة حـ

الحل

بفرض أن : كتلة الجسم = ك كجم

∵ المصعد صاعد بعجلة حـ م / $ث^2$

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = ش − ك ء

∴ ك حـ = ٨٠ × ٩,٨ − ك × ٩,٨ (١)

، ∵ المصعد صاعد بتقصير منتظم بعجلة حـ م / $ث^2$

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = ك ء − ش

∴ ك حـ = ك × ٩,٨ − ٦٠ × ٩,٨ (٢) بالطرح ينتج :

٢ ك × ٩,٨ = ١٤٠ × ٩,٨ و منها : ك = ٧٠ كجم

، بالتعويض فى (١) ينتج : ٧٠ حـ = ٨٠ × ٩,٨ − ٧٠ × ٩,٨

و منها : حـ = ١,٤ م / $ث^2$

السؤال الخامس :

(أ) قاطرة قدرة محركها ١٠٨٠ حصاناً و كتلتها ٥٠ طن تجر قطار كتلته ١٣٠ طن على مستوى أفقى خشن بعجلة ٤٩ سم / $ث^2$ فإذا كانت كانت مقاومة الهواء و الاحتكاك تعادل ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة أحسب أقصى سرعة يقطعها القطار بالكيلومتر / الساعة

الحل

الكتلة الكلية للقاطرة و القطار (ك) = ٥٠ + ١٣٠ = ١٨٠ طن

مقاومة الهواء و الاحتكاك (م) = ١٠ × ١٨٠ × ٩,٨ = ١٧٦٤٠ نيوتن

حـ = ٤٩ سم / $ث^2$ = ٠,٤٩ م / $ث^2$

معادلة الحركة : ك حـ = ق − م

∴ ١٨٠ × ١٠^3 × ٠,٤٩ = ق − ١٧٦٤٠

و منها : ق = ١٠٥٨٤٠ نيوتن = ١٠٥٨٤٠ ÷ ٩,٨ = ١٠٨٠٠ ث كجم

، ∵ القدرة = ق × ع ∴ ١٠٨٠ × ٧٥ = ١٠٨٠٠ ع

و منها : ع = ٧,٥ م / ث = ٧,٥ × $\frac{١٨}{٥}$ = ٢٧ كم / س

(٢) عامل يدفع عربة كتلتها ٢٠ كجم لتصعد مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٥° لأعلى بقوة مقدارها ١٤٠ نيوتن فإذا كان معامل الاحتكاك بين المستوى و العربة $\frac{٣}{١٠}$ و العربة تتحرك مسافة ٣,٨ م احسب الشغل الكلى المبذول على العربة ، و إذا تحركت العربة أسفل المستوى من سكون احسب سرعة العربة عندما تكون على مسافة ٣,٨ م على المستوى

الحل

عندما تكون العربة صاعدة المستوى بتأثر قوة :

ر = ك ء حتا ٣٥° = ٢٠ × ٩,٨ حتا ٣٥°

الشغل الكلى = (ق − م ر − ك ء حا ٣٥°) × ف

= (١٤٠ − $\frac{٣}{١٠}$ × ٢٠ × ٩,٨ حتا ٣٥° − ٢٠ × ٩,٨ حا ٣٥°) × ٣,٨ = ١٤,٧٣ جول

عندما تكون العربة هابطة المستوى :

ط − ط. = (ك ء حا ٣٥° − م ر) × ف

∴ $\frac{١}{٢}$ × ٢٠ $ع^2$ − ٠ = (٢٠ × ٩,٨ × حا ٣٥° − $\frac{٣}{١٠}$ × ٢٠ × ٩,٨ حتا ٣٥°) × ٣,٨ و منها : ع = ٣,٣٥ م / ث

الاختبار الخامس

أولاً : أجب عن السؤال التالى :

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) يجذب حصان كتلة خشبية على أرض أفقية بقوة مقدارها ١٠٠ ث كجم و تميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° فإذا تحركت الكتلة بسرعة منتظمة فإن مقدار مقاومة الأرض لحركتها = ... ث كجم

الحل



∵ الكتلة تتحرك بسرعة منتظمة

∴ م = ق حتا ٣٠° = ١٠٠ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= ٥٠ $\sqrt{٣}$ ث كجم

(٢) اثرت قوة مقدارها ٥ ث كجم على جسم ساكن كتلته ٤٩ كجم لمدة ٣ ثوانى فإن سرعة الجسم فى نهاية هذه المدة = ... م / ث

الحل

∵ الجسم ساكن ، ق × ن = ك (ع − ع.)

∴ ٥ × ٩,٨ × ٣ = ٤٩ × (ع − ٠)　　و منها : ع = ٣ م / ث

(٣) فى الشكل المقابل :

٣ ك ، ٣ ك كتلتان معلقتان من طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء و معلق باحدى الكتلتين كتلة إضافية ك و تركت المجموعة للحركة من السكون فإن سرعة المجموعة بعد ٢ ثانية = ... سم / ث

الحل

معادلات الحركة هى :

٤ ك حـ = ٤ ك ء − شـ　　(١)

٣ ك حـ = شـ − ٣ ك ء　　(٢)　بالجمع ينتج :

٧ ك حـ = ك ء

و منها : حـ = $\frac{١}{٧}$ × ٩٨٠ = ١٤٠ سم / ث^٢

، ع = ع. + حـ ن = ٠ + ١٤٠ × ٢

= ٢٨٠ سم / ث

(٤) قذيفة كتلتها ٤٥ جرام تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ١٤٤٠ كم / س فإن طاقة حركتها = ... جول

الحل

ط = $\frac{١}{٢}$ ك ع^٢ = $\frac{١}{٢}$ × ٠,٠٤٥ × (١٤٤٠ × $\frac{٥}{١٨}$)^٢ = ٣٦٠٠ جول

(٥) آلة تبذل شغلاً بمعدل منتظم = ١٨٠٠٠ ث كجم . متر كل دقيقة فإن قدرة الآلة بالحصان = ...

الحل

∵ الشغل المبذول = ١٨٠٠٠ ث كجم . متر كل دقيقة

∴ القدرة = ١٨٠٠٠ ÷ ٦٠ = ٣٠٠ ث كجم . متر / ث

= ١٥٠٠٠ ÷ ٧٥ = ٤ حصان

(٦) تتحرك كرة كتلتها ٣٠٠ جم أفقياً اصطدمت بحائط رأسى عندما كانت سرعتها ٦٠ م / ث فإذا ارتدت بعد أن فقدت $\frac{٢}{٣}$ مقدار سرعتها فإن التغير فى كمية حركتها نتيجة اصطدامها بالحائط = ... جم . سم / ث

الحل

باعتبار اتجاه حركة الكرة بعد التصادم هو الاتجاه الموجب

∴ ع$_1$ (القياس الجبرى لسرعة الكرة قبل التصادم)

= −٦٠ م / ث = −٦٠٠ سم / ث

، ع$_2$ (القياس الجبرى لسرعة الكرة قبل التصادم)

= (٦٠٠ − $\frac{٢}{٣}$ × ٦٠٠) = ٢٠٠ سم / ث

∴ Δ ﮪ = ك (ع$_2$ − ع$_1$) = ٢٠٠ × (٢٠٠ + ٦٠٠)

= ٢٤ × ١٠^{٥} جم . سم / ث

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يلى :

السؤال الثانى :

(أ) يتحرك جسم كتلته كيلو جرام تحت تأثير القوى

ق$_1$ = ب س + ٢ ص ، ق$_2$ = ٢ س + ص ،

ق$_3$ = − ٣ س + أ ص حيث س ، ص متجها وحدة متعامدين

، ‖ق$_1$‖ ، ‖ق$_2$‖ ، ‖ق$_3$‖ مقيسة بالنيوتن ، أ ، ب ثابتان

فإذا كان متجه الإزاحة ف = ن^2 س + (٢ ن^2 − ن) ص

حيث ف بالمتر ، ن بالثانية أولاً : أوجد قيمة الثابتين أ ، ب

ثانياً : احسب الشغل المبذول من محصلة القوى المذكورة خلال الثوانى العشر الأولى من حركة الجسم

الحل

ق = ق$_1$ + ق$_2$ + ق$_3$ = (ب − ١) س + (أ + ٣) ص

، ∵ ف = ن^2 س + (٢ ن^2 − ن) ص

∴ ع = ٢ ن س + (٢ ن − ١) ص ، جـ = ٢ س + ٢ ص

، ∵ ق = ك جـ

∴ (ب − ١) س + (أ + ٣) ص = ١ × (٢ س + ٢ ص)

و منها : ب − ١ = ٢ ∴ ب = ٣

، أ + ٣ = ٢ ∴ أ = ١

الشغل المبذول من محصلة القوى = ق • ف

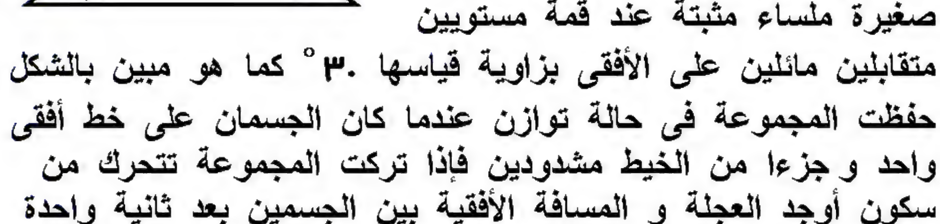
= (٢ ، ٤) • (ن^2 ، ٢ ن^2 − ن) = ٢ ن^2 + ٨ ن^2 − ٤ ن

= ١٠ ن^2 − ٤ ن

∴ الشغل المبذول من محصلة القوى خلال الثوانى العشر الأولى من حركة الجسم

ش$_{١٠}$ − ش$_{٠}$ = ١٠ × ١٠^2 − ٤ × ١٠ − ٠ = ٩٦٠ جول

(٢) فى الشكل المقابل :



كتلتان ٤٠ جم ، ٣٠ جم مربوطتان فى نهايتى خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة عند قمة مستويين متقابلين مائلين على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° كما هو مبين بالشكل حفظت المجموعة فى حالة توازن عندما كان الجسمان على خط أفقى واحد و جزء من الخيط مشدودين فإذا تركت المجموعة تتحرك من سكون أوجد العجلة و المسافة الأفقية بين الجسمين بعد ثانية واحدة من بدء الحركة

الحل

معادلات الحركة هى :

٤٠ جـ = ٤٠ ء حا ٣٠° − ش (١)

٣٠ جـ = ش − ٣٠ ء حا ٣٠°

بالجمع ينتج : ٧٠ جـ = ١٠ ء حا ٣٠°

و منها : جـ = ١٠ × ٩٨٠ × $\frac{١}{٢}$ = ٧٠ سم / ث^2

بعد ١ ث : ف = $ع_٠$ ن + $\frac{١}{٢}$ جـ $ن^٢$ = ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ٧٠ × $(١)^٢$ = ٣٥ سم

أى أن : كل كتلة تتحرك على المستوى مسافة ٣٥ سم

∴ المسافة الرأسية لكل كتلة = ٣٥ حا ٣٠° = ٣٥ × $\frac{١}{٢}$ = ١٧,٥ سم

∴ المسافة الرأسية بين الكتلتين = ٢ × ١٧,٥ = ٣٥ سم

السؤال الثالث :

(أ) تتحرك قاطرة أفقياً تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعتها و هذه المقاومة تساوى ٤٥٠ ث كجم عندما كانت سرعة القاطرة ٣٠ كم / س احسب أقصى سرعة للقاطرة إذا كانت قدرة محركها ٤٠٠ حصان

الحل

نفرض أن : أقصى سرعة للقاطرة = ع كم / س ، المقاومة = = م ث كجم

، ∵ القدرة = ق × ع ∴ ٤٠٠ × ٧٥ = ق ع × $\frac{٥}{١٨}$

و منها : ق ع = ١٠٨٠٠٠

، ∵ الطائرة تتحرك أفقياً بأقصى سرعة ∴ ق = م

∴ م ع = ١٠٨٠٠٠ (١)

، ∵ م ∝ $ع^٢$ ∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$ ∴ $\frac{٤٥٠}{م} = \frac{(٣٠)^٢}{ع^٢}$

و منها : $ع^٢$ = ٢ م　　بالضرب × ع ينتج :

$ع^٣$ = ٢ م ع　　بالتعويض من (١) ينتج :

$ع^٣$ = ٢ × ١٠٨٠٠٠ = ٢١٦٠٠٠　　و منها : ع = ٦٠ كم / س

(٢) درع وقائى مصنوع من طبقتين ملتحمتين منتظمتى السمك من الحديد و النحاس فإذا كان سمك الحديد ١ سم و سمك النحاس ٣ سم و كان الدرع فى مستوى رأسى عندما أطلقت عليه رصاصتين متساويتين فى الكتلة فى اتجاهين متضادين و عموديتين على مستوى الدرع و بسرعة واحدة فاخترقت الأولى الحديد و سكنت بعد أن دخلت فى النحاس $\frac{٥}{٤}$ سم بينما اخترقت الثانية النحاس و سكنت فى الحديد $\frac{٣}{٤}$ سم اثبت أن مقاومة الحديد = ٧ أمثال مقاومة النحاس

الحل

نفرض أن : كتلة كل من الرصاصتين = ك جم ، و مقاومة الحديد = $م_١$ ث جم ، و مقاومة النحاس = $م_٢$ ث جم ، و سرعتيهما الإبتدائتين = $ع_٠$ سم / ث

، ∵ ط − $ط_٠$ = − $م_١$ × $ف_١$ − $م_٢$ × $ف_٢$

∴ بالنسبة لطبقة الحديد : ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ك $ع_٠^٢$ = − $م_١$ × ١ − $م_٢$ × $\frac{٥}{٤}$ (١)

، بالنسبة لطبقة النحاس : ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ك $ع_٠^٢$ = − $م_٢$ × ٣ − $م_١$ × $\frac{٣}{٤}$ (٢)

، ∵ الرصاصتان من لهما نفس الكتلة و نفس سرعة القذف

∴ الشغل المبذول ضد المقاومات من الرصاصتين متساوى

∴ من (١) ، (٢) ينتج : − $م_١$ × ١ − $م_٢$ × $\frac{٥}{٤}$ = − $م_٢$ × ٣ − $م_١$ × $\frac{٣}{٤}$

∴ $م_١$ × ١ − $م_١$ × $\frac{٣}{٤}$ = $م_٢$ × ٣ − $م_٢$ × $\frac{٥}{٤}$

و منها : $\frac{١}{٤}$ $م_١$ = $\frac{٧}{٤}$ $م_٢$ ∴ $م_١$ = ٧ $م_٢$

أى أن : مقاومة الحديد = ٧ أمثال مقاومة النحاس

السؤال الرابع :

(أ) عند عمل أساس احدى العمارات استخدمت مطرقة كتلتها ٤٨٠ كجم من ارتفاع ٢,٥ متر على عمود أساس خرسانى كتلته ١٢٠ كجم فيكونان جسماً واحداً يغوص فى الأرض مسافة ٢٤ سم أوجد :

أولاً : السرعة المشتركة للمطرقة و العمود بعد التصادم مباشرة

ثانياً : دفع المطرقة للعمود

ثالثاً : متوسط مقاومة سطح الأرض للمطرقة و العمود

الحل

سرعة المطرقة قبل التصادم بالعمود مباشرة :

$ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٢,٥$

و منها : ع = ٧ م / ث

عند التصادم :

نعتبر أن اتجاه سرعة المطرقة قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ $ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = (ك_١ + ك_٢) ع$

∴ ٤٨٠ × ٧ − ١٢٠ × ٠ = ٦٠٠ ع

و منها : ع = ٥,٦ م / ث فى اتجاه حركة المطرقة

دفع المطرقة للعمود = التغير فى كمية حركة العمود

$د = ك_٢ (ع − ع_٢) = ١٢٠ × (٥,٦ − ٠) = ٦٧٢$ كجم . م / ث

متوسط مقاومة الأرض :

∵ $ط − ط_٠ = (ك ء − م) × ف$

∴ $٠ − \frac{١}{٢} × ٦٠٠ × (٥,٦)^٢ = (٦٠٠ × ٩,٨ − م) × ٠,٢٤$

و منها : م = ٤٥٠٨٠ نيوتن = ٤٥٠٨٠ ÷ ٩,٨ = ٤٦٠٠ ث كجم

(٢) جسم موضوع عند أعلى نقطة من منحدر ارتفاعه ١٢٥ سم و يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° تحرك الجسم فى اتجاه خط أكبر ميل للمنحدر لأسفل ضد مقاومة ثابتة تقدر بربع وزنه احسب سرعة وصول الجسم إلى أسفل نقطة للمنحدر و ما هى السرعة التى يقذف بها الجسم من أسفل نقطة فى الاتجاه المضاد حتى يصل بالكاد إلى لقمة المنحدر

الحل

نفرض أن : كتلة الجسم = ك كجم

ارتفاع المنحدر = ١٢٥ سم = ١,٢٥ م

من هندسة الشكل :

طول المنحدر = ١,٢٥ قتا ٣٠° = ٢,٥ م

∵ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات

∴ عندما يكون الجسم هابطاً المنحدر فإن :

$ض_أ − ض_ب = ط_ب − ط_أ + شـ_م$

∴ $ك × ٩,٨ × ١,٢٥ − ٠ = \frac{١}{٢} ك ع^٢ − ٠ + \frac{١}{٤} ك × ٩,٨ × ٢,٥$

∴ $\frac{١}{٢} ع^٢ = ٩,٨ × ١,٢٥ − \frac{١}{٤} × ٩,٨ × ٢,٥$ و منها : ع = ٣,٥ م / ث

، عندما يكون الجسم صاعداً المنحدر فإن :

$ض_ب − ض_أ = ط_أ − ط_ب + شـ_م$

$٠ − ك × ٩,٨ × ١,٢٥ = ٠ − \frac{١}{٢} ك ع^٢ + \frac{١}{٤} ك × ٩,٨ × ٢,٥$

∴ $\frac{١}{٢} ع^٢ = ٩,٨ × ١,٢٥ + \frac{١}{٤} × ٩,٨ × ٢,٥$ و منها : ع = ٦,٠٦ م / ث

حل آخر

عندما يكون الجسم هابطاً المنحدر فإن معادلة الحركة هى :

ك حـ = ك ء جا ٣٠° − م ∴ ك حـ = ك ء × $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٤}$ ك ء

و منها : ج = $\frac{1}{4}$ ء = $\frac{1}{4}$ × ٩,٨ = ٢,٤٥ م / ث^2

، ع^2 = ع.^{2} + ٢ ج ف = ٠ + ٢ × ٢,٤٥ × ٢,٥ و منها : ع = ٣,٥ م / ث

عندما يكون الجسم صاعداً المنحدر فإن معادلة الحركة هى :

ك ج = – ك ء جا ٣٠° – م ∴ ك ج = – ك ء × $\frac{1}{2}$ – $\frac{1}{4}$ ك ء

و منها : ج = – $\frac{3}{4}$ ء = – $\frac{3}{4}$ × ٩,٨ = – ٧,٣٥ م / ث^2

، ∵ ع^2 = ع.^{2} + ٢ ج ف

∴ ٠ = ع.^{2} + ٢ (– ٧,٣٥) × ٢,٥ و منها : ع. = ٦,٠٦ م / ث

السؤال الخامس :

(أ) جسم كتلته ٤٢ جرام على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية جا$^{-1}$ $\frac{4}{5}$ فإذا كانت قوة الشد فى الحبل ١٠ ث جم قد بذلت شغلاً ٨٤ ث جم . سم خلال ٢ ثانية من بدء الحركة أوجد :

أولاً : عجلة الجسم

ثانياً : النسبة بين مقاومة المستوى و رد الفعل العمودى

الحل

∵ الشغل المبذول من قوة الشد = ق حتا θ × ف

∴ ٨٤ × ٩٨٠ = ١٠ × ٩٨٠ × $\frac{3}{5}$ × ف

و منها : ف = ١٤ سم

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ ج ن^2

∴ ١٤ = ٠ + $\frac{1}{2}$ ج × (٢)^2 و منها : ج = ١٤ سم / ث^2

، ∵ معادلات الحركة هى :

ك ج = ق حتا θ – م ∴ ٤٢ × ٧ = ١٠ × ٩٨٠ × $\frac{3}{5}$ – م

و منها : م = ٥٥٨٦ داين = ٥٥٨٦ ÷ ٩٨٠ = ٥,٧ ث جم

، ر + ق جا θ = ك ء ∴ ر + ١٠ × ٩٨٠ × $\frac{4}{5}$ = ٤٢ × ٩٨٠

و منها : ر = ٣٣٣٢٠ داين = ٣٣٣٢٠ ÷ ٩٨٠ = ٣٤ ث جم

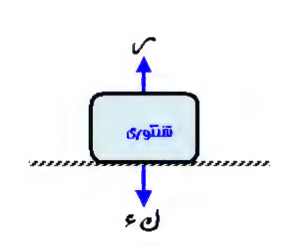
∴ م : ر = ٥,٧ : ٣٤ = ٥٧ : ٣٤٠

(ب) وقف طفل على ميزان ضغط داخل مصعد متحركاً بعجلة ١,٩٦ م / ث^2 فسجل الميزان ٢٤ ث كجم أوجد وزن الطفل ، و إذا هبط المصعد لأسفل بنفس العجلة أوجد قراءة الميزان فى هذه الحالة

الحل

بفرض أن : كتلة الطفل = ك كجم

∵ المصعد يتحرك لأعلى



∴ معادلة الحركة هى : ك ج = ر – ك ء

∴ ك × ١,٩٦ = ٢٤ × ٩,٨ – ك × ٩,٨

بالقسمة على ٩,٨ ينتج :

∴ ٠,٢ ك + ك = ٢٤

و منها : ك = ٢٠ كجم ∴ وزن الطفل = ٢٠ ث كجم

، ∵ المصعد يتحرك لأسفل

∴ معادلة الحركة هى : ك ج = ك ء – ر

∴ ٢٠ × ١,٩٦ = ٢٠ × ٩,٨ – ر

∴ ر = ٢٠ × ٩,٨ – ٢٠ × ١,٩٦

و منها : ر = ١٥٦,٨ نيوتن = ١٥٦,٨ ÷ ٩,٨ = ١٦ ث كجم

اجابات اختبارات الديناميكا
الاختبار الأول (السادس بالكتاب)

أولاً : أجب عن السؤال التالى :

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) كمية حركة جسم كتلته ٧٠٠ جم يتحرك فى خط مستقيم مبتدئاً بسرعة مقدارها ١٥ م / ث و بعجلة منتظمة ٢,٥ م / ث² فى نفس اتجاه سرعته الابتدائية بعد مرور ١٢ ث من بدء الحركة يساوى .... كجم . م / ث

الحل

ع = ع. + حـ ن = ١٥ + ٢,٥ × ١٢ = ٤٥ م / ث

∴ ـه = ٠,٧ × ٤٥ = ٣١,٥ كجم . م / ث

(٢) جسم كتلته الوحدة يتحرك تحت تأثير القوة ق→ = (أ + ٣) س→ + ب ص→ فإذا كان متجه إزاحته ف→ = ن² س→ + ½ ن² ص→ فإن : أ = ... ، ب = ...

الحل

∵ ف→ = ن³ س→ + ½ ن² ص→ ∴ ع→ = ٢ ن س→ + ن ص→

∴ حـ→ = ٢ س→ + ص→ ، ∵ ق→ = ك حـ→

∴ (أ + ٣) س→ + ب ص→ = ١ × (٢ س→ + ص→)

و منها : أ + ٣ = ٢ ∴ أ = −١ ، ب = ١

(٣) إذا وقف طفل كتلته ٥٠ كجم على ميزان ضغط فى داخل مصعد متحرك لأسفل بعجلة مقدارها ١,٤ م / ث² فإن قراءة الميزان = ... ث كجم

الحل

∵ المصعد يتحرك لأسفل

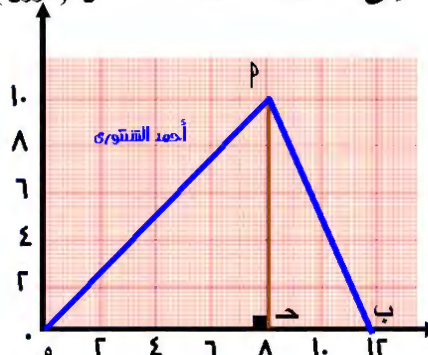
∴ ر = ك (ء − حـ) = ٣٥ × (٩,٨ − ١,٤) = ٢٩٤ نيوتن

= ٢٩٤ ÷ ٩,٨ = ٣٠ ث كجم

(٤) الشكل المقابل يوضح العلاقة بين القوة ق→ التى يؤثر بها طفل أفقياً على صندوق كتلته ١٠ كجم ليتحرك على سطح أملس مع مركبة المسافة التى يقطعها الصندوق فى اتجاه س فإن الشغل المبذول بواسطة ق→ على الصندوق من س = ٠ إلى س = ٨ يساوى .... الشغل المبذول بواسطة ق→ على الصندوق من س = ٨ إلى س = ١٢

ق (الوزن) — س (متر) — أحمد الشتورى

الحل



∵ ش = $\int_{ف_1}^{ف_2}$ ق ء ف

∴ ش١ = $\int_{0}^{8}$ ق ء ف = المساحة تحت المنحنى من ف = ٠ إلى ف = ٨

= مساحة سطح △ و أ حـ

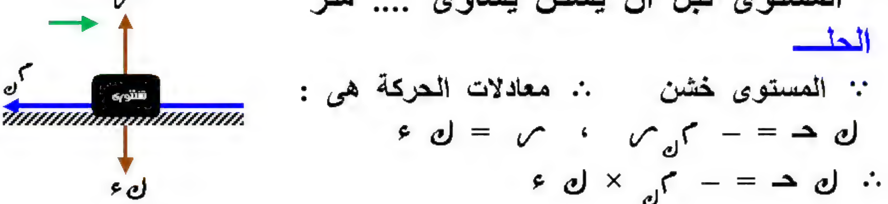
= ½ × ٨ × ١٠ = ٤٠ وحدة شغل

، ش٢ = $\int_{8}^{12}$ ق ء ف = المساحة تحت المنحنى من ف = ٨ إلى ف = ١٢

= مساحة سطح △ و ٢ حـ = $\frac{1}{2}$ × ٤ × ١٠ = ٢٠ وحدة شغل

∴ شـ١ = ٢ شـ٢

(٥) قذف جسم أفقياً بسرعة ٢,٨ م / ث على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك بينه و بين الجسم $\frac{1}{10}$ فإن المسافة التى يقطعها الجسم على المستوى قبل أن يسكن يساوى .... متر



الحل

∵ المستوى خشن ∴ معادلات الحركة هى :

ك حـ = − مك ر ، ر = ك ء

∴ ك حـ = − مك × ك ء

∴ حـ = − مك × ء = − $\frac{1}{10}$ × ٩,٨ = − ٠,٩٨ م / ث٢

، ∵ الجسم يسكن ، ع٢ = ع٠٢ + ٢ حـ ف

∴ ٠ = (٢,٨)٢ + ٢ × (− ٠,٩٨) ف و منها : ف = ٤ م

(٦) فى الشكل المقابل : البكرة صغيرة ملساء و المستوى أملس فإذا تحركت المجموعة من السكون فإن مقدار عجلة حركة المجوعة .... م / ث٢

الحل

∵ المستوى خشن ∴ معادلات الحركة هى :

٣ ك حـ = ٣ ك ء − شـ ، ك حـ = شـ

بالجمع ينتج : ٣ ك حـ = ٤ ك ء

∴ حـ = $\frac{3}{4}$ ء = $\frac{3}{4}$ × ٩,٨

= ٧,٣٥ م / ث٢

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يلى :

السؤال الثانى :

(أ) قاطرة كتلتها ٣٠ طن بدأت الحركة من السكون على مستوى أفقى بعجلة منتظمة ضد مقاومات $\frac{1}{100}$ من وزنها و عندما بلغت سرعتها ٩٠ كم / س أصبحت قدرتها ٤٤١ كيلووات اوجد :

(أ) قوة آلات القاطرة بثقل الكيلوجرام

(ب) مقدار العجلة المنتظمة



الحل

∴ القدرة = ق × ع

∴ ٤٤١ × ١٠٠٠ = ق × ٩٠ × $\frac{5}{18}$ و منها :

ق = ١٧٦٤٠ نيوتن = ١٧٦٤٠ ÷ ٩,٨ = ١٨٠٠ ث كجم

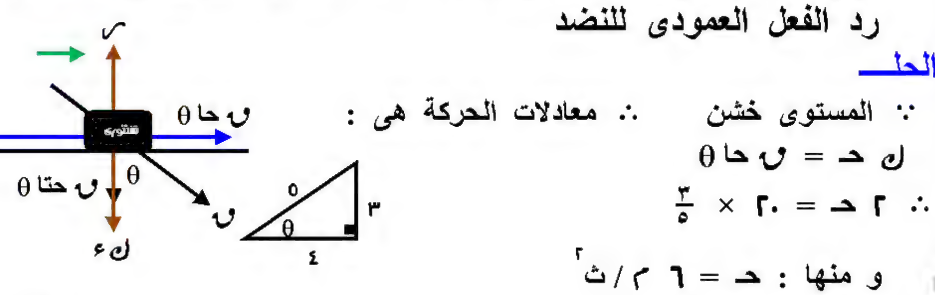
، ∵ ك حـ = ق − م

∴ ٣٠ × ١٠٠٠ حـ = ١٧٦٤٠ − $\frac{1}{100}$ × ٣٠ × ١٠٠٠ × ٩,٨

و منها : حـ = ٠,٤٩ م / ث٢

(٢) أثرت قوة مقدارها ٢٠ نيوتن و يصنع اتجاهها زاوية حادة جيبها $\frac{3}{5}$ مع الرأسى إلى أسفل على جسم كتلته ٢ كجم موضوع على نضد أفقى أملس أوجد عجلة الجسم الناشئة عن هذا التأثير و كذلك مقدار رد الفعل العمودى للنضد

الحل



∵ المستوى خشن ∴ معادلات الحركة هى :

ك حـ = ق جا θ

∴ ٢ حـ = ٢٠ × $\frac{3}{5}$

و منها : حـ = ٦ م / ث٢

أحمد الشنتورى

، ر = ك ء + ق حتا θ = ٢ × ٩,٨ + ٢٠ × ٤/٥ = ٣٥,٦ نيوتن

السؤال الثالث :

(١) جسمان كتلتهما ٤٠ جم ، ٦٠ جم يتحركان فى خط مستقيم واحد على نضد أفقى سرعة كل منهما ٥٠ سم / ث ، ٣٠ سم / ث على الترتيب فإذا تحرك الجسمان بعد التصادم مباشرة كجسم واحد أوجد سرعتهما المشتركة حينئذ إذا كان الجسمان يسيران فى اتجاهين متضادين ثم أحسب مقدارة قوة التضاغط بين الجسمين بثقل الجرام إذا كان زمن التصادم ١/٤٩ من الثانية

الحل

نعتبر أن اتجاه سرعة الجسم الأول قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = (ك١ + ك٢) ع

∴ ٤٠ × ٥٠ − ٦٠ × ٣٠ = ١٠٠ ع

و منها : ع = ٢ سم / ث فى اتجاه حركة الجسم الأول

، ∵ دفع الجسم الأول على الجسم الثانى = التغير فى كمية حركة الجسم الثانى

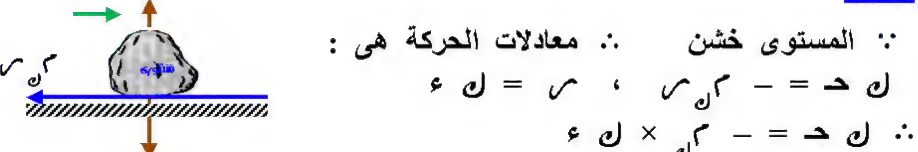
∴ د = ٦٠ × [٢ − (− ٣٠)] = ٦٠ × (٢ + ٣٠) = ١٩٢٠ داين . ث

، ∵ د = ق × ن ∴ ١٩٢٠ = ق × ١/٤٩

و منها : ق = ١٩٢٠ × ٤٩ داين = (١٩٢٠ × ٤٩) ÷ ٩٨٠ = ٩٦ ث جم

(٢) صخرة كتلتها ٢٠ كجم تتحرك على مستوى أفقى خشن بسرعة ٨ م / ث و توقفت نتيجة الاحتكاك و كان معامل الاحتكاك الحركى بين الصخرة و السطح ١/٥ احسب الشغل الناتج عن الاحتكاك حتى توقف الصخرة

الحل



∵ المستوى خشن ∴ معادلات الحركة هى :

ك جـ = − مك ر ، ر = ك ء

∴ ك جـ = − مك × ك ء

∴ ٢٠ جـ = − ١/٥ × ٢٠ × ٩,٨ = − ١,٩٦ م / ث²

، ∵ الصخرة تتوقف ، ع² = ع٠² + ٢ جـ ف

∴ ٠ = (٨)² + ٢ × (− ١,٩٦) ف و منها : ف = ٨٠٠/٤٩ م

∴ الشغل المبذول عن الاحتكاك = − مك ر × ف

= − ١/٥ × ٢٠ × ٩,٨ × ٨٠٠/٤٩ = − ٦٤٠ جول

السؤال الرابع :

(١) خيط خفيف غير مرن يمر على بكرة ملساء و يتدلى من أحد طرفيه ميزان زنبركى كتلته ١٥٠ جم و معلق به جسماً كتلته ٢٥٠ جم و من الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٦٠٠ جم فإذا بدأت المجموعة الحركة من السكون أوجد الشد فى الخيط و قراءة الميزان بثقل الجرام

الحل

معادلات الحركة هى :

٦٠٠ جـ = ٦٠٠ ء − ش (١)

٤٠٠ جـ = ش − ٤٠٠ ء (٢) بالجمع ينتج :

١٠٠٠ جـ = ٢٠٠ ء = ٢٠٠ × ٩٨٠

و منها : جـ = ١٩٦ سم / ث²

بالتعويض فى (٢) ينتج :

ش = ٤٠٠ × (١٩٦ + ٩٨٠) = ٤٧٠٤٠٠ داين

∴ ش = ٤٧٠٤٠٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٤٨٠٠ ث جم

∴ م = ك (ء + ج) = ٢٥٠ × (٩٨٠ + ١٩٦) = ٢٩٤٠٠٠ نيوتن

= ٢٩٤٠٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٣٠٠ ث كجم

(٢) حقيبة كتلتها ٥ كجم تنزلق على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٢٤° لأسفل مسافة ١,٥ م فإذا كان معامل الاحتكاك = $\frac{٣١}{١٠٠}$ احسب الشغل المبذول بواسطة كل من : الاحتكاك ، الوزن ، رد الفعل و إذا كانت سرعة الحقيبة ٢,٢ م / ث احسب سرعتها بعد أن تقطع مسافة ١,٥ م

الحل

∵ قوة الاحتكاك : ك = مك م

، م = ٥ ء حتا ٢٤° ، مك = $\frac{٣١}{١٠٠}$

∴ ك = $\frac{٣١}{١٠٠}$ × ٥ × ٩,٨ حتا ٢٤°

∴ الشغل المبذول من قوة الاحتكاك =

− مك م × ف = − $\frac{٣١}{١٠٠}$ × ٥ × ٩,٨ حتا ٢٤° × ١,٥ = − ٢٠,٨١٥ جول

الشغل المبذول من قوة الوزن = ك ء حتا θ × ف = ٥ × ٩,٨ حا ٢٤° × ١,٥

= ٢٩,٨٩٥ جول

الشغل من قوة رد الفعل العمودى = صفر

لأن : قوة رد فعل المستوى عمودية على المستوى الذى تتحرك عليه الحقيبة

∵ ك ج = ٥ ء حا ٢٤° − مك م

∴ ٥ ج = ٥ × ٩,٨ حا ٢٤° − $\frac{٣١}{١٠٠}$ × ٥ × ٩,٨ حتا ٢٤°

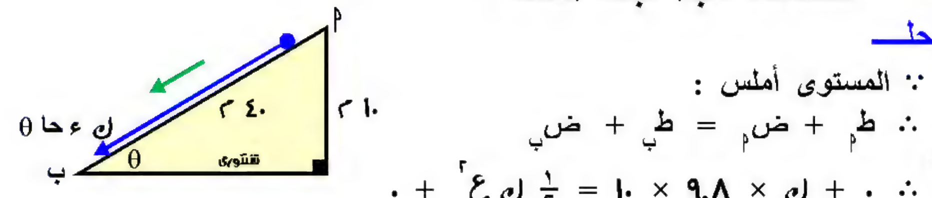
و منها : ج = ١,٢١ م / ث²

، ع² = ع.² + ٢ ج ف = (٢,٢)² + ٢ × ١,٢١ × ١,٥ و منها : ع = ٢,٩١ م / ث

السؤال الخامس :

(١) وضع جسم عند قمة مستوى مائل أملس طوله ٤٠ م و ارتفاعه ١٠ م أوجد سرعته عند قاعجة المستوى و إذا كان المستوى خشناً و كانت المقاومة لحركته $\frac{١}{٥}$ وزن الجسم أوجد سرعته عند قاعدة المستوى " مستخدماً مبدأ ثبات الطاقة "

الحل



∵ المستوى أملس :

∴ طأ + ضأ = طب + ضب

∴ ٠ + ك × ٩,٨ × ١٠ = $\frac{١}{٢}$ ك ع² + ٠

و منها : ع = ١٤ م / ث

، ∵ المستوى خشن :

∴ ضأ − ضب = (طب − طأ) + شم

∴ ك × ٩,٨ × ١٠ − ٠ = ($\frac{١}{٢}$ ك ع² − ٠) + $\frac{١}{٥}$ ك × ٩,٨ × ٤٠

و منها : ع = ٢,٨ $\sqrt{٥}$ م / ث

(٢) جسم كتلته ١٦ كجم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت :

ف→ = (٣ ن² − ٨ ن) ى→ حيث ى→ متجه الوحدة فى اتجاه الحركة إذا كان معيار ف→ بوحدة المتر ، ن بالثانية أوجد التغير فى كمية الحركة للجسم فى فترات الأزمنة التالية :

أولاً : [٢ ، ٤]　　ثانياً : [٥ ، ٨]

الحل

أولاً : ∆ـه = ك $\int_{ن_١}^{ن_٢}$ ج ء ن = ١٦ $\int_{٢}^{٤}$ (٣ ن² − ٨ ن) ء ن

= ١٦ $[\, ن^٣ − ٤ ن^٢ \,]_{٢}^{٤}$

= ١٦ [(٦٤ − ٦٤) − (٨ − ١٦)] = ١٢٨ كجم . م / ث

ثانياً : △ هـ = ك $\int_{ن_١}^{ن_٢}$ حـ ءن = ١٦ $\int_{٥}^{٨}$ (٣ن^{٢} − ٨ن) ءن

= ١٦ [ن^{٣} − ٤ن^{٢}]$_{٥}^{٨}$

= ١٦ [(٥١٢ − ٢٥٦) − (١٢٥ − ١٠٠)] = ٣٦٩٦ كجم . م / ث

الاختبار الثانى

أولاً : أجب عن السؤال التالى :

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) إذا تحرك جسم كتلته الوحدة فى خط مستقيم بحيث كانت عجلة حركة تعطى بالعلاقة : حـ = ٤ن + ٢ حيث حـ مقاسة بوحدة م / ث^{٢} ، ن بالثانية فإن التغير فى كمية حركته فى الفترة الزمنية [٢ ، ٦] يساوى .... كجم . م / ث

الحل

△ هـ = ك $\int_{ن_١}^{ن_٢}$ حـ ءن = ١ × $\int_{٢}^{٦}$ (٤ن + ٢) ءن

= ١ × [٢ن^{٢} + ٢ن]$_{٢}^{٦}$

= ١ × [(٧٢ + ١٢) − (٨ + ٤)] = ٧٢ كجم . م / ث

(٢) قذف جسم كتلته ٥٠٠ جم رأسياً لأعلى من نقطة على سطح الأرض بسرعة ١٤,٧ م / ث فإن طاقة وضعه بعد مرور ثانية واحدة من قذفه = ... جول

الحل

∵ ف = ع. ن − $\frac{١}{٢}$ ء ن^{٢} = ١٤,٧ × ١ − $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × (١)^{٢} = ٩,٨ م

∴ ض = ك ء ف = $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × ٩,٨ = ٤٨,٠٢ جول

(٣) يتحرك جسم بسرعة منتظمة فى خط مستقيم تحت تأثير القوى $\overleftarrow{ق_١}$ = ٢ أ $\overleftarrow{س}$ − ٣ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_٢}$ = ٦ $\overleftarrow{س}$ + ب $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_٣}$ = أ $\overleftarrow{س}$ + ٥ $\overleftarrow{ص}$ فإن أ = ... ، ب = ...

الحل

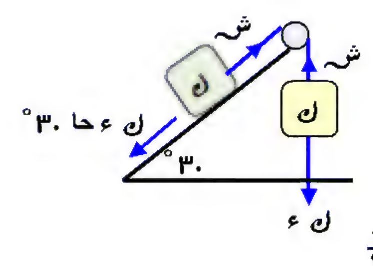
∵ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة　　∴ $\overleftarrow{ق_١}$ + $\overleftarrow{ق_٢}$ + $\overleftarrow{ق_٣}$ = $\overleftarrow{٠}$

∴ (٣ أ + ٦) $\overleftarrow{س}$ + (ب + ٢) $\overleftarrow{ص}$ = $\overleftarrow{٠}$ و منها :

٣ أ + ٦ = ٠　　∴ أ = −٢　، ب + ٢ = ٠　　∴ ب = −٢

(٤) فى الشكل المقابل :
المستوى أملس و البكرة ملساء
عند تحريك هذه المجموعة
فإن عجلة المجموعة = ... م / ث^{٢}

الحل



∵ المستوى أملس

∴ معادلات الحركة هى :

ك حـ = ك ء حا ٣٠° − ش　　(١)

ك حـ = ش　　(٢)　بالجمع ينتج :

٢ ك حـ = ك ء حا ٣٠° = ك × ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$

و منها : حـ = ٢,٤٥ م / ث^{٢}

(٥) إذا كان الشغل المبذول من القوة $\overleftarrow{ق}$ = م $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$ خلال إزاحة نقطة تأثيرها $\overleftarrow{ف}$ = − ٣ $\overleftarrow{س}$ + (م + ١) $\overleftarrow{ص}$ يساوى ٠,٠٥ جول ، $\|\overleftarrow{ف}\|$ بالسم حيث م ثابت فإن م = ...

الحل

ش = $\overleftarrow{ق}$ • $\overleftarrow{ف}$ = −٣ م + ٤ (م + ١) = م + ٤ نيوتن . سم

∴ ش = $\frac{1}{100}$ (م + ٤) جول

∴ ٠,٠٥ = $\frac{1}{100}$ (م + ٤)   و منها : م = ١

(٦) علق جسم فى خطاف ميزان زنبركى مثبت بسقف و صعد يتحرك رأسياً إلى أعلى فكان الوزن الظاهرى للجسم ضعف الوزن الحقيقى فإن عجلة الحركة جـ = ... م / $ث^2$

الحل

بفرض أن : الوزن الحقيقى للجسم = ك ء

∴ الوزن الظاهرى للجسم = ٢ ك ء

، ∵ الجسم يتحرك رأسياً إلى أعلى

∴ ك جـ = ش − ك ء   ∴ ك جـ = ٢ ك ء − ك ء

∴ ك جـ = ك ء   ∴ جـ = ء = ٩,٨ م / $ث^2$

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يلى :

السؤال الثانى :

(أ) صعد رجل وزنه ٧٢ ث كجم طريقاً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{4}$ فقطع ١٠٠ م أحسب التغير فى طاقة وضع الرجل

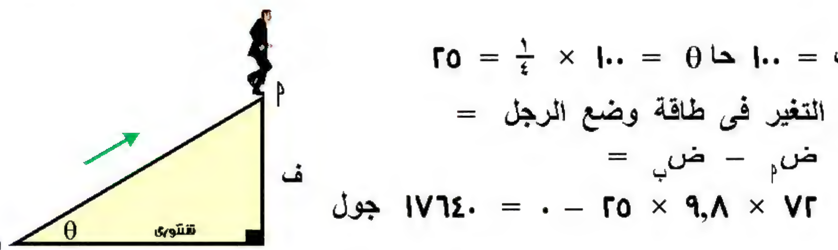
الحل

ف = ١٠٠ حا θ = ١٠٠ × $\frac{1}{4}$ = ٢٥

∴ التغير فى طاقة وضع الرجل =

$ض_أ$ − $ض_ب$ =

٧٢ × ٩,٨ × ٢٥ − ٠ = ١٧٦٤٠ جول



(ب) قاطرة كتلتها ٣٠ طن و قوة آلاتها ٥٦ ثقل طن تجر عدداً من العربات كتلة كل منها ١٠ طن لتصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° بعجلة منتظمة ٤٩ سم / $ث^2$ فإذا كانت المقاومة لحركة القاطرة و العربات ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة المتحركة أوجد عدد العربات

الحل

نفرض أن : كتلة القطار = ك طن

∵ القطار يصعد المنحدر

∴ ك جـ = ق − م − ك ء حا ٣٠°

∴ ك × $١٠^٣$ × ٠,٤٩ = ٥٦ × $١٠^٣$ × ٩,٨ − ١٠ × ك × ٩,٨ − ك × $١٠^٣$ × ٩,٨ × $\frac{1}{2}$

و منها : ٥٤٨٨ ك = ٥٤٨٨٠٠   ∴ ك = ١٠٠ طن

∴ كتلة العربات = ١٠٠ − ٣٠ = ٧٠ طن   ∴ عدد العربات = $\frac{70}{10}$ = ٧ عربات

السؤال الثالث :

(أ) عامل يدفع صندوق كتلته ٣٠ كجم مسافة قدرها ٤,٥ متر بسرعة ثابتة على سطح أفقى فإذا كان معامل احتكاك بين الصندوق و السطح $\frac{1}{4}$ احسب الشغل المبذول بواسطة العامل على الصندوق

ثم أحسب الشغل المبذول بواسطة رد الفعل

الحل

ق = $م_ك$ ر ، ر = ك ء

∴ ق = $م_ك$ × ك ء

= $\frac{1}{4}$ × ٣٠ × ٩,٨ = ٧٣,٥ نيوتن

∴ الشغل المبذول من قوة العامل = ق × ف

= ٧٣,٥ × ٤,٥ = ٣٣٠,٧٥ جول = ٣٣٠,٧٥ ÷ ٩,٨ = ٣٣,٧٥ ث كجم . م

الشغل من رد الفعل = صفر

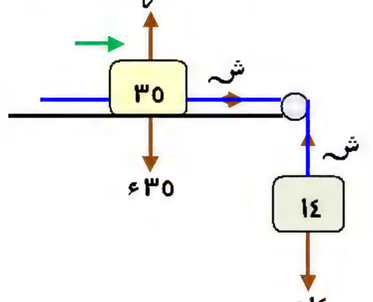
لأن : قوة رد فعل المستوى عمودية على المستوى الذى يتحرك عليه الصندوق

(٢) وضع جسم كتلته ٣٥ جم على نضد أفقى أملس و ربط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة عند حافة النضد و يحمل طرفه الآخر جسماً كتلته ١٤ جم اوجد :

أولاً : العجلة المشتركة و الشد فى الخيط و كذلك الضغط على محور البكرة بوحدة ث جم

ثانياً : إذا قطع الخيط بعد ثانية ١ $\frac{1}{2}$ من بدء الحركة اوجد المسافة التى التى قطعها كل من الجسمين بعد $\frac{1}{2}$ ثانية من لحظة قطع الخيط

الحل



∵ النضد أملس ∴ معادلات الحركة هى :

١٤ حـ = ١٤ × ٩٨٠ − ش (١)

٣٥ حـ = ش (٢) بالجمع ينتج :

٤٩ حـ = ١٤ × ٩٨٠

و منها : حـ = ٢٨٠ سم / $ث^2$

بالتعويض فى (٢) ينتج :

ش = ٣٥ × ٢٨٠ = ٩٨٠٠ داين

= ٩٨٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٠ ث جم

، ض = ش $\sqrt{2}$ = ١٠ $\sqrt{2}$ ث جم

عند لحظة قطع الخيط :

ع = $ع_0$ + حـ ن = ٠ + ٢٨٠ × ١,٥ = ٤٢٠ سم / ث

بالنسبة للجسم الذى كتلته ٣٥ جم :

يتحرك على النضد فى نفس اتجاه حركته الأولى بسرعة منتظمة (لأن النضد أملس) قدرها ٤٢٠ سم / ث

∴ ف = ع ن = ٤٢٠ × $\frac{1}{2}$ = ٢١٠ سم / ث

بالنسبة للجسم الذى كتلته ١٤ جم :

يتحرك رأسياً لأسفل بسرعة إبتدائية قدرها ٤٢٠ سم / ث

و بعجلة ء = ٩٨٠ سم / $ث^2$

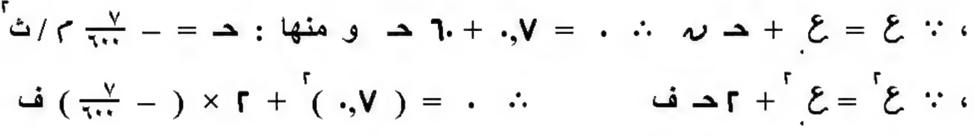
∴ ف = $ع_0$ ن + $\frac{1}{2}$ ء $ن^2$ = ٤٢٠ × $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ × ٩٨٠ × $(\frac{1}{2})^2$

= ٣٣٢,٥ سم

السؤال الرابع :

(١) هبطت عربة سك حديد كتلتها ٢٠ طن من السكون على منحدر يصنع مع الأفقى زاوية جيبها $\frac{1}{70}$ ضد مقاومات مقدارها ١٤ ث كجم لكل طن فوصلت إلى أسفل المنحدر بعد أن قطعت مسافة ٣٥٠ متر عليه و عند أسفل المنحدر أصطدمت بعربة أخرى ساكنة و مساوية لها فى الكتلة فسارت العربتان معاً كجسم واحد على طريق أفقى فإذا سكنت العربتان بعد دقيقة واحدة من لحظة تصادمهما أوجد المسافة الأفقية التى تحركتها العربتان معاً

الحل



معادلة الحركة للعربة التى على المنحدر :

ك حـ = ك ء حا θ − م

∴ ٢٠ × ١٠^{٣} حـ = ٢٠ × ١٠^{٣} × ٩,٨ × $\frac{١}{٧٠}$

− ١٤ × ٢٠ × ٩,٨

∴ ١٠٠٠ حـ = ١٤٠ − ١٣٧,٢

و منها : حـ = ٠,٠٠٢٨ م / ث^{٢}

سرعة العربة عند قاع المنحدر :

ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ حـ ف = ٢,٠ + ٢ × ٠,٠٠٢٨ × ٣٥٠　و منها : ع = ١,٤ م / ث

عند التصادم : بفرض أن ع$'$ هى سرعة العربتان عندما تتحركان كجسم واحد

٢٠ × ١,٤ − ٢٠ × ٠ = ٤٠ × ع$'$　　و منها : ع$'$ = ٠,٧ م / ث

بعد التصادم : ع. = ٠,٧ م / ث ، ىـ = ٦٠ ث ، ع = ٠

، ∵ ع = ع. + حـ ىـ　∴ ٠ = ٠,٧ + ٦٠ حـ　و منها : حـ = − $\frac{٧}{٦٠٠}$ م / ث^{٢}

، ∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ حـ ف　　∴ ٠ = (٠,٧)^{٢} + ٢ × (− $\frac{٧}{٦٠٠}$) ف

و منها : ف = ٢١ م

حل آخر لايجاد السرعة عند قاع المنحدر

∵ الشغل المبذول = التغير فى طاقة الحركة

∴ (ك ء حا θ − م) ف = $\frac{١}{٢}$ ك (ع^{٢} − ع.^{٢})

∴ (٢٠ × ١٠^{٣} × ٩,٨ × $\frac{١}{٧٠}$ − ١٤ × ٢٠ × ٩,٨) × ٣٥٠ =

$\frac{١}{٢}$ × ٢٠ × ١٠^{٣} (ع^{٢} − ٠)

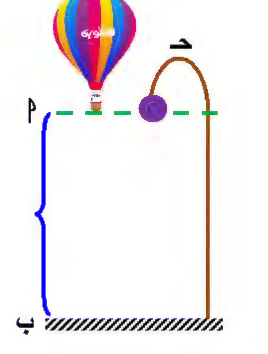
∴ (٢٨٠٠ − ٢٧٤٤) × ٣٥٠ = ١٠٠٠٠ ع^{٢}　　و منها : ع = ١,٤ م / ث

(٢) يتحرك منطاد رأسياً لأعلى و عندما كان على ارتفاع ٤٠,٤ متراً عن سطح الأرض سقط منه جسم كتلته ٥ كجم فإذا كانت طاقة حركة الجسم لحظة اصطدامه بالأرض تساوى ٢٩٤٠ جول و بفرض اهمال مقاومة الهواء احسب

أولاً : سرعة المنطاد لحظة سقوط الجسم

ثانياً : المسافة التى قطعها الجسم من لحظة سقوطه حتى لحظة انتظامه

الحل



بفرض أن : الجسم سقط من المنطاد عند نقطة ﺃ و وصل إلى سطح الأرض الذى تمثله نقطة ب

، ∵ ط$_{ﺃ}$ + ض$_{ﺃ}$ = ط$_{ب}$ + ض$_{ب}$

∴ $\frac{١}{٢}$ × ٥ ع^{٢} + ٥ × ٩,٨ × ٤٠,٤ = ٢٩٤٠ + ٠

و منها : ع = ١٩,٦ م / ث

و هى سرعة المنطاد لحظة سقوط الجسم

و السرعة الإبتدائية للجسم ، و الجسم يتحرك لأعلى ليصل لأقصى ارتفاع له عند حـ ثم يسكن لحظياً ثم يسقط حتى يصل لسطح الأرض

∵ ع^{٢} = ع.^{٢} − ٢ ء ف　　∴ ٠ = (١٩,٦)^{٢} + ٢ × ٩,٨ ف

و منها : ف = ١٩,٦ م

∴ المسافة الكلية التى يقطعها الجسم = ٢ × ١٩,٦ + ٤٠,٤ = ٧٩,٦ م

حل آخر لايجاد أقصى ارتفاع

أقصى ارتفاع = $\frac{ع.^{٢}}{٢ ء}$ = $\frac{(١٩,٦)^{٢}}{٢ × ٩,٨}$ = ١٩,٦ م

السؤال الخامس :

(١) تتحرك سيارة كتلتها ٣ طن بأقصى سرعة لها و مقدارها ٢٧ كم / س صاعدة منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{30}$ ثم عادت السيارة و هبطت على نفس المنحدر بأقصى سرعة لها و مقدارها ٧٢ كم / س أوجد المقاومة بفرض ثبوتها ثم أحسب قدرة السيارة بالحصان أوجد ق

الحل

عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

ق = م + و حا θ = م + ٣٠٠٠ × $\frac{1}{30}$ = م + ١٠٠

، ∵ القدرة = ق × ع

∴ القدرة = (م + ١٠٠) × ٢٧ × $\frac{5}{18}$

∴ القدرة = (م + ١٠٠) × $\frac{15}{2}$　　(١)

عندما تكون السيارة هابطة المنحدر بأقصى سرعة :

ق = م − و حا θ = م − ٣٠٠٠ × $\frac{1}{30}$ = م − ١٠٠

، ∵ القدرة = ق × ع

∴ القدرة = (م − − ١٠٠) × ٧٢ × $\frac{5}{18}$

∴ القدرة = (م − − ١٠٠) × ٢٠　　(٢)

، ∵ القدرة ثابتة　　∴ من (١) ، (٢) ينتج :

(م + ١٠٠) × $\frac{15}{2}$ = (م − ١٠٠) × ٢٠　　، بالضرب ÷ $\frac{2}{5}$ ينتج :

∴ ٣ م + ٣٠٠ = ٨ م − ٨٠٠　　و منها : م = ٢٢٠ ث كجم

بالتعويض فى (١) ينتج :

القدرة = (٢٢٠ + ١٠٠) × ٢٧ × $\frac{5}{18}$ = ٢٤٠٠ ث كجم . م / ث

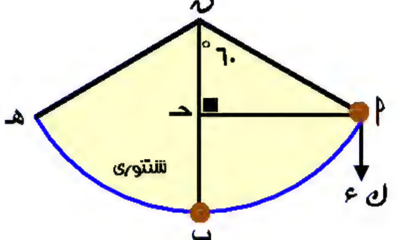
= ٢٤٠٠ ÷ ٧٥ = ٣٢ حصان

(٢) بندول بسيط مكون من خيط طوله ١ $\frac{1}{2}$ متر ثبت طرفه العلوى و حمل طرفه السفلى جسماً كتلته ٥٠٠ جم و يتدلى رأسياً فإذا شد الجسم بقوة أفقية إلى أن أصبح مائلاً على الرأسى بزاوية ٦٠° أوجد :

أولاً : التغير فى طاقة وضع الجسم

ثانياً : الشغل الذى بذلته القوة بالجول

ثالثاً : سرعة الجسم عند منتصف المسار إذا أزيلت القوة الأفقية و ترك الجسم ليتذبذب



الحل

من هندسة الشكل :

ن حـ = ن أ حتا ٦٠°

= ١ $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$ = $\frac{3}{4}$ م

، ن ب = ن أ = ١ $\frac{1}{2}$ م

∴ ب حـ = ن ب − ن حـ = ١ $\frac{1}{2}$ − $\frac{3}{4}$ = $\frac{3}{4}$ م

أى أن : المسافة الرأسية التى تحركتها الكتلة = $\frac{3}{4}$ م

التغير فى طاقة وضع الجسم = ض$_{أ}$ − ض$_{ب}$ = ك ء × ن ب − ك ء × ن حـ

= ك ء (ن ب − ن حـ) = ك ء × ب حـ

= $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ × $\frac{3}{4}$ = ٣,٦٧٥ جول

الشغل الذى بذلته القوة = − التغير فى طاقة وضع الجسم = − (ض$_{ب}$ − ض$_{أ}$)

= ض$_{أ}$ − ض$_{ب}$ = ٣,٦٧٥ جول

و من مبدأ ثبات الطاقة : ∵ ط$_{أ}$ + ض$_{أ}$ = ط$_{ب}$ + ض$_{ب}$

∴ ٠ + ٣,٦٧٥ = $\frac{1}{2}$ ك ع^{2} + ٠　　∴ ٣,٦٧٥ = $\frac{1}{2}$ × ٠,٥ ع^{2}

و منها : ع = ٠,٧ $\sqrt{30}$ م / ث = ٣,٨٣٤ م / ث

و هى السرعة عند منتصف المسار

الاختبار الثالث

أولاً : أجب عن السؤال التالى :

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) فى لحظة ما كانت كمية حركة جسم ١١٢ كجم . م/ث و طاقة حركته ٨٠ كجم . م فإن كتلة الجسم = ... كجم ، سرعته = ... م/ث عنئذ

الحل

∵ ك ع = ١١٢ كجم . م/ث (١)

، ∵ ½ ك $ع^2$ = ٨٠ ث كجم . م = ٨٠ × ٩,٨ = ٧٨٤ جول (٢)

∴ ½ (ك ع) × ع = ٧٨٤ ، بالتعويض من (١) ينتج :

∴ ½ × ١١٢ ع = ٧٨٤ ∴ ٥٦ ع = ٧٨٤ ∴ ع = ١٤ م/ث

، بالتعويض من (١) ينتج : ١٤ ع = ١١٢ ∴ ك = ٨ كجم

(٢) جسم كتلته ٣٠٠ جم يحرك فى خط مستقيم متجه إزاحته $\overleftarrow{ف}$ = ($ن^2$ + ن + ١) $\overleftarrow{ى}$ حيث || $\overleftarrow{ف}$ || بالسم ، ن بالثانية فإن معيار القوة المؤثرة عليه = ... داين

الحل

∵ $\overleftarrow{ف}$ = ($ن^2$ + ن + ١) $\overleftarrow{ى}$ ∴ $\overleftarrow{ع}$ = (٢ ن + ١) $\overleftarrow{ى}$

، $\overleftarrow{ح}$ = (٢) $\overleftarrow{ى}$ ، ∵ $\overleftarrow{ق}$ = ك $\overleftarrow{ح}$

∴ $\overleftarrow{ق}$ = ٣٠٠ × ٢ = ٦٠٠ $\overleftarrow{ى}$ ∴ || $\overleftarrow{ق}$ || = ٦٠٠ داين

(٣) جسم وزنه الحقيقى ٢٨ نيوتن ، وزنه الظاهرى ٣٢ نيوتن كما يعينه ميزان زنبركى داخل مصعد يتحرك بتقصير منتظم فإن اتجاه حركته يكون .... و اتجاه العجلة يكون ....

الحل

∵ الوزن الظاهرى > الوزن الحقيقى ، و المصعد يتحرك بتقصير منتظم

∴ اتجاه الحركة يكون لأسفل ، اتجاه العجلة يكون لأعلى

(٤) المسافة الرأسية بين جسمين مربوطين فى نهاية خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة و يتدليان رأسياً هى ١٠٠ سم بعد ٢ ثانية من بدء الحركة فإن سرعة كل منهما حيئذ = ... سم/ث

الحل

∵ المسافة الرأسية بين الجسمين = ١٠٠ سم بعد ٢ ث من بدء الحركة

∴ كل جسم يقطع مسافة = ١٠٠ ÷ ٢ = ٥٠ سم بعد ٢ ث

، ∵ ف = $ع_0$ ن + ½ ح $ن^2$ ∴ ٥٠ = ٠ + ½ ح × ٤

∴ ح = ٢٥ م/$ث^2$ ∴ ع = $ع_0$ + ح ن = ٠ + ٢٥ × ٢ = ٥٠ سم/ث

(٥) فى الشكل المقابل : مستوى مائل أملس طوله ٢٠ متر و ارتفاعه ٢,٥ متر وضع جسم عند قمة المستوى و ترك ليهبط على المستوى فإنه يصل إلى قاعدة المستوى بسرعة .... م/ث

الحل

∵ المستوى أملس : ∴ $ط_أ$ + $ض_أ$ = $ط_ب$ + $ض_ب$

∴ ٠ + ك × ٩,٨ × ٢,٥ = ½ ك $ع^2$ + ٠ و منها : ع = ٧ م/ث

(٦) قذف جسم كتلته ٢٠٠ جرام رأسياً إلى أعلى بسرعة ٤٩ م/ث فإن طاقة وضعه عند أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم = ... جول

الحل

أقصى ارتفاع (ل) = $\frac{(٤٩)^٢}{٢ \times ٩,٨}$ = ١٢٢,٥ م

∴ ض = ك ء ل = ٠,٢ × ٩,٨ × ١٢٢,٥ = ٢٤٠,١ جول

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يلى :

السؤال الثانى :

(أ) فى الشكل المقابل :

ثلاث كتل ك ، ك ، ٣ ك تتحرك من أعلى لأسفل من السكون (بفرض اهمال مقاومة الهواء و الاحتكاك)

أولاً : أى من الكتل الثلاث تصل للأرض بأكبر سرعة

ثانياً : أى من الكتل الثلاث تبذل شغلاً أكثر للوصول للأرض

الحل

∵ ض − ض. = ط. − ط + شمـ ، شمـ = ٠

∴ للكتلة عند حـ : ك ء ل − ٠ = ٠ − ½ ك ع^٢ و منها : ع^٢ = ٢ ء ل

، للكتلة عند ب : ك ء ل − ٠ = ٠ − ½ ك ع^٢ و منها : ع^٢ = ٢ ء ل

، للكتلة عند أ : ٣ك ء ل − ٠ = ٠ − ½ × ٣ ك ع^٢ و منها : ع^٢ = ٢ ء ل

∴ الكتل الثلاث تصل للأرض بنفس السرعة

، ∵ شم = ط − ط.

∴ شمـحـ = شمـب = ½ ك ع^٢ − ٠ = ½ ك ع^٢ × ٢ ء ل = ك ء ل

، شمـأ = ½ × ٣ ك ع^٢ × ٢ ء ل = ٣ ك ء ل

∴ الشغل المبذول من الكتلة عند أ يكون أكبر من الشغل المبذول من الكتلتين الأخريين

(٢) أثرت القوة ٥ ث كجم فى كتلة ١٩٦ كجم متحركة فى خط مستقيم أفقى فى اتجاه القوة فقطعت مسافة ٢,٨ متر احسب مقدار ازيادة طاقة الحركة للكتلة بالجول ، و إذا كانت طاقة حركة الكتلة فى نهاية المسافة ١٤١,١٢ جول احسب السرعة الإبتدائية للكتلة

الحل

الزيادة فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من القوة = ق × ف

= ٥ × ٩,٨ × ٢,٨ = ١٣٧,٢ جول

، ∵ شم = ط − ط. ∴ ١٣٧,٢ = ١٤١,١٢ − ½ × ١٩٦ ع.^٢

∴ ½ × ١٩٦ ع.^٢ = ٣,٩٢ و منها : ع. = ⅕ م / ث

السؤال الثالث :

(أ) جسم كتلته ١٧٠ جم موضوع على مستوى مائل خشن يميل على بزاوية جيبها $\frac{٨}{١٧}$ ربط بخيط يمر على بكرة ملساء عند قمة المستوى و يتدلى من الطرف الخالص للخيط ثقل ما ، فإذا كان أقل ثقل يلزم تعليقه من هذا الطرف للخيط لحفظ توازن الجسم على المستوى هو ٧٠ ث جم أوجد مقاومة المستوى بثقل الجرام و إذا علق من الطرف الخالص للخيط ثقل قدره ١٩٤ ث جم أوجد عجلة المجموعة بفرض ثبوت المقاومة فى الحالتين

الحل

في الحالة الأولى : ∵ المجموعة متزنة

∴ معادلات الاتزان هى :

شـ = ٧٠ × ٩٨٠ (١)

، شـ + م = ١٧٠ × ٩٨٠ × $\frac{٨}{١٧}$ (٢)

بالتعويض من (١) فى (٢) ينتج :

٧٠ × ٩٨٠ + م = ١٧٠ × ٩٨٠ × ٨/١٧

و منها ينتج : م = ٩٨٠٠ داين = ٩٨٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٠ ث جم

في الحالة الثانية :

معادلات الحركة هى :

١٩٤ حـ = ١٩٤ × ٩٨٠ − شَ   (٣)

١٧٠ حـ = شَ − ١٠ × ٩٨٠ − ١٧٠ × ٩٨٠ × ٨/١٧   (٤)

بالجمع ينتج : ٣٦٤ حـ = ١٠١٩٢٠   و منها : حـ = ٢٨٠ سم / ث٢

(٢) سيارة قدرة آلاتها ثابتة و أقصى سرعة لها عند صعودها منحدر ما هى ٥٤ كم / س و أقصى سرعة لها عند هبوطها نفس المنحدر هى ١٠٨ كم / س أوجد أقصى سرعة تتحرك بها على مستوى أفقى علماً بأن مقاومة الطريق لحركة السيارة ثابتة في الحالات الثلاث

الحل

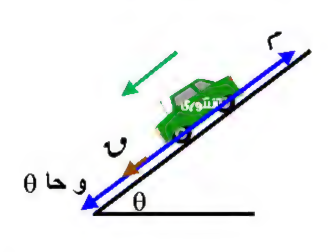
عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

ق١ = م + و جا θ ، ∵ القدرة = ق١ × ع١

∴ القدرة = (م + و جا θ) × ٥٤ × ٥/١٨

∴ القدرة = (م + و جا θ) × ١٥   (١)

عندما تكون السيارة هابطة المنحدر بأقصى سرعة :



ق٢ = م − و جا θ ، ∵ القدرة = ق٢ × ع٢

∴ القدرة = (م − و جا θ) × ١٠٨ × ٥/١٨

∴ القدرة = (م − و جا θ) × ٣٠   (٢)

، ∵ القدرة ثابتة   ∴ من (١) ، (٢) ينتج :

(م + و جا θ) × ١٥ = (م − و جا θ) × ٣٠

∴ م − و جا θ = (م − و جا θ) × ٢

∴ م + و جا θ = ٢ م − ٢ و جا θ   ∴ م = ٣ و جا θ

بالتعويض فى (١) ينتج :

القدرة = (٣ و جا θ + و جا θ) × ١٥ = ٦٠ و جا θ   (٣)

عندما تكون السيارة صاعدة المنحدر بأقصى سرعة :

ق٣ = م = ٣ و جا θ

∴ القدرة = ٣ و جا θ × ع٣   (٤)

من (٣) ، (٤) ينتج : ٦٠ و جا θ = ٣ و جا θ × ع٣

∴ ع٣ = ٢٠ م / ث

السؤال الرابع :

(أ) كرة كتلتها ٢٠٠ جم تتحرك بسرعة ٧ م / ث إصطدمت بكرة ساكنة كتلتها ٣٠٠ جم و تحركتا معاً كجسم واحد أوجد :

أولاً : السرعة المشتركة لهما بعد التصادم مباشرة

ثانياً : طاقة الحركة المفقودة بالتصادم

ثالثاً : المسافة التى يسكن بعدها الجسم إذا لاقى مقاومة ٢٠ ث جم

الحل

نعتبر أن اتجاه سرعة الكرة الأولى قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = (ك١ + ك٢) ع

∴ ٢٠٠ × ٧٠٠ + ٣٠٠ × ٠ = ٥٠٠ ع

و منها : ع = ٢٨٠ سم / ث فى اتجاه حركة الكرة الأولى

∵ طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم − طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = [$\frac{1}{2}$ × ٢٠٠ × (٧٠٠)^{٢} + $\frac{1}{2}$ × ٣٠٠ × (٠)^{٢}]

− $\frac{1}{2}$ × ٥٠٠ × (٢٨٠)^{٢} = ٢٩٤٠٠٠٠٠ أرج

∵ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول

∴ ٠ − $\frac{1}{2}$ × ٥٠٠ × (٢٨٠)^{٢} = − ٢٠ × ٩٨٠ ف

و منها : ف = ١٠٠ سم

(٢) فى الشكل المقابل : $\overleftarrow{ق}$ تؤثر على سيارة أطفال كتلتها ٢ كجم تسير فى خط مستقيم موازى لمحور السينات مركبة س تتغير بتغير القوة كما بالشكل أحسب الشغل المبذول بواسطة القوة عند :

(ا) س = ٠ إلى س = ٣ متر (٢) س = ٣ إلى س = ٤ متر

(٣) س = ٤ إلى س = ٧ متر (٤) س = ٧ إلى س = ٢ متر

الحل

∵ شـ = $\int_{ف_١}^{ف_٢}$ ق ء ف

∴ شـ$_١$ = $\int_{٠}^{٣}$ ق ء ف = المساحة تحت المنحنى من ف = ٠ إلى ف = ٨

= مساحة سطح شبه المنحرف وأ ب حـ

= $\frac{1}{2}$ × (١ + ٣) × ٢ = ٤ جول

بالمثل : شـ$_٢$ = $\int_{٣}^{٤}$ ق ء ف = ٠ (لاحظ : ق = ٠)

، شـ$_٣$ = $\int_{٤}^{٧}$ ق ء ف = $\int_{٤}^{٦}$ ق ء ف + $\int_{٦}^{٧}$ ق ء ف

= − مساحة سطح △ ء هـ ى + ٠ = − $\frac{1}{2}$ × ٢ × ٢ = − ٢ جول

(المساحة تحت محور السينات)

، شـ$_٤$ = $\int_{٧}^{٢}$ ق ء ف = − $\int_{٢}^{٧}$ ق ء ف

= − [$\int_{٢}^{٣}$ ق ء ف + $\int_{٣}^{٤}$ ق ء ف + $\int_{٤}^{٦}$ ق ء ف + $\int_{٦}^{٧}$ ق ء ف] = − [١ × ٢ + ٠ − ٢ + ٠] = ٠

السؤال الخامس :

(ا) يتحرك جسم متغير الكتلة فى خط مستقيم و كانت كتلته عند أى لحظة زمنية ن هى ك = (٤ ن + ١) جرام و كان متجه إزاحته يعطى بالعلاقة $\overleftarrow{ف}$ = (ن^{٢} − ٢ ن) $\overleftarrow{ى}$ حيث || $\overleftarrow{ف}$ || بالسم ، ن بالثانية أوجد كمية حركته فى الفترة الزمنية [٣ ، ٥]

الحل

∵ $\overleftarrow{ف}$ = (ن^{٢} − ٢ ن) $\overleftarrow{ى}$ ∴ $\overleftarrow{ع}$ = (٢ ن − ٢) $\overleftarrow{ى}$

أى أن : ع = ٢ ن − ٢ ، ∵ ك = ٤ ن + ١

∴ هـ = (٢ ن − ٢) (٤ ن + ١) = ٨ ن^{٢} − ٦ ن − ٢

∴ هـ$_٣$ = ٥٢ جم . سم / ث ، هـ$_٥$ = ١٦٨ جم . سم / ث

∴ كية الحركة فى [٣ ، ٥] = هـ$_٥$ − هـ$_٣$ = ١٦٨ − ٥٢

= ١١٦ جم . سم / ث

(٢) لتعيين مقدار عجلة الجاذبية فى مكان ما علق جسم كتلته ١,٥ كجم فى خطاف ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجلت قراءة الميزان ١٦,٥ نيوتن عندما كان صاعداً بعجلة حـ م / ث^٢ و سجل ١٢,٧٥ نيوتن عندما كان هابطاً بعجلة حـ م / ث^٢ أحسب عجلة الجاذبية فى ذلك المكان و كذلك عجلة المصعد

الحل

بفرض أن : عجلة الجاذبية فى المكان = ء م / ث^٢

∵ المصعد صاعد بعجلة حـ م / ث^٢

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = ش – ك ء

∴ ١,٥ حـ = ١٦,٥ – ١,٥ ء (١)

، ∵ المصعد هابط بعجلة حـ م / ث^٢

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = ك ء – ش

∴ ١,٥ حـ = ١,٥ ء – ١٢,٧٥ (٢) بالطرح ينتج :

٣ ء = ٢٩,٢٥ و منها : ء = ٩,٧٥ م / ث^٢

، بالتعويض فى (١) ينتج : ١,٥ حـ = ١٦,٥ – ١,٥ × ٩,٧٥

و منها : حـ = ١,٢٥ م / ث^٢

الاختبار الرابع

أولاً : أجب عن السؤال التالى :

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) يتحرك جسم كتلته ٥ وحدات تحت تأثير القوة $\overrightarrow{\text{ق}}$ = (أ + ١) $\overrightarrow{\text{س}}$ + (ب – ٢) $\overrightarrow{\text{ص}}$ و كان متجه إزاحته يعطى

من العلاقة $\overrightarrow{\text{ف}}$ = ن^٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ($\frac{١}{٢}$ ن^٢ + ٣ ن) $\overrightarrow{\text{ص}}$

فإن : أ = ... ، ب = ...

الحل

∵ $\overrightarrow{\text{ف}}$ = ن^٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ($\frac{١}{٢}$ ن^٢ + ٣ ن) $\overrightarrow{\text{ص}}$

∴ $\overrightarrow{\text{ع}}$ = ٢ ن $\overrightarrow{\text{س}}$ + (ن + ٣) $\overrightarrow{\text{ص}}$ ، $\overrightarrow{\text{حـ}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{س}}$ + $\overrightarrow{\text{ص}}$

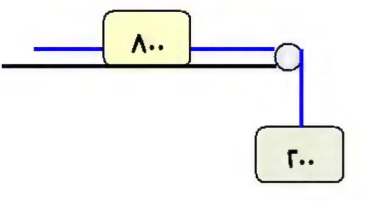
، $\overrightarrow{\text{ق}}$ = ك $\overrightarrow{\text{حـ}}$ = ١٠ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٥ $\overrightarrow{\text{ص}}$

∴ (أ + ١) $\overrightarrow{\text{س}}$ + (ب – ٢) $\overrightarrow{\text{ص}}$ = ١٠ $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٥ $\overrightarrow{\text{ص}}$

و منها : أ + ١ = ١٠ ∴ أ = ٩

، ب – ٢ = ٥ و منها : ب = ٧

(٢) فى الشكل المقابل :
مستوى أفقى أملس فإن :
الضغط على البكرة = ... ث جم



الحل

∵ المستوى أملس ∴ معادلات الحركة هى :

٢٠٠ حـ = ٢٠٠ × ٩٨٠ – ش (١)

٨٠٠ حـ = ش (٢) بالجمع ينتج :

١٠٠٠ حـ = ٢٠٠ × ٩٨٠

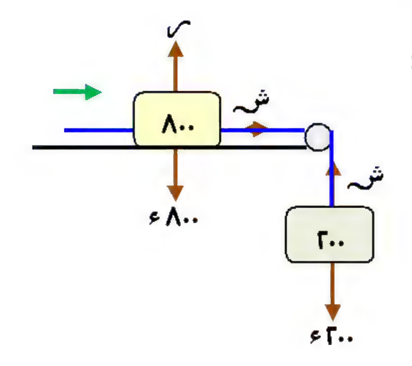
و منها : حـ = ١٩٦ سم / ث^٢

بالتعويض فى (٢) ينتج :

ش = ٨٠٠ × ١٩٦ = ١٥٦٨٠٠ داين

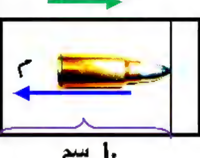
= ١٥٦٨٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٦٠ ث جم

، ض = ش $\sqrt{٢}$ = ١٦٠ $\sqrt{٢}$ ث جم



(٣) رصاصة كتلتها ٩٨ جم تتحرك أفقياً بسرعة ٧٢٠ كم / س غاصت فى حاجز رأسى مسافة ١٠ سم قبل أن تسكن فإن متوسط مقاومة الحاجز = ... ث كجم

الحل



نفرض أن : ى متجه وحدة فى اتجاه الحركة

، ∵ ع = ٧٢٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٠٠ م / ث

، ع = ٠ ، ف = ٠,١ م

، ∵ شـ = ط – ط. ∴ – م × ٠,١ = ٠ – $\frac{١}{٢}$ × ٠,٩٨ × (٢٠٠)^{٢}

∴ م = ١٩٦٠٠٠ نيوتن = ١٩٦٠٠٠ ÷ ٩,٨ = ٢٠٠٠ ث كجم

(٤) سفينة كتلتها ٤٤١ طن تتحرك بسرعة ٧٢ كم / س فإن طاقة حركتها = ... كيلووات . ساعة

الحل

ط = $\frac{١}{٢}$ × ٤٤١ × ١٠^{٣} × (٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$)^{٢} = ٨٨٢ × ١٠^{٥} جول (وات . ث)

= ٨٨٢ × ١٠^{٥} ÷ (٣٦ × ١٠^{٥}) = ٢٤,٥ كيلووات . ساعة

(٥) آلة تبذل شغلاً قدره ١٥٠٠٠ ث كجم . متر خلال ١٠ ثوان فإن قدرة الآلة بالحصان = ...

الحل

∵ الشغل المبذول = ١٥٠٠٠ ث كجم . متر خلال ١٠ ثوان

∴ القدرة = ١٥٠٠٠ ÷ ١٠ = ١٥٠٠ ث كجم . متر / ث

= ١٥٠٠ ÷ ٧٥ = ٢٠ حصان

(٦) قوة مقدارها ٨٠ نيوتن تعمل فى اتجاه ٣٠° شمال الشرق فإن الشغل المبذول بواسطة القوة خلال إزاحة معيارها ٤٠ متر نحو الشمال يساوى .... جول

الحل

مركبة القوة نحو الشمال (اتجاه الازاحة) =

٨٠ حا ٣٠° = ٨٠ × $\frac{١}{٢}$ = ٤٠

∴ الشغل المبذول = ٤٠ × ٤٠ = ١٦٠٠ جول

الشمال — ٨٠ — ٣٠° — الشرق

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يلى :

السؤال الثانى :

(أ) يتحرك راكب دراجة على طريق أفقى خشن بعجلة منتظمة فتغيرت طاقة حركته بمقدار ١٠٧٨٠٠ جول خلال $\frac{١}{٢}$ كم ثم أوقف الراكب حركة ساقيه فقطع ١٠٠ متر فقدت خلالها طاقة الحركة بمقدار ٧٨٤٠ جول أوجد بثقل الكيلو جرام كلاً من المقاومات و القوة

الحل

أثناء تأثير القوة المحركة للدراجة :

ط – ط. = (ق – م) × ف

∴ ١٠٧٨٠٠ = (ق – م) × ٥٠٠

∴ ق – م = ٢١٥,٦ (أ)

بعد إيقاف حركة الساقين :

ط – ط. = – م ف ∴ – ٧٨٤٠ = – م × ١٠٠

∴ م = ٧٨,٤ نيوتن = ٧٨,٤ ÷ ٩,٨ = ٨ ث كجم

بالتعويض (أ) ينتج : ق – ٧٨,٤ = ٢١٥,٦

∴ ق = ٢٩٤ نيوتن = ٢٩٤ ÷ ٩,٨ = ٣٠ ث كجم

(٢) كفتا ميزان كتلة كل منهما ٣٥ جم متصلتان بخيط خفيف غير مرن يمرن على بكرة صغيرة ملساء وضع فى إحدى الكفتين جسم كتلته ٢٨٠ جم و فى الكفة الثانية جسم كتلته ك جم فإذا هبطت الكفة التى بها الكتلة ٢٨٠ جم مسافة ٥٦٠ سم من السكون فى ٢ ثانية أوجد :

أولاً : عجلة حركة المجموعة

ثانياً : الشد فى الخيط و كذلك قيمة ك

ثالثاً : الضغط على كل من الكفتين

الحل

∵ ف = ع. ن + ½ جـ $ن^2$

∴ ٥٦٠ = ٠ + ½ جـ × ٤

و منها : جـ = ٢٨٠ سم / $ث^2$

معادلات الحركة هى : ٣١٥ جـ = ٣١٥ × ٩٨٠ − ش (١)

∴ ٣١٥ × ٢٨٠ = ٣١٥ × ٩٨٠ − ش

و منها : ش = ٣١٥ × ٧٠٠ = ٢٢٠٥٠٠ داين

= ٢٢٠٥٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٢٢٥ ث جم

، (ك + ٣٥) جـ = ش − (ك + ٣٥) × ٩٨٠ (٢)

∴ (ك + ٣٥) × ٢٨٠ = ٢٢٠٥٠٠ − (ك + ٣٥) × ٩٨٠ بالقسمة ÷ ١٤٠ ينتج :

∴ ٢ ك + ٧٠ = ١٥٧٥ − ٧ ك − ٢٤٥

∴ ٩ ك = ١٢٦٠   و منها : ك = ١٤٠ جم

مقدار الضغط على الكفة الهابطة ($ض_1$) = ٢٨٠ × (٩٨٠ − ٢٨٠)

= ٢٨٠ × ٧٠٠ = ١٩٦٠٠٠ داين = ١٩٦٠٠٠ ÷ ٩٨٠ = ٢٠٠ ث جم لأسفل

مقدار الضغط على الكفة الصاعدة ($ض_2$) = ١٤٠ × (٩٨٠ + ٢٨٠)

= ١٤٠ × ١٢٦٠ = ١٧٦٤٠٠ داين = ١٧٦٤٠٠ ÷ ٩٨٠ = ١٨٠ ث جم لأعلى

السؤال الثالث :

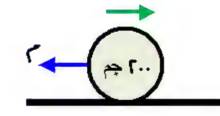
(أ) قذفت كرة كتلتها ٢٠٠ جم بسرعة ٢١ متر / ث على مستوى أفقى ضد مقاومات تعادل $\frac{1}{14}$ من وزنها و بعد ١٠ ثوان صدمت كرة أخرى مساوية لها فى الكتلة تتحرك بسرعة ٧ متر / ث فى الاتجاه المضاد فإذا تحركت الكرتان معاً كجسم واحد بعد التصادم

أحسب أولاً : السرعة المشتركة للكرتين

ثانياً : دفع كل من الكرتين على الأخرى

ثالثاً : طاقة الحركة المفقودة بالتصادم

الحل



قبل التصادم : ك جـ = − م

∴ ك جـ = − $\frac{1}{14}$ ك ء

∴ جـ = − $\frac{1}{14}$ × ٩,٨ = − ٠,٧ م / $ث^2$

∴ ع = ع. + جـ ن

= ٢١ − ٠,٧ × ١٠ = ١٤ م / ث

عند التصادم :

نعتبر أن اتجاه سرعة الكرة الأولى قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ $ك_1$ $ع_1$ + $ك_2$ $ع_2$ = ($ك_1$ + $ك_2$) ع

∴ ٠,٢ × ١٤ − ٠,٢ × ٧ = ٤٠٠ ع

و منها : ع = ٣,٥ م / ث فى اتجاه حركة الكرة الأولى

دفع الكرة الأولى على الكرة الثانية = التغير فى كمية حركة الكرة الثانية

د = $ك_2$ (ع − $ع_2$) = ٠,٢ × (٣,٥ + ٧) = ٢,١ كجم . م / ث

دفع الكرة الثانية على الكرة الأولى = التغير فى كمية حركة الكرة الأولى

د = ك٢ (ع − ع١) = ٠,٢ × (٣,٥ − ١٤) = − ٢,١ كجم . م / ث

∵ طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم − طاقة الحركة بعد التصادم

∴ طاقة الحركة المفقودة = [(½ × ٠,٢ × (١٤)² + ½ × ٠,٢ × (٧)²]

− ½ × ٠,٤ × (٣,٥)² = ٢٢,٠٥ داين

(٢) تنقل الصناديق فى أحد المصانع بانزلاقها على مستوى مائل ينتهى بمستوى أفقى فإذا كان طول المستوى ٤٠ متر و زاوية ميله على الأفقى ٣٠° و المقاومة لكل من المستويين تعادل ⅕ وزن الجسم أوجد سرعة الصندوق عند نهاية المسار بفرض أن سرعته لا تتغير بانتقاله إلى المستوى الأفقى إذا طول الجزء الأفقى ١٠ أمتار

الحل

بفرض أن : كتلة الصندوق = ك كجم

على المستوى المائل :

ط − ط. = (ك ء حا ٣٠° − م) × ف

∴ ½ ك ع² − ٠ = (ك × ٩,٨ × ½ − ⅕ × ك × ٩,٨) × ٤٠

∴ ع² = ٢٣٥,٢

(ع عند نهاية المستوى المائل = ع عند بداية المستوى الأفقى)

على المستوى الأفقى : ط − ط. = − م × ف

∴ ½ ك ع² − ½ ك × ٢٣٥,٢ = − ⅕ ك × ٩,٨ × ١٠

∴ ½ ع² = ١١٧,٦ − ١٩,٦

∴ ع² = ١٩٦　　　∴ ع = ١٤ م / ث

السؤال الرابع :

(أ) أثرت قوة مقدارها ١٢,٦ نيوتن على جسم ساكن موضوع على مستوى أفقى لفترة من الزمن فأكتسب الجسم فى نهايتها طاقة حركة قدرها ٩ ث كجم . م ، بلغت كمية حركته عندئذ ٤٢ كم . م / ث ثم رفعت القوة فعاد الجسم إلى السكون مرة أخرى بعد أن قطع مسافة ٢١ م من لحظة رفع القوة أوجد كتلة الجسم و مقاومة المستوى لحركة الجسم بالنيوتن بفرض ثبوتها ثم أوجد زمن تأثير القوة

الحل

∵ ط = ½ ك ع²　　　∴ ٩ × ٩,٨ = ½ ك ع²　　(١)

، ∵ هـ = ك ع　　　∴ ٤٢ = ك ع　　(٢)

بقسمة (١) ÷ (٢) ينتج : ع = ٤,٢ م / ث

بالتعويض فى (١) ينتج : ك = ١٠ كجم

بعد رفع القوة :

ط − ط. = − م × ف

∴ ٠ − ½ × ١٠ × (٤,٢)² = − م × ٢١　　و منها : م = ٤,٢ نيوتن

أثناء تأثير القوة :

ك جـ = ق − م

∴ ١٠ جـ = ١٢,٦ − ٤,٢　　و منها : جـ = ٠,٨٤ م / ث²

، ع = ع. + جـ ن　　∴ ٤,٢ = ٠ + ٠,٨٤ ن

و منها : ن = ٥ ث

حل آخر لايجاد زمن تأثير القوة

∵ (ق − م) × ن = ك (ع − ع.)

∴ (١٢,٦ − ٤,٢) × ن = ٥ (٤,٢ − ٠)

و منها : ن = ٥ ث

(٢) علق جسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل القراءة ٨٠ ث كجم عندما كان المصعد صاعداً بعجلة منتظمة حـ م / ث٢ و سجل القراءة ٦٠ ث كجم عندما كان المصعد صاعداً بتقصير منتظم بعجلة منتظمة حـ م / ث٢ أوجد كتلة الجسم و قيمة حـ

الحل

بفرض أن : كتلة الجسم = ك كجم

∵ المصعد صاعد بعجلة حـ م / ث٢

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = شـ − ك ء

∴ ك حـ = ٨٠ × ٩,٨ − ك × ٩,٨ (١)

، ∵ المصعد صاعد بتقصير منتظم بعجلة حـ م / ث٢

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = ك ء − شـ

∴ ك حـ = ك × ٩,٨ − ٦٠ × ٩,٨ (٢) بالطرح ينتج :

٢ ك × ٩,٨ = ١٤٠ × ٩,٨ و منها : ك = ٧٠ كجم

، بالتعويض فى (١) ينتج : ٧٠ حـ = ٨٠ × ٩,٨ − ٧٠ × ٩,٨

و منها : حـ = ١,٤ م / ث٢

السؤال الخامس :

(أ) قاطرة قدرة محركها ١٠٨٠ حصاناً و كتلتها ٥٠ طن تجر قطار كتلته ١٣٠ طن على مستوى أفقى خشن بعجلة ٤٩ سم / ث٢ فإذا كانت كانت مقاومة الهواء و الاحتكاك تعادل ١٠ ث كجم لكل طن من الكتلة أحسب أقصى سرعة يقطعها القطار بالكيلومتر / الساعة

الحل

الكتلة الكلية للقاطرة و القطار (ك) = ٥٠ + ١٣٠ = ١٨٠ طن

مقاومة الهواء و الاحتكاك (م) = ١٠ × ١٨٠ × ٩,٨ = ١٧٦٤٠ نيوتن

حـ = ٤٩ سم / ث٢ = ٠,٤٩ م / ث٢

معادلة الحركة : ك حـ = ق − م

∴ ١٨٠ × ١٠٣ × ٠,٤٩ = ق − ١٧٦٤٠

و منها : ق = ١٠٥٨٤٠ نيوتن = ١٠٥٨٤٠ ÷ ٩,٨ = ١٠٨٠٠ ث كجم

، ∵ القدرة = ق × ع ∴ ١٠٨٠ × ٧٥ = ١٠٨٠٠ ع

و منها : ع = ٧,٥ م / ث = ٧,٥ × $\frac{١٨}{٥}$ = ٢٧ كم / س

(٢) عامل يدفع عربة كتلتها ٢٠ كجم لتصعد مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٢٥° لأعلى بقوة مقدارها ١٤٠ نيوتن فإذا كان معامل الاحتكاك بين المستوى و العربة $\frac{٣}{١٠}$ و العربة تتحرك مسافة ٣,٨ م احسب الشغل الكلى المبذول على العربة ، و إذا تحركت العربة أسفل المستوى من سكون احسب سرعة العربة عندما تكون على مسافة ٣,٨ م على المستوى

الحل

عندما تكون العربة صاعدة المستوى بتأثر قوة :

ر = ك ء حتا ٢٥° = ٢٠ × ٩,٨ حتا ٢٥°

الشغل الكلى = (ق − م ر − ك ء حا ٢٥°) × ف

= (١٤٠ − $\frac{٣}{١٠}$ × ٢٠ × ٩,٨ حتا ٢٥° − ٢٠ × ٩,٨ حا ٢٥°) × ٣,٨ = ١٤,٧٣ جول

عندما تكون العربة هابطة المستوى :

ط − ط. = (ك ء حا ٢٥° − م ر) × ف

∴ $\frac{١}{٢}$ × ٢٠ ع٢ − ٠ = (٢٠ × ٩,٨ × حا ٢٥° − $\frac{٣}{١٠}$ × ٢٠ × ٩,٨ حتا ٢٥°) × ٣,٨ و منها : ع = ٣,٣٥ م / ث

الاختبار الخامس

أولاً : أجب عن السؤال التالى :

السؤال الأول : أكمل ما يلى :

(١) يجذب حصان كتلة خشبية على أرض أفقية بقوة مقدارها ١٠٠ ث كجم و تميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° فإذا تحركت الكتلة بسرعة منتظمة فإن مقدار مقاومة الأرض لحركتها = ... ث كجم

الحل



∵ الكتلة تتحرك بسرعة منتظمة

∴ م = ق حتا ٣٠° = ١٠٠ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= ٥٠ $\sqrt{٣}$ ث كجم

(٢) اثرت قوة مقدارها ٥ ث كجم على جسم ساكن كتلته ٤٩ كجم لمدة ٣ ثوانى فإن سرعة الجسم فى نهاية هذه المدة = ... م / ث

الحل

∵ الجسم ساكن ، ق × ن = ك (ع − ع.)

∴ ٥ × ٩,٨ × ٣ = ٤٩ × (ع − ٠) و منها : ع = ٣ م / ث

(٣) فى الشكل المقابل :

٣ ك ، ٣ ك كتلتان معلقتان من طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء و معلق باحدى الكتلتين كتلة إضافية ك و تركت المجموعة للحركة من السكون فإن سرعة المجموعة بعد ٢ ثانية = ... سم / ث

الحل

معادلات الحركة هى :

٤ ك جـ = ٤ ك ء − شـ (١)

٣ ك جـ = شـ − ٣ ك ء (٢) بالجمع ينتج :

٧ ك جـ = ك ء

و منها : جـ = $\frac{١}{٧}$ × ٩٨٠ = ١٤٠ سم / ث٢

، ع = ع. + جـ ن = ٠ + ١٤٠ × ٢

= ٢٨٠ سم / ث

(٤) قذيفة كتلتها ٤٥ جرام تتحرك بسرعة منتظمة مقدارها ١٤٤٠ كم / س فإن طاقة حركتها = ... جول

الحل

ط = $\frac{١}{٢}$ ك ع٢ = $\frac{١}{٢}$ × ٠,٠٤٥ × (١٤٤٠ × $\frac{٥}{١٨}$)٢ = ٣٦٠٠ جول

(٥) آلة تبذل شغلاً بمعدل منتظم = ١٨٠٠٠ ث كجم . متر كل دقيقة فإن قدرة الآلة بالحصان = ...

الحل

∵ الشغل المبذول = ١٨٠٠٠ ث كجم . متر كل دقيقة

∴ القدرة = ١٨٠٠٠ ÷ ٦٠ = ٣٠٠ ث كجم . متر / ث

= ١٥٠٠٠ ÷ ٧٥ = ٤ حصان

(٦) تتحرك كرة كتلتها ٣٠٠ جم أفقياً اصطدمت بحائط رأسى عندما كانت سرعتها ٦٠ م / ث فإذا ارتدت بعد أن فقدت $\frac{٢}{٣}$ مقدار سرعتها فإن التغير فى كمية حركتها نتيجة اصطدامها بالحائط = ... جم . سم / ث

الحل

باعتبار اتجاه حركة الكرة بعد التصادم هو الاتجاه الموجب

∴ $ع_1$ (القياس الجبرى لسرعة الكرة قبل التصادم)

= − ٦٠ م / ث = − ٦٠٠ سم / ث

، $ع_2$ (القياس الجبرى لسرعة الكرة قبل التصادم)

= (٦٠٠ − $\frac{٢}{٣}$ × ٦٠٠) = ٢٠٠ سم / ث

∴ Δ هـ = ك ($ع_2$ − $ع_1$) = ٢٠٠ × (٢٠٠ + ٦٠٠)

= ٢٤ × $١٠^٥$ جم . سم / ث

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يلى :

السؤال الثانى :

(أ) يتحرك جسم كتلته كيلو جرام تحت تأثير القوى

$\vec{ق_1}$ = ب $\vec{س}$ + ٢ $\vec{ص}$ ، $\vec{ق_2}$ = ٢ $\vec{س}$ + $\vec{ص}$ ،

$\vec{ق_3}$ = − ٣ $\vec{س}$ + أ $\vec{ص}$ حيث $\vec{س}$ ، $\vec{ص}$ متجها وحدة متعامدين

، || $\vec{ق_1}$ || ، || $\vec{ق_2}$ || ، || $\vec{ق_3}$ || مقيسة بالنيوتن ، أ ، ب ثابتان

فإذا كان متجه الإزاحة $\vec{ف}$ = $ن^2$ $\vec{س}$ + (٢ $ن^2$ − ن) $\vec{ص}$

حيث ف بالمتر ، ن بالثانية أولاً : أوجد قيمة الثابتين أ ، ب

ثانياً : احسب الشغل المبذول من محصلة القوى المذكورة خلال الثوانى العشر الأولى من حركة الجسم

الحل

$\vec{ق}$ = $\vec{ق_1}$ + $\vec{ق_2}$ + $\vec{ق_3}$ = (ب − ١) $\vec{س}$ + (أ + ٣) $\vec{ص}$

، ∵ $\vec{ف}$ = $ن^2$ $\vec{س}$ + (٢ $ن^2$ − ن) $\vec{ص}$

∴ $\vec{ع}$ = ٢ ن $\vec{س}$ + (٢ ن − ١) $\vec{ص}$ ، $\vec{ح}$ = ٢ $\vec{س}$ + ٢ $\vec{ص}$

، ∵ $\vec{ق}$ = ك $\vec{ح}$

∴ (ب − ١) $\vec{س}$ + (أ + ٣) $\vec{ص}$ = ١ × (٢ $\vec{س}$ + ٢ $\vec{ص}$)

و منها : ب − ١ = ٢ ∴ ب = ٣

، أ + ٣ = ٢ ∴ أ = ١

الشغل المبذول من محصلة القوى = $\vec{ق}$ • $\vec{ف}$

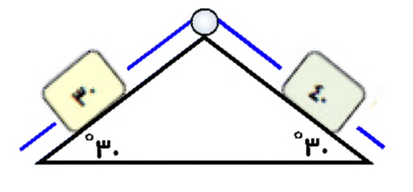
= (٢ ، ٤) • ($ن^2$ ، ٢ $ن^2$ − ن) = ٢ $ن^2$ + ٨ $ن^2$ − ٤ ن

= ١٠ $ن^2$ − ٤ ن

∴ الشغل المبذول من محصلة القوى خلال الثوانى العشر الأولى من حركة الجسم

= $ش_{١٠}$ − $ش_{٠}$ = ١٠ × ١٠^2 − ٤ × ١٠ − ٠ = ٩٦٠ جول

(٢) فى الشكل المقابل :



كتلتان ٤٠ جم ، ٣٠ جم مربوطتان فى نهايتى خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة عند قمة مستويين متقابلين مائلين على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° كما هو مبين بالشكل حفظت المجموعة فى حالة توازن عندما كان الجسمان على خط أفقى واحد و جزءا من الخيط مشدودين فإذا تركت المجموعة تتحرك من سكون أوجد العجلة و المسافة الأفقية بين الجسمين بعد ثانية واحدة من بدء الحركة

الحل

معادلات الحركة هى :

٤٠ ح = ٤٠ ء حا ٣٠° − ش (١)

٣٠ ح = ش − ٣٠ ء حا ٣٠°

بالجمع ينتج : ٧٠ ح = ١٠ ء حا ٣٠°

و منها : ح = ١٠ × ٩٨٠ × $\frac{١}{٢}$ = ٧٠ سم / $ث^2$

بعد ١ ث : ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ $ن^{٢}$ = ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ٧٠ × $(١)^{٢}$ = ٣٥ سم

أى أن : كل كتلة تتحرك على المستوى مسافة ٣٥ سم

∴ المسافة الرأسية لكل كتلة = ٣٥ حا ٣٠° = ٣٥ × $\frac{١}{٢}$ = ١٧,٥ سم

∴ المسافة الرأسية بين الكتلتين = ٢ × ١٧,٥ = ٣٥ سم

السؤال الثالث :

(١) تتحرك قاطرة أفقياً تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعتها و هذه المقاومة تساوى ٤٥٠ ث كجم عندما كانت سرعة القاطرة ٣٠ كم / س احسب أقصى سرعة للقاطرة إذا كانت قدرة محركها ٤٠٠ حصان

الحل

نفرض أن : أقصى سرعة للقاطرة = ع كم / س ، المقاومة = = م ث كجم

، ∵ القدرة = ق × ع ∴ ٤٠٠ × ٧٥ = ق ع × $\frac{٥}{١٨}$

و منها : ق ع = ١٠٨٠٠٠

، ∵ الطائرة تتحرك أفقياً بأقصى سرعة ∴ ق = م

∴ م ع = ١٠٨٠٠٠ (١)

، ∵ م ∝ $ع^{٢}$ ∴ $\frac{م_{١}}{م_{٢}} = \frac{ع_{١}^{٢}}{ع_{٢}^{٢}}$ ∴ $\frac{٤٥٠}{م} = \frac{(٣٠)^{٢}}{ع^{٢}}$

و منها : $ع^{٢}$ = ٢ م بالضرب × ع ينتج :

$ع^{٣}$ = ٢ م ع بالتعويض من (١) ينتج :

$ع^{٣}$ = ٢ × ١٠٨٠٠٠ = ٢١٦٠٠٠ و منها : ع = ٦٠ كم / س

(٢) درع وقائى مصنوع من طبقتين ملتحمتين منتظمتى السمك من الحديد و النحاس فإذا كان سمك الحديد ١ سم و سمك النحاس ٣ سم و كان الدرع فى مستوى رأسى عندما أطلقت عليه رصاصتين متساويتين فى الكتلة فى اتجاهين متضادين و عموديتين على مستوى الدرع و بسرعة واحدة فاخترقت الأولى الحديد و سكنت بعد أن دخلت فى النحاس $\frac{٥}{٤}$ سم بينما اخترقت الثانية النحاس و سكنت فى الحديد $\frac{٣}{٤}$ سم اثبت أن مقاومة الحديد = ٧ أمثال مقاومة النحاس

الحل

نفرض أن : كتلة كل من الرصاصتين = ك جم ، و مقاومة الحديد = $م_{١}$ ث جم ، و مقاومة النحاس = $م_{٢}$ ث جم ، و سرعتيهما الإبتدائتين = ع. سم / ث

، ∵ ط − ط. = − $م_{١}$ × $ف_{١}$ − $م_{٢}$ × $ف_{٢}$

∴ بالنسبة لطبقة الحديد : ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ك $ع.^{٢}$ = − $م_{١}$ × ١ − $م_{٢}$ × $\frac{٥}{٤}$ (١)

، بالنسبة لطبقة النحاس : ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ك $ع.^{٢}$ = − $م_{٢}$ × ٣ − $م_{١}$ × $\frac{٣}{٤}$ (٢)

، ∵ الرصاصتان من لهما نفس الكتلة و نفس سرعة القذف

∴ الشغل المبذول ضد المقاومات من الرصاصتين متساوى

∴ من (١) ، (٢) ينتج : − $م_{١}$ × ١ − $م_{٢}$ × $\frac{٥}{٤}$ = − $م_{٢}$ × ٣ − $م_{١}$ × $\frac{٣}{٤}$

∴ $م_{١}$ × ١ − $م_{١}$ × $\frac{٣}{٤}$ = $م_{٢}$ × ٣ − $م_{٢}$ × $\frac{٥}{٤}$

و منها : $\frac{١}{٤}$ $م_{١}$ = $\frac{٧}{٤}$ $م_{٢}$ ∴ $م_{١}$ = ٧ $م_{٢}$

أى أن : مقاومة الحديد = ٧ أمثال مقاومة النحاس

السؤال الرابع :

(أ) عند عمل أساس احدى العمارات استخدمت مطرقة كتلتها ٤٨٠ كجم من ارتفاع ٢,٥ متر على عمود أساس خرسانى كتلته ١٢٠ كجم فيكونان جسماً واحداً يغوص فى الأرض مسافة ٢٤ سم أوجد :

أولاً : السرعة المشتركة للمطرقة و العمود بعد التصادم مباشرة

ثانياً : دفع المطرقة للعمود

ثالثاً : متوسط مقاومة سطح الأرض للمطرقة و العمود

الحل

سرعة المطرقة قبل التصادم بالعمود مباشرة :

$ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ ء ف = ٠ + ٢ × ٩,٨ × ٢,٥$

و منها : ع = ٧ م / ث

عند التصادم :

نعتبر أن اتجاه سرعة المطرقة قبل التصادم موجباً و أن السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة ع

∵ مجموع كميتى الحركة قبل التصادم = مجموع كميتى الحركة بعد التصادم

∴ $ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = (ك_١ + ك_٢) ع$

∴ ٤٨٠ × ٧ − ١٢٠ × ٠ = ٦٠٠ ع

و منها : ع = ٥,٦ م / ث فى اتجاه حركة المطرقة

دفع المطرقة للعمود = التغير فى كمية حركة العمود

$د = ك_٢ (ع − ع_٢) = ١٢٠ × (٥,٦ − ٠) = ٦٧٢$ كجم.م / ث

متوسط مقاومة الأرض :

∵ $ط − ط_٠ = (ك ء − م) × ف$

∴ $٠ − \frac{١}{٢} × ٦٠٠ × (٥,٦)^٢ = (٦٠٠ × ٩,٨ − م) × ٠,٢٤$

و منها : م = ٤٥٠٨٠ نيوتن = ٤٥٠٨٠ ÷ ٩,٨ = ٤٦٠٠ ث كجم

(٢) جسم موضوع عند أعلى نقطة من منحدر ارتفاعه ١٢٥ سم و يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° تحرك الجسم فى اتجاه خط أكبر ميل للمنحدر لأسفل ضد مقاومة ثابتة تقدر بربع وزنه احسب سرعة وصول الجسم إلى أسفل نقطة للمنحدر و ما هى السرعة التى يقذف بها الجسم من أسفل نقطة فى الاتجاه المضاد حتى يصل بالكاد إلى لقمة المنحدر

الحل

نفرض أن : كتلة الجسم = ك كجم

ارتفاع المنحدر = ١٢٥ سم = ١,٢٥ م

من هندسة الشكل :

طول المنحدر = ١,٢٥ قتا ٣٠° = ٢,٥ م

∵ التغير فى طاقة الوضع = التغير فى طاقة الحركة + الشغل ضد المقاومات

∴ عندما يكون الجسم هابطاً المنحدر فإن :

$ض_أ − ض_ب = ط_ب − ط_أ + شـم$

∴ $ك × ٩,٨ × ١,٢٥ − ٠ = \frac{١}{٢} ك ع^٢ − ٠ + \frac{١}{٤} ك × ٩,٨ × ٢,٥$

∴ $\frac{١}{٢} ع^٢ = ٩,٨ × ١,٢٥ − \frac{١}{٤} × ٩,٨ × ٢,٥$ و منها : ع = ٣,٥ م / ث

، عندما يكون الجسم صاعداً المنحدر فإن :

$ض_ب − ض_أ = ط_أ − ط_ب + شـم$

$٠ − ك × ٩,٨ × ١,٢٥ = ٠ − \frac{١}{٢} ك ع_٠^٢ + \frac{١}{٤} ك × ٩,٨ × ٢,٥$

∴ $\frac{١}{٢} ع_٠^٢ = ٩,٨ × ١,٢٥ + \frac{١}{٤} × ٩,٨ × ٢,٥$ و منها : ع = ٦,٠٦ م / ث

حل آخر

عندما يكون الجسم هابطاً المنحدر فإن معادلة الحركة هى :

ك حـ = ك ء حا ٣٠° − م ∴ ك حـ = ك ء × $\frac{١}{٢}$ − $\frac{١}{٤}$ ك ء

و منها : حـ = $\frac{١}{٤}$ ء = $\frac{١}{٤}$ × ٩,٨ = ٢,٤٥ م / ث^{٢}

، ع^{٢} = ع$_{٠}^{٢}$ + ٢ حـ ف = ٠ + ٢ × ٢,٤٥ × ٢,٥ و منها : ع = ٣,٥ م / ث

عندما يكون الجسم صاعداً المنحدر فإن معادلة الحركة هى :

ك حـ = – ك ء حا ٣٠° – م ∴ ك حـ = – ك ء × $\frac{١}{٢}$ – $\frac{١}{٤}$ ك ء

و منها : حـ = – $\frac{٣}{٤}$ ء = – $\frac{٣}{٤}$ × ٩,٨ = – ٧,٣٥ م / ث^{٢}

، ∵ ع^{٢} = ع$_{٠}^{٢}$ + ٢ حـ ف

∴ ٠ = ع$_{٠}^{٢}$ + ٢ (– ٧,٣٥) × ٢,٥ و منها : ع = ٦,٠٦ م / ث

السؤال الخامس :

(أ) جسم كتلته ٤٢ جرام على مستوى خشن يميل على الأفقى بزاوية حا$^{-١}$ $\frac{٤}{٥}$ فإذا كانت قوة الشد فى الحبل ١٠ ث جم قد بذلت شغلاً ٨٤ ث جم . سم خلال ٢ ثانية من بدء الحركة أوجد :

أولاً : عجلة الجسم

ثانياً : النسبة بين مقاومة المستوى و رد الفعل العمودى

الحل

∵ الشغل المبذول من قوة الشد = ق حتا θ × ف

∴ ٨٤ × ٩٨٠ = ١٠ × ٩٨٠ × $\frac{٣}{٥}$ × ف

و منها : ف = ١٤ سم

، ∵ ف = ع$_{٠}$ ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن^{٢}

∴ ١٤ = ٠ + $\frac{١}{٢}$ حـ × (٢)^{٢} و منها : حـ = ١٤ سم / ث^{٢}

، ∵ معادلات الحركة هى :

ك حـ = ق حتا θ – م ∴ ٤٢ × ٧ = ١٠ × ٩٨٠ × $\frac{٣}{٥}$ – م

و منها : م = ٥٥٨٦ داين = ٥٥٨٦ ÷ ٩٨٠ = ٥,٧ ث جم

، ر + ق حا θ = ك ء ∴ ر + ١٠ × ٩٨٠ × $\frac{٤}{٥}$ = ٤٢ × ٩٨٠

و منها : ر = ٣٣٣٢٠ داين = ٣٣٣٢٠ ÷ ٩٨٠ = ٣٤ ث جم

∴ م : ر = ٥,٧ : ٣٤ = ٥٧ : ٣٤٠

(٢) وقف طفل على ميزان ضغط داخل مصعد متحركاً بعجلة ١,٩٦ م / ث^{٢} فسجل الميزان ٢٤ ث كجم أوجد وزن الطفل ، و إذا هبط المصعد لأسفل بنفس العجلة أوجد قراءة الميزان فى هذه الحالة

الحل

بفرض أن : كتلة الطفل = ك كجم

∵ المصعد يتحرك لأعلى

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = ر – ك ء

∴ ك × ١,٩٦ = ٢٤ × ٩,٨ – ك × ٩,٨

بالقسمة على ٩,٨ ينتج :

∴ ٠,٢ ك + ك = ٢٤

و منها : ك = ٢٠ كجم ∴ وزن الطفل = ٢٠ ث كجم

، ∵ المصعد يتحرك لأسفل

∴ معادلة الحركة هى : ك حـ = ك ء – ر

∴ ٢٠ × ١,٩٦ = ٢٠ × ٩,٨ – ر

∴ ر = ٢٠ × ٩,٨ – ٢٠ × ١,٩٦

و منها : ر = ١٥٦,٨ نيوتن = ١٥٦,٨ ÷ ٩,٨ = ١٦ ث كجم